



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 4

1.

- [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5 - x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x - 35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=8 \\ b=5 \\ c=4 \end{cases}$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6 \cdot (x+1)^3 = -\sqrt{35-13x} \stackrel{(5)}{=} 5-x \quad |^2$$

$$35-13x = 25-10x+x^2$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases} \quad 5-x > 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{matrix} 9 \neq 0 \\ 9 \neq 1 \end{matrix} \quad \checkmark$$

$$(4) D = 26^2 - 4 \cdot 60 = \cancel{\sqrt{436}}$$

$$x_{1,2} = \frac{26 \pm \sqrt{436}}{2} = 13 \pm \frac{\sqrt{436}}{2}, \text{ так } 13 + \frac{\sqrt{436}}{2} > 25$$

$$\sqrt{436} > 20$$

$$13 + \frac{\sqrt{436}}{2} < 5\sqrt{}$$

Ответ:

$$-5; 2; 13 - \frac{\sqrt{436}}{2}$$

$$\begin{matrix} 9 \neq 0 \\ 9 \neq 1 \end{matrix} \quad \checkmark$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\ b_1 q^{12} = 5-x \end{array} \right. \quad (1)$$

(1)

 $b_1 \neq 0, q \neq 1, !$   
 $q \neq 0$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 q^{12} = 5-x \end{array} \right. \quad (2)$$

 $x+1 \neq 0$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 q^{12} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{array} \right. \quad (3)$$

 $x+1 > 0 \quad (корни) \Rightarrow x > -1$   
 $x < \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \quad (не \geq 0)$ 

~~$b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$~~

$$\left( \begin{array}{l} (3) \\ (1) \end{array} \right) \rightarrow q^8 = (x+1)^2 \quad (4)$$

(1) можно, тк все члены  $\neq 0$  по опр. геом. прогрессии

если  $x+1 > 0$ 

$$(4) \wedge (2) : b_1 ((x+1)^2)^{\frac{3}{2}} = 5-x$$

$$b_1 (x+1)^3 = 5-x$$

$$(4) \wedge (1) : b_1 ((x+1)^2)^{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 \sqrt{(x+1)^3} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 (x+1)^3 = \sqrt{13x-35} = 5-x \quad |^2, 5-x > 0$$

$$13x-35 = 25-10x+x^2$$

$$x^2 - 26x + 60 = 0 \quad (*)$$

если  $x+1 < 0$ 

$$\text{Bz } (1) \wedge (2) : b_1 (x+1)^3 = 5-x \quad (5)$$

$$b_1 (x+1)^3 = x-5$$

$$(4) \wedge (1) : b_1 \sqrt{-(x+1)^3} = \sqrt{\frac{35-13x}{-(x+1)^3}} \quad | \cdot \sqrt{-(x+1)^3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z^2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} & (2) \end{cases}$$

$z \leq 13$

$$(2)^2 \quad y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 216y + 1296 +$$

$$+ 6|(y+1)(y-12)| = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 214y + 1101 + z^2 + 6|(y+1)(y-12)| = 0$$

Заметки, 27.02

$$\underbrace{(x+3)}_{a^2} \underbrace{(4-x-z^2)}_{b^2} + \underbrace{(y-12)}_{d^2} = y + x - x^2 - (x+3)z$$

$$a^2 - b^2 + 5 = 2\sqrt{a^2 b^2 + d^2 + z^2 + a^2 z}$$

$$b^2 = 7 - a^2 - z^2$$

$$z^2 = 7 - a^2 - b^2$$

$$z(a^2 + 1) = 7a^2 - 7 - a^2b^2 + 7 - a^2 - b^2$$

$$a^2 - b^2 + 5 = \sqrt{7a^2 - a^4 + 7 - a^2 - b^2 + d^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x = 2\cos^3 x - \cos x -$$

( $1 - \cos^2 x$ )

$$- 2\cos^5 x + 2\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p = \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x +$$

$$+ 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = [t = \cos x] = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$t \in [-1; 1]$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3$$

~~$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t$~~   $\cap p + 3 = \text{const}$

~~$f'_t = 12t^2 + 12t + 3 = 0$~~   $\checkmark$

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 0$$

$$t = \frac{-12}{2 \cdot 12} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f' \geq 0 \quad \forall t \Rightarrow f - \text{бспр}$$

