



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прог. - b , а знаменатель $q, q \neq 0$. b_n - n -ый член прогрессии.

$$b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}; b_{13} = 5-x; b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$(x+1) \neq 0; x \neq -1$$

$$1) 13x - 35 = 0; x = \frac{35}{13}$$

$b_2 = 0$, тогда все члены с номером больше, чем 7 равны 0, но $b_{13} = 5 - \frac{35}{13} = \frac{50}{13} \neq 0$
Противоречие.

$$b_{13} = b \cdot q^{12}$$

$$2) 13x - 35 \neq 0; b_2 = b \cdot q^6; b_{13} = b \cdot q^{12}; b_{15} = b \cdot q^{14}$$

~~$b \neq 0$~~ Положим $b = 0$, тогда все члены прог.

$$\text{равны } 0; b_{13} = 5 - x = 0; x = 5; b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} =$$

$$\sqrt{(13 \cdot 5 - 35)(5+1)} = \sqrt{30 \cdot 6} \neq 0$$

Противоречие. умножим $b \neq 0$.

$$\frac{b_{15}}{b_2} = \frac{b \cdot q^{14}}{b \cdot q^6} = q^8 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \frac{(x+1) \sqrt{13x-35}}{\sqrt{13x-35}} =$$

$$= \sqrt{(x+1) \cdot (x+1)^3} = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2; q^8 = (x+1)^2; q^4 = |x+1|; q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

$$b_2 \cdot q^4 \cdot q^2 = b_{13}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot |x+1| \cdot \sqrt{|x+1|} = 5-x; \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (1+x)^2 = 5-x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{13x-35 \cdot \left(\frac{x+1}{x+1}\right)^3} = 5-x$$

1) ~~$x+1 \geq 0$~~ $x+1 > 0$
 $x > -1$

в квадрат

$$13x-35 = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x = 20 \text{ или } x = 3$$

$$20 > 5$$

20 не подходит

2) $x+1 < 0$ $x < -1$

$$\sqrt{13x-35 \cdot \left(\frac{-(x+1)}{x+1}\right)^3} = 5-x ; \sqrt{-(13x-35)} = 5-x$$

~~в квадрат $13x-35 = 25 - 40x + x^2$~~

~~$x^2 - 23x + 60 = 0$~~

~~$(x-20)(x-3) = 0$~~

~~$x = 20 \text{ или } x = 3$~~

~~оба не подходят~~

$$\sqrt{35-13x} = 5-x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x+5)(x-2) = 0$$

$$x = -5 \text{ или } x = 2$$

проверка: $x = 2$ $2 > -1$ не подходит

-5: $\sqrt{35-13 \cdot (-5)} = \sqrt{35+65} = 10$

$$5 - (-5) = 10$$

$$10 = 10$$

-5 может подойти



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим: 1) $x = 3$

$$q^8 = (3+1)^2 = 16$$

$$b_{13} = 5 - 3 = 2$$

$$q = 2 \quad \text{Пусть: } q = \sqrt{2}$$

$$b_{13} = b \cdot q^{12}; \quad b \cdot \sqrt{2}^{12} = b \cdot 2^6 = 64b$$

$$b_{13} = 64b = 2$$

$$b_{13} = \frac{2}{64}$$

$$64b = 2 \quad b = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$$

$$b_7 = b \cdot q^6 = \frac{1}{32} \cdot \sqrt{2}^6 = \frac{1}{32} \cdot 8 = \frac{1}{4}$$

$$b_{15} = b \cdot q^{14} = \frac{1}{32} \cdot \sqrt{2}^{14} = \frac{1}{32} \cdot 2^7 =$$

$$b_7 = \sqrt{\frac{13 \cdot 3 - 35}{(3+1)^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \sqrt{\frac{1}{4^2}} = \frac{1}{4} = \frac{128}{32} = 4$$

$$x = 3 \quad \text{Подходит под условие: } \exists \text{ прогрессия с}$$

$$b = \frac{1}{32} \quad \text{и } q = \sqrt{2}$$

2) $x = -5$

$$q^8 = (-5+1)^2 = 16$$

$$q^8 = 16 \quad \text{Пусть } q = \sqrt{2}$$

$$b_7 = \sqrt{\frac{13 \cdot (-5) - 35}{(-5+1)^3}} = \sqrt{\frac{-100}{-4^3}} = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \sqrt{\frac{100}{2^6}} = \frac{10}{8}$$