~~$\Rightarrow$  если есть решения, то одно только 1~~

~~$k(t-t_0)^3 = 4t^3 + 6t^2 + 3t$~~

~~$4t^3 - 4 \cdot 3t^2 t_0 + 4 \cdot 3t t_0^2 - 4 \cdot t_0^3 = 4t^3 + 6t^2 + 3t$~~

~~$-12t_0^2 = 6$~~

~~$t_0 = -\frac{1}{2}$~~

$$4\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 = p + 3$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2} \in [-1; 1]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$-\frac{1}{2} \leq \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} \leq 1,5 \quad |^3, \cdot 4$$

$$-\frac{4}{8} \leq p+3 \leq \frac{27}{8} \cdot 4$$

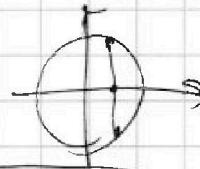
$$\frac{1}{8} \leq p \leq \frac{37}{8}$$

$$p \in [-\frac{7}{8}; \frac{37}{8}]$$

$$-3,5 \leq p \leq 10,5$$

$$p \in [-3,5; 10,5]$$

$$\cos x = \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2}$$



$$x = \pm \arccos \left( \sqrt[3]{\frac{p+3}{4}} - \frac{1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underline{-2\alpha - \beta - \varphi + \sqrt{\alpha}} = \varphi - \beta$$

$$\Rightarrow \angle ACD = (\varphi - \beta) + \beta = \varphi$$

$$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AC}$$

По об-ву катетов и сечущей

$$CD^2 = CB \cdot BE$$

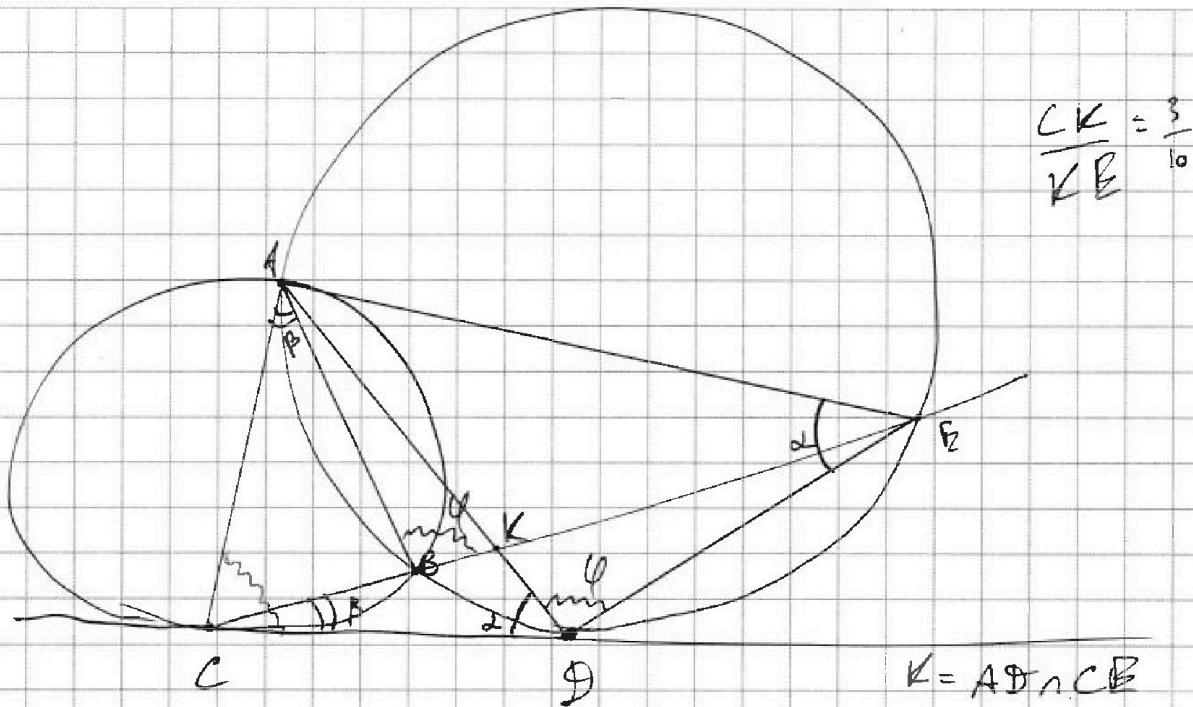


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CK}{KB} = \frac{3}{10}$$

$$K = AD \cap CB$$

$\angle CDA = \angle DBA = \alpha$  (rason)  $\Rightarrow$   $\triangle ACD \cong \triangle BDC$

$$\angle CAB = \angle DCB = B - II$$

$$\angle ABE = \angle ADB = \varnothing \quad (\text{odw. gryf})$$

$$\Delta CDB \Rightarrow \angle CED = \alpha - \beta - \gamma$$

$$\angle CBA = \angle CBD = 2\alpha + \beta + \sqrt{3} - \pi$$

$\angle BPA = \angle P$  (Bueno  $\leftarrow$  CKD)

$$\angle BFK = \overline{m} - q - \angle BRA = \overline{m} - q - \alpha - \beta$$

$$\angle DAB = \pi - q - \alpha \quad (\text{as } DAB)$$

$$\angle CAB = \angle ACB = \pi - \beta - \angle BAC - \angle DAB$$

$$-C \text{ CEA} = \pi - \beta - \alpha + \varphi + \alpha + \beta - \pi + \ell + \alpha -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

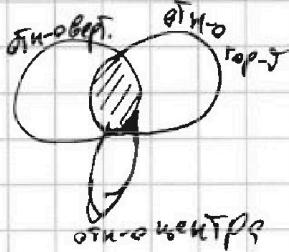
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим эти раскраски.

2 золотые рыбки в "Игровой" & могут быть любыми, а все остальные определяются  
одинаково  $\Rightarrow$  таких раскрасок

$$C_{1250}^2 = \frac{1250!}{(1250-2)! \cdot 2!} \quad (1250 = \frac{200 \times 250}{4})$$

5.



Т.о. всего различных способов  $3 C_{2500}^4 - 2 C_{1250}^2 =$

$$= 3 \cdot \frac{2500!}{2496! \cdot 4!} - 2 \cdot \frac{1250!}{1248! \cdot 2} = \cancel{\frac{2500!}{2496! \cdot 8}} - \frac{1250!}{1248!}$$

- ответ

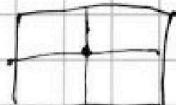


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. сколько способов - 11 - относительно  
горизонтальности ср. линии?

Доказательство В любом таком комбинации  
сверху над линии будет закрашено

4, никакие 4 определяются однозначно  
тогда всего способов  $C_{2500}^4 = \frac{2500!}{(2500-4)!4!}$  ( $2500 = \frac{250 \times 100}{2}$ )

2. Аналогично способы раскраски сим-ко  
отно- вертикальной линии  $C_{2500}^4$

3. Аналогична раскраска, сим-ко и еноту :  
ниж средней линии будут 4 клетки,  
а никакие 4 будут определяться оди-  
значно  $\Rightarrow$  таких комбинаций  $C_{2500}^4$

4. Пересекаются эти раскраски <sup>вертикально</sup> только  
тогда, когда обе заск-е клетки сим-ко  
и относительно ср. линии вертикальности  
и горизонтальности (тогда они сим-ко и  
относительно центра).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} (a-c)(b-c) = p^2, p - \text{простое число} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \begin{cases} a-c = b-c = p \\ a-c = b-c = -p \end{cases} \quad \begin{cases} a > 0 \\ a > b \\ a > b \end{cases} \\ \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a > b \\ a > b \end{cases} \\ \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a > b \\ a > b \end{cases} \\ \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a > b \\ a > b \end{cases} \\ \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a > b \\ a > b \end{cases} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left( \begin{array}{l} \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \\ a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{array} \right) \xrightarrow{\text{т.к. } a-c \neq 0} \left( \begin{array}{l} \begin{cases} c = b+1 \\ a-b = p^2-1 \\ c = a+1 \\ a-b = p^2+1 \end{cases} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{cases} a-b = (p-1)(p+1) \\ a-b \neq 0 \end{cases}} \left( \begin{array}{l} \begin{cases} a = b+1 \\ c = b+1 \\ a-b = (p-1)(p+1) \end{cases} \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a > b \end{array} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p-1 \not\equiv_3 0 \\ p+1 \not\equiv_3 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \not\equiv_3 1 \\ p \not\equiv_3 -1 \end{array} \right. \Rightarrow p \equiv_3 0, \text{ т.к. } p - \text{простое}$$

$$\text{т.к. } p = 3$$

$$a-b = 3-1 = 8$$

$$a = 8+b$$

$$\text{но у eqn. } a-b^2 = 560$$

$$8+b+b^2 = 560$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = -24 \\ b = 23 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -16 \\ a = -24 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 31 \\ a = 23 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} c = 24 \\ c = 23 \\ c = 2+1 \\ c = 0+1 \end{array} \right. \\ a, b, c \in \mathbb{Z}$$