$$b_{13} = 5 - (-5) = 10$$

$$b_{15} = \sqrt{(13 \cdot (-5) - 35)(-5+1)} = \sqrt{-100 \cdot -4} =$$

$$= 20$$

$$b_{13} \cdot b \cdot q^{12} = b \cdot \sqrt{2}^{12} = b \cdot 64 = 10$$

$$b = \frac{10}{64}$$

$$b_7 = b \cdot q^6 = \frac{10}{64} \cdot \sqrt{2}^6 = \frac{10}{64} \cdot 8 = \frac{10}{8}$$

$$b_{13} = \frac{10}{64} \cdot q^{12} = \frac{10}{64} \cdot \sqrt{2}^{12} = \frac{10}{64} \cdot 64 = 10$$

$$b_{15} = \frac{10}{64} \cdot \sqrt{2}^{14} = \frac{10}{64} \cdot 2^7 = 20$$

$x = -5$ подходит: $\exists$ прогрессия с $b = \frac{10}{64}$ и $q = \sqrt{2}$

Или

Ответ: $-5; 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\text{Пусть } \cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x; \quad 3\cos 2x = 3 \cdot (2\cos^2 x - 1)$$

$$4t^3 - 3t + 3(2t^2 - 1) + 6t = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$\left(\begin{aligned} \text{Пусть } f(t) &= 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \quad -1 \leq t \leq 1 \\ f'(t) &= 12t^2 + 12t + 3 = 3 \cdot (4t^2 + 4t + 1) = 3 \cdot (2t + 1)^2 = 0 \end{aligned} \right)$$

$$= 3 \cdot (2t + 1)^2 \geq 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

1.2

$$(2t + 1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p$$

$$(2t + 1)^3 - 7 = 2p; \quad (2t + 1)^3 = 2p + 7$$

извлекаем корень, не теряя решений.

$$2t + 1 = \sqrt[3]{2p + 7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}\right) + 2\pi k$$

$k, n \in \mathbb{Z}$

$$x = -\arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}\right) + 2\pi n$$

исходя из 4 $f(t)$ — возрастающая функция
max значение будет в 1,
а min значение — в -1

$$f(-1) = 4(-1) + 6 \cdot 1 - 3 - 3 =$$

$$= 6 - 6 - 3 = -3$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10,$$

$$\text{тогда } -4 \leq p \leq 10$$

$$\text{Ответ: } -4 \leq p \leq 10$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}\right) + 2\pi k$$

$$x = -\arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}\right) + 2\pi n$$

$k, n \in \mathbb{Z}$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

будет ответ ~~это~~ *
 * эквив.

если симметрично относительно обеих

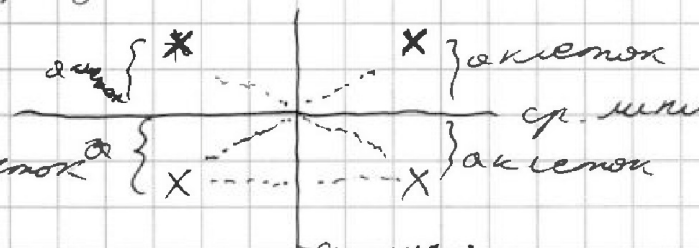
двух "средних линий", то это равносильно тому что симметричен ^{или} относ. центра

и какой-то ~~средней~~ ^{линии} ~~линии~~ ^{некоторые}
 функцией симметрии и показав, что симметричен на ~~каждой~~ ^{каждой} ~~линии~~ ^{линии}

⇒ в эту сторону пусть есть ~~зак~~ ^{зак}
 точка ~~как~~ ^{как} ~~и~~ ^и ~~показав~~ ^{показав} ~~что это~~ ^{что это} ~~линия~~ ^{линия}

 эта четверть ~~точка~~ ^{точка} ~~при~~ ^{при} ~~симметрии~~ ^{симметрии} ~~этот~~ ^{этот} ~~центр~~ ^{центр} ~~переходит~~ ^{переходит} ~~в себя~~ ^{в себя},
 тогда она симметрична ~~относ.~~ ^{относ.} ~~центра~~ ^{центра} ~~и~~ ^и ~~ср. линии~~ ^{ср. линии}
 значит множество ~~из~~ ^{из} ~~3~~ ³ ~~сим. от~~ ^{сим. от} ~~у. и~~ ^{у. и} ~~ср. линии~~ ^{ср. линии}.