все тройки  $(a, b, c)$ :

$$\left( \begin{array}{l} (-16; -24; -15) \\ (-16; -24; -23) \\ (31; 23; 32) \\ (31; 23; 24) \end{array} \right)$$

Ответ:



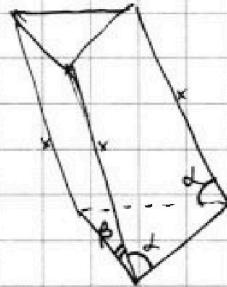


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

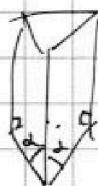


тк двойные рёбра призмы равны ( $x=x=3$ )  
рёбра основания равны

$$4 = 4$$

$$S_{\triangle} = 1 \cdot x \sin \alpha = 4$$

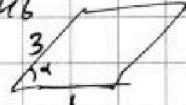
$$S_{\triangle} = 1 \cdot x \sin \beta = 3$$



Призма не распакована так, потому  
что тогда одна грань ~~была~~  
треугольником с боком бы треугольником

$$\Rightarrow x \cdot 1 = 3 \Rightarrow x = 3, \text{ тогда другая грань}$$

$$S_{\triangle} = 3 \cdot 1 \cdot \sin \alpha = 4 \text{ (чсл), но } \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow x >$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

СТРАНИЦА  
— ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

4

1

1

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\cos \alpha =$   
 $\sin \alpha =$   
 $\alpha = 0^\circ$   
 $ACB = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 2\alpha + 4 = 180^\circ - 2\alpha + 4 + 4 = 180^\circ - 2\alpha + 8 = 180^\circ - 2\alpha + 8 - 4 = 180^\circ - 2\alpha + 4 = 180^\circ - 2\alpha + 4 - 4 = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2\alpha - 2\alpha = 180^\circ - 4\alpha = 180^\circ - 4\alpha - 4\alpha = 180^\circ - 8\alpha = 180^\circ - 8\alpha - 8\alpha = 180^\circ - 16\alpha = 180^\circ - 16\alpha - 16\alpha = 180^\circ - 32\alpha = 180^\circ - 32\alpha - 32\alpha = 180^\circ - 64\alpha = 180^\circ - 64\alpha - 64\alpha = 180^\circ - 128\alpha = 180^\circ - 128\alpha - 128\alpha = 180^\circ - 256\alpha = 180^\circ - 256\alpha - 256\alpha = 180^\circ - 512\alpha = 180^\circ - 512\alpha - 512\alpha = 180^\circ - 1024\alpha = 180^\circ - 1024\alpha - 1024\alpha = 180^\circ - 2048\alpha = 180^\circ - 2048\alpha - 2048\alpha = 180^\circ - 4096\alpha = 180^\circ - 4096\alpha - 4096\alpha = 180^\circ - 8192\alpha = 180^\circ - 8192\alpha - 8192\alpha = 180^\circ - 16384\alpha = 180^\circ - 16384\alpha - 16384\alpha = 180^\circ - 32768\alpha = 180^\circ - 32768\alpha - 32768\alpha = 180^\circ - 65536\alpha = 180^\circ - 65536\alpha - 65536\alpha = 180^\circ - 131072\alpha = 180^\circ - 131072\alpha - 131072\alpha = 180^\circ - 262144\alpha = 180^\circ - 262144\alpha - 262144\alpha = 180^\circ - 524288\alpha = 180^\circ - 524288\alpha - 524288\alpha = 180^\circ - 1048576\alpha = 180^\circ - 1048576\alpha - 1048576\alpha = 180^\circ - 2097152\alpha = 180^\circ - 2097152\alpha - 2097152\alpha = 180^\circ - 4194304\alpha = 180^\circ - 4194304\alpha - 4194304\alpha = 180^\circ - 8388608\alpha = 180^\circ - 8388608\alpha - 8388608\alpha = 180^\circ - 16777216\alpha = 180^\circ - 16777216\alpha - 16777216\alpha = 180^\circ - 33554432\alpha = 180^\circ - 33554432\alpha - 33554432\alpha = 180^\circ - 67108864\alpha = 180^\circ - 67108864\alpha - 67108864\alpha = 180^\circ - 134217728\alpha = 180^\circ - 134217728\alpha - 134217728\alpha = 180^\circ - 268435456\alpha = 180^\circ - 268435456\alpha - 268435456\alpha = 180^\circ - 536870912\alpha = 180^\circ - 536870912\alpha - 536870912\alpha = 180^\circ - 1073741824\alpha = 180^\circ - 1073741824\alpha - 1073741824\alpha = 180^\circ - 2147483648\alpha = 180^\circ - 2147483648\alpha - 2147483648\alpha = 180^\circ - 4294967296\alpha = 180^\circ - 4294967296\alpha - 4294967296\alpha = 180^\circ - 8589934592\alpha = 180^\circ - 8589934592\alpha - 8589934592\alpha = 180^\circ - 17179869184\alpha = 180^\circ - 17179869184\alpha - 17179869184\alpha = 180^\circ - 34359738368\alpha = 180^\circ - 34359738368\alpha - 34359738368\alpha = 180^\circ - 68719476736\alpha = 180^\circ - 68719476736\alpha - 68719476736\alpha = 180^\circ - 137438953472\alpha = 180^\circ - 137438953472\alpha - 137438953472\alpha = 180^\circ - 274877906944\alpha = 180^\circ - 274877906944\alpha - 274877906944\alpha = 180^\circ - 549755813888\alpha = 180^\circ - 549755813888\alpha - 549755813888\alpha = 180^\circ - 1099511627776\alpha = 180^\circ - 1099511627776\alpha - 1099511627776\alpha = 180^\circ - 2199023255552\alpha = 180^\circ - 2199023255552\alpha - 2199023255552\alpha = 180^\circ - 4398046511104\alpha = 180^\circ - 4398046511104\alpha - 4398046511104\alpha = 180^\circ - 8796093022208\alpha = 180^\circ - 8796093022208\alpha - 8796093022208\alpha = 180^\circ - 17592186044416\alpha = 180^\circ - 17592186044416\alpha - 17592186044416\alpha = 180^\circ - 35184372088832\alpha = 180^\circ - 35184372088832\alpha - 35184372088832\alpha = 180^\circ - 70368744177664\alpha = 180^\circ - 70368744177664\alpha - 70368744177664\alpha = 180^\circ - 140737488355328\alpha = 180^\circ - 140737488355328\alpha - 140737488355328\alpha = 180^\circ - 281474976710656\alpha = 180^\circ - 281474976710656\alpha - 281474976710656\alpha = 180^\circ - 562949953421312\alpha = 180^\circ - 562949953421312\alpha - 562949953421312\alpha = 180^\circ - 112589990684264\alpha = 180^\circ - 112589990684264\alpha - 112589990684264\alpha = 180^\circ - 225179981368528\alpha = 180^\circ - 225179981368528\alpha - 225179981368528\alpha = 180^\circ - 450359962737056\alpha = 180^\circ - 450359962737056\alpha - 450359962737056\alpha = 180^\circ - 900719925474112\alpha = 180^\circ - 900719925474112\alpha - 900719925474112\alpha = 180^\circ - 1801439850948224\alpha = 180^\circ - 1801439850948224\alpha - 1801439850948224\alpha = 180^\circ - 3602879701896448\alpha = 180^\circ - 3602879701896448\alpha - 3602879701896448\alpha = 180^\circ - 7205759403792896\alpha = 180^\circ - 7205759403792896\alpha - 7205759403792896\alpha = 180^\circ - 14411518807585792\alpha = 180^\circ - 14411518807585792\alpha - 14411518807585792\alpha = 180^\circ - 28823037615171584\alpha = 180^\circ - 28823037615171584\alpha - 28823037615171584\alpha = 180^\circ - 57646075230343168\alpha = 180^\circ - 57646075230343168\alpha - 57646075230343168\alpha = 180^\circ - 115292150460686336\alpha = 180^\circ - 115292150460686336\alpha - 115292150460686336\alpha = 180^\circ - 230584300921372672\alpha = 180^\circ - 230584300921372672\alpha - 230584300921372672\alpha = 180^\circ - 461168601842745344\alpha = 180^\circ - 461168601842745344\alpha - 461168601842745344\alpha = 180^\circ - 922337203685490688\alpha = 180^\circ - 922337203685490688\alpha - 922337203685490688\alpha = 180^\circ - 184467440737098136\alpha = 180^\circ - 184467440737098136\alpha - 184467440737098136\alpha = 180^\circ - 368934881474196272\alpha = 180^\circ - 368934881474196272\alpha - 368934881474196272\alpha = 180^\circ - 737869762948392544\alpha = 180^\circ - 737869762948392544\alpha - 737869762948392544\alpha = 180^\circ - 1475739525896785088\alpha = 180^\circ - 1475739525896785088\alpha - 1475739525896785088\alpha = 180^\circ - 2951479051793570176\alpha = 180^\circ - 2951479051793570176\alpha - 2951479051793570176\alpha = 180^\circ - 5902958103587140352\alpha = 180^\circ - 5902958103587140352\alpha - 5902958103587140352\alpha = 180^\circ - 11805916207174280704\alpha = 180^\circ - 11805916207174280704\alpha - 11805916207174280704\alpha = 180^\circ - 23611832414348561408\alpha = 180^\circ - 23611832414348561408\alpha - 23611832414348561408\alpha = 180^\circ - 47223664828697122816\alpha = 180^\circ - 47223664828697122816\alpha - 47223664828697122816\alpha = 180^\circ - 94447329657394245632\alpha = 180^\circ - 94447329657394245632\alpha - 94447329657394245632\alpha = 180^\circ - 188894659314788491264\alpha = 180^\circ - 188894659314788491264\alpha - 188894659314788491264\alpha = 180^\circ - 377789318629576982528\alpha = 180^\circ - 377789318629576982528\alpha - 377789318629576982528\alpha = 180^\circ - 755578637259153965056\alpha = 180^\circ - 755578637259153965056\alpha - 755578637259153965056\alpha = 180^\circ - 1511157274518307930112\alpha = 180^\circ - 1511157274518307930112\alpha - 1511157274518307930112\alpha = 180^\circ - 3022314549036615860224\alpha = 180^\circ - 3022314549036615860224\alpha - 3022314549036615860224\alpha = 180^\circ - 6044629098073231720448\alpha = 180^\circ - 6044629098073231720448\alpha - 6044629098073231720448\alpha = 180^\circ - 12089258196146463440896\alpha = 180^\circ - 12089258196146463440896\alpha - 12089258196146463440896\alpha = 180^\circ - 24178516392292926881792\alpha = 180^\circ - 24178516392292926881792\alpha - 24178516392292926881792\alpha = 180^\circ - 48357032784585853763584\alpha = 180^\circ - 48357032784585853763584\alpha - 48357032784585853763584\alpha = 180^\circ - 96714065569171707527168\alpha = 180^\circ - 96714065569171707527168\alpha - 96714065569171707527168\alpha = 180^\circ - 193428131138343415054336\alpha = 180^\circ - 193428131138343415054336\alpha - 193428131138343415054336\alpha = 180^\circ - 386856262276686830108672\alpha = 180^\circ - 386856262276686830108672\alpha - 386856262276686830108672\alpha = 180^\circ - 773712524553373660217344\alpha = 180^\circ - 773712524553373660217344\alpha - 773712524553373660217344\alpha = 180^\circ - 1547425049106747320434688\alpha = 180^\circ - 1547425049106747320434688\alpha - 1547425049106747320434688\alpha = 180^\circ - 3094850098213494640869376\alpha = 180^\circ - 3094850098213494640869376\alpha - 3094850098213494640869376\alpha = 180^\circ - 6189700196426989281738752\alpha = 180^\circ - 6189700196426989281738752\alpha - 6189700196426989281738752\alpha = 180^\circ - 12379400392853978563477504\alpha = 180^\circ - 12379400392853978563477504\alpha - 12379400392853978563477504\alpha = 180^\circ - 24758800785707957126955008\alpha = 180^\circ - 24758800785707957126955008\alpha - 24758800785707957126955008\alpha = 180^\circ - 49517601571415914253910016\alpha = 180^\circ - 49517601571415914253910016\alpha - 49517601571415914253910016\alpha = 180^\circ - 99035203142831828507820032\alpha = 180^\circ - 99035203142831828507820032\alpha - 99035203142831828507820032\alpha = 180^\circ - 198070406285663657015640064\alpha = 180^\circ - 198070406285663657015640064\alpha - 198070406285663657015640064\alpha = 180^\circ - 396140812571327314031280128\alpha = 180^\circ - 396140812571327314031280128\alpha - 396140812571327314031280128\alpha = 180^\circ - 792281625142654628062560256\alpha = 180^\circ - 792281625142654628062560256\alpha - 792281625142654628062560256\alpha = 180^\circ - 1584563250285309256125120512\alpha = 180^\circ - 1584563250285309256125120512\alpha - 1584563250285309256125120512\alpha = 180^\circ - 3169126500570618512250241024\alpha = 180^\circ - 3169126500570618512250241024\alpha - 3169126500570618512250241024\alpha = 180^\circ - 6338253001141237024500482048\alpha = 180^\circ - 6338253001141237024500482048\alpha - 6338253001141237024500482048\alpha = 180^\circ - 12676506002282474049000964096\alpha = 180^\circ - 12676506002282474049000964096\alpha - 12676506002282474049000964096\alpha = 180^\circ - 25353012004564948098001928192\alpha = 180^\circ - 25353012004564948098001928192\alpha - 25353012004564948098001928192\alpha = 180^\circ - 50706024009129896196003856384\alpha = 180^\circ - 50706024009129896196003856384\alpha - 50706024009129896196003856384\alpha = 180^\circ - 101412048018259792392007712728\alpha = 180^\circ - 101412048018259792392007712728\alpha - 101412048018259792392007712728\alpha = 180^\circ - 202824096036519584784001542456\alpha = 180^\circ - 202824096036519584784001542456\alpha - 202824096036519584784001542456\alpha = 180^\circ - 405648192073039169568003088912\alpha = 180^\circ - 405648192073039169568003088912\alpha - 405648192073039169568003088912\alpha = 180^\circ - 811296384146078339136006177824\alpha = 180^\circ - 811296384146078339136006177824\alpha - 811296384146078339136006177824\alpha = 180^\circ - 1622592768292156678272001555648\alpha = 180^\circ - 1622592768292156678272001555648\alpha - 1622592768292156678272001555648\alpha = 180^\circ - 3245185536584313356544003111296\alpha = 180^\circ - 3245185536584313356544003111296\alpha - 3245185536584313356544003111296\alpha = 180^\circ - 6490371073168626713088006222592\alpha = 180^\circ - 6490371073168626713088006222592\alpha - 6490371073168626713088006222592\alpha = 180^\circ - 12980742146337253426176001244184\alpha = 180^\circ - 12980742146337253426176001244184\alpha - 12980742146337253426176001244184\alpha = 180^\circ - 25961484292674506852352002488368\alpha = 180^\circ - 25961484292674506852352002488368\alpha - 25961484292674506852352002488368\alpha = 180^\circ - 51922968585349013704704004976736\alpha = 180^\circ - 51922968585349013704704004976736\alpha - 51922968585349013704704004976736\alpha = 180^\circ - 103845937170698027409408009953472\alpha = 180^\circ - 103845937170698027409408009953472\alpha - 103845937170698027409408009953472\alpha = 180^\circ - 207691874341396054818816019906944\alpha = 180^\circ - 207691874341396054818816019906944\alpha - 207691874341396054818816019906944\alpha = 180^\circ - 415383748682792109637632039813888\alpha = 180^\circ - 415383748682792109637632039813888\alpha - 415383748682792109637632039813888\alpha = 180^\circ - 830767497365584219275264079627776\alpha = 180^\circ - 830767497365584219275264079627776\alpha - 830767497365584219275264079627776\alpha = 180^\circ - 166153499473116843855052815925552\alpha = 180^\circ - 166153499473116843855052815925552\alpha - 166153499473116843855052815925552\alpha = 180^\circ - 332306998946233687710105631851104\alpha = 180^\circ - 332306998946233687710105631851104\alpha - 332306998946233687710105631851104\alpha = 180^\circ - 664613997892467375420211263702208\alpha = 180^\circ - 664613997892467375420211263702208\alpha - 664613997892467375420211263702208\alpha = 180^\circ - 1329227995784934750840422527404416\alpha = 180^\circ - 1329227995784934750840422527404416\alpha - 1329227995784934750840422527404416\alpha = 180^\circ - 2658455991569869501680845054808832\alpha = 180^\circ - 2658455991569869501680845054808832\alpha - 2658455991569869501680845054808832\alpha = 180^\circ - 5316911983139739003361690109617664\alpha = 180^\circ - 5316911983139739003361690109617664\alpha - 5316911983139739003361690109617664\alpha = 180^\circ - 1063382396627947800672338021923532\alpha = 180^\circ - 1063382396627947800672338021923532\alpha - 1063382396627947800672338021923532\alpha = 180^\circ - 2126764793255895601344676043847064\alpha = 180^\circ - 2126764793255895601344676043847064\alpha - 2126764793255895601344676043847064\alpha = 180^\circ - 4253529586511791202689352087694128\alpha = 180^\circ - 4253529586511791202689352087694128\alpha - 4253529586511791202689352087694128\alpha = 180^\circ - 8507059173023582405378704175388256\alpha = 180^\circ - 8507059173023582405378704175388256\alpha - 8507059173023582405378704175388256\alpha = 180^\circ - 17014118346047164810757408350776512\alpha = 180^\circ - 17014118346047164810757408350776512\alpha - 17014118346047164810757408350776512\alpha = 180^\circ - 34028236692094329621514816701553024\alpha = 180^\circ - 34028236692094329621514816701553024\alpha - 34028236692094329621514816701553024\alpha = 180^\circ - 68056473384188659243029633403106048\alpha = 180^\circ - 68056473384188659$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -1$$