⇐ в эту сторону пусть есть ~~зак~~ ^{зак}
 точка НУО она симметрична верт.
 "средней линии"


 тогда она ~~симметрична~~ ^{симметрична} ~~при~~ ^{при} ~~симметрии~~ ^{симметрии} ~~относ.~~ ^{относ.} ~~центра~~ ^{центра} ~~и~~ ^и ~~ср. линии~~ ^{ср. линии}
 любой ~~средней~~ ^{средней} ~~линии~~ ^{линии} ~~сетка~~ ^{сетка} ~~переходит~~ ^{переходит} ~~в себя~~ ^{в себя}.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

аналогично сразу получится 2-х четверка точек, которые между собой будут симметричны относительно z -ой средней линии. Значит множество из 8 точек будет симметрично относительно z -ой ср. линии.

Крестиком отмечено относительно ср. линии. "симм. относительно ср. линии" + "симм. относительно ср. линии" = "симм. относительно z -ой ср. линии".

Кол-во симм. относительно центра = "симм. центру и не симм. относительно z -ой ср. линии" + "симм. центру и симм. ср. линии", но "симм. центру и симм. ср. линии" = "симметрично относительно z -ой ср. линии".
Ответ - множество, тогда надо объединять 2 и 5

- Если эти виды симметричны
- 1) Только z -ой ср. линии. x x
 - 2) Только верт. ср. линии x y
 - 3) Обои ср. линии x z
 - 4) Центру и ~~какой-то~~ ^{не} ср. линии x z и y
 - 5) Центру и ~~какой-то~~ ^{какой-то} ср. линии x z
 - 5) $(\leq)$ "симм. от ~~какой-то~~ ^{какой-то} z -ой ср. линии"

Если ~~какой-то~~ ^{какой-то} имеет - это кол-во множество точек, тогда объединяем все виды x y и z кол-во

$$x + y + z + w$$



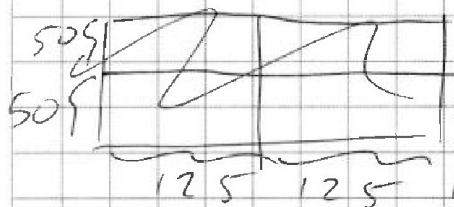
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x + y + z =$ кол-во (сим. от верт. сим. от гор. - сим. от нас 2-го 2-го ср. линии)

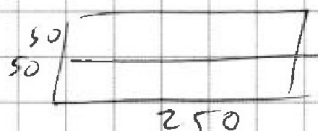


сим. от верт.

Выбираем 4 точки и ~~4~~ 4 отрезка однозначно в левой части 4х

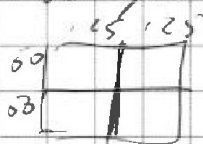


Выбираем 4 точки в левой части и 4 отрезка однозначно C_{12500}^4



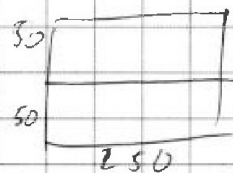
сим. от гор. выбираем 4 точки в нижней части и 4 отрезка однозначно C_{12500}^4

симметрично от нас любой ср. линии. Выбираем 2 точки в левой части и остальные 2 отрезка однозначно C_{6250}^2



$w =$ кол-во (сим. от нас центра 4 сим. от нас центра и какой-то ср. линии = кол-во (сим. от центра - сим. от нас ср. линии))

сим. от нас центра



Выбираем 4 точки в нижней части и 4 отрезка однозначно C_{12500}^4

сим. от нас ср. линии считаем - это C_{6250}^2
Подставляем $x + y + z = 2 \cdot C_{12500}^4 - C_{6250}^2$ $w = C_{12500}^4 - C_{6250}^2$

Ответ: $3 \cdot C_{12500}^4 - 2 \cdot C_{6250}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a; b; c)$ - подходит, тогда

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{простое}$$

тогда $\begin{cases} a-c=1 \text{ и } b-c=p^2 \\ a-c=p^2 \text{ и } b-c=1 \\ a-c=p \text{ и } b-c=p \end{cases}$ иное, какой-то ит. будет содержать простое, отличное от p