$$\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{2\cos^2 x} = \frac{-1}{2\cos^2 x}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \frac{1}{2}$$

Черновик  $(A+B)\sqrt{A^2 + B^2} \sin(Ax + B)$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

и

$$2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x$$

$$\cos 3x = \cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x$$

$$+ 3 \cos^2 x - 3 \sin^2 x + 6 \cos^3 x =$$

$$= \cos^2 x (\cos x + 3) - 3 \sin^2 x (\cos x + 1) + 6 \cos x$$

$$(1 - \cos^2 x)$$

7 8 9 10 11 12 13 14 15

~

$\exists \Rightarrow q \neq 1, b \neq 0$

$$b, q^6, \dots$$

$$b, q^{12} = 5 - x \quad | \cdot q^6$$

$$q^6 = 5 - x$$

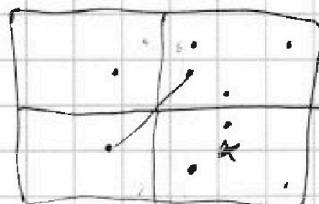
?

$$\sqrt{(13-2)/(2+2)}$$

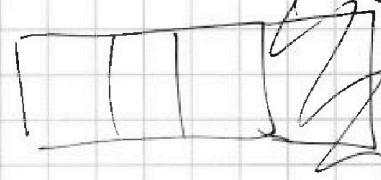
$$a-b=p-1 \quad \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$a-b=(p-1)(p+1)$$

$$a-c=\frac{b-c}{3!} = \frac{1}{(p-2)! \cdot 2!} = 3$$



$$\frac{2}{2} \times \frac{2}{2}$$



$$a-c=-1$$

$$b-c=0$$



$$\sqrt{560} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2}$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$560 = 6^2 \cdot 3$$

$$= 2^6 \cdot 3$$

$$= 2^6 \cdot 3 = 192$$

$$= 192$$

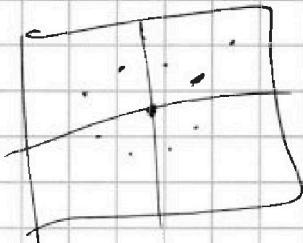


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

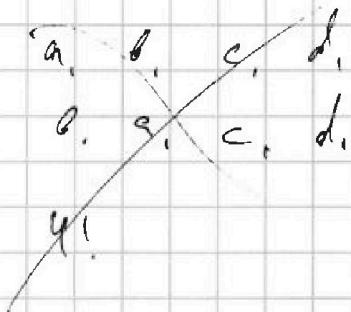


Черновик

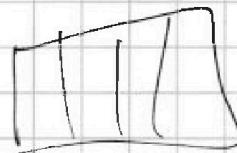
$$C_{2500}^4 + C_{2500}^4 - C_{1250}^2$$

~~$$5000 \cdot 4998 \cdot 4996 \cdot 4994$$~~

$$= 4!$$



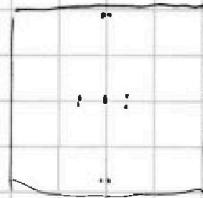
$$= C_{2500}^4$$



$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2!}$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!}$$

$$2C_{2500}^4 - 2C_{1250}^2 +$$



$$\frac{2 \cdot 2500!}{25}$$

$$ab = 4x - x^2 - xz + 12 - 3x - 3z = x^2 - x^2 - xz - 3z$$

$$ab + d = \cancel{x} + \cancel{x} - \cancel{x^2} - \cancel{xz} - \cancel{3z} - \cancel{xz}$$