1) $a-c=1 \quad b-c=p^2$

$$a = 1+c$$

$$b = c+p^2$$

$$\text{но } p \geq 2$$

$$b \geq c+4, \text{ но } a > b \text{ противоречие}$$

2) $a-c=p \quad b-c=p \quad a-c=b-c \quad a=b$

$$\text{противоречие так как } a > b$$

3) $a-c=p^2 \quad b-c=1$ $a=p^2+c$ и $b=c+1$ сделаем таблицу

о степенях y и x^2 по модулю 3

x	x^2
0	0
1	1
2	1

почти $p > 3$, тогда оно не может давать остаток 0 при дел на 3, а если оно даёт остаток 1 или 2, то делится на 3, то $a-b \div 3$,

$$\text{потому что } a-b = p^2+c-(c+1) = p^2-1 \div 3,$$

но $a-b$ не дел на 3.

$$p=2 \text{ или } p=3$$

1) $p=2 \quad a-b = 2^2-1 = 3 \div 3$ не подходит

$$p=3 \quad a-b = 3^2-1 = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b^2 = 560$$

$$a = 9 + c \quad b = 1 + c$$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560 \quad ; \quad c^2 + 2c + 1 + 9 + c = 560 \quad ;$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 9 + 2200 = 2209 = 47^2 \quad (50 - 3)^2 = 2500 - 300 + 9 = 2209$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 47}{2}$$

$$c_1 = -25; \quad c_2 = 22$$

~~1) $c = -25$; $a = -25 + 9 = -16$; $b = -24$~~
 ~~$-16 < -24$ не подходит~~

2) $c = 22$ $a = 22 + 9 = 31$ $b = 22 + 1 = 23$

$$31 - 23 = 8 \quad \text{не дел на } 3$$

$$31 > 23$$

$$(31 - 22)(23 - 22) = 9 = 3^2$$

$$31 + 23^2 = 31 + 400 + 120 + 9 = 560$$

2) $c = -25$; $b = -24$; $a = -16$ $-16 > -24$

$$-16 - (-24) = 24 - 16 = 8 \quad \text{не дел на } 3$$

$$(-16 - (-25))(-24 - (-25)) = (25 - 16) = 9 = 3^2$$

$$-16 + (-24)^2 = -16 + 576 = 560$$

Ответ $(31, 23, 22)$
 $(-16, -24, -25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 13x = 5 \cdot 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x+5)(x-2) = 0$$

$$x = -5 \quad x = 2$$

$$35 + 165$$

$$4t^3 + 6t^2 - 3t + 6t - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$8t^3 + 12t^2 - 6t +$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = -7$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

$$4t^3 + 6t^2 \quad 4t^3 + 6t^2 - 3t - 3 = p$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = p$$

$$(2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

$$(2t+1)^3 - 7 = p$$

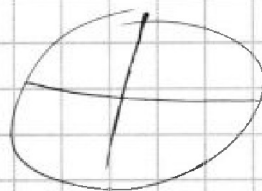
$$(2t+1)^3 = p + 7 \quad 2t+1 = \sqrt[3]{p+7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{p+7} - 1}{2}$$

$$\cos x = t$$

$$x = \arccos(t) + 2\pi k$$

$$x = -\arccos$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos(x+y) + (\cos x - y) = 2 \cos x \cdot \cos y$$

(a, b, c)

$$a > b$$

$$a - b = 3k + r$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a = c + 1$$

$$b = c + 9$$

$$2209 =$$

$$b = c + 1$$

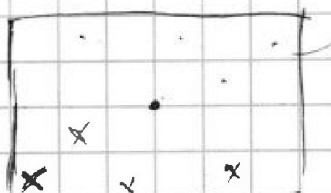
$$a = c + 9$$

$$45^2 = 2025$$

$$c + 1$$

$$46$$

$$(80-3)^2 = 2500 - 300 + 9 = 2209$$



$$250$$

$$50 \cdot$$

$$100 \cdot 250$$

$$100$$

$$2x = 25$$

$$p = 3$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$(2t^2 - 1)t + 2t(t^2 - 1)$$

$$-5 \cdot 2^2$$

$$\cos^2 + \sin^2 = 1$$

$$\begin{array}{cc} x & x^2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{array}$$

$$\cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x + 2 \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$f'(t) = 4t^2 + 4t + 1 = (2t+1)^2$$