



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



- ✓ 1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .
- ✓ 2. [4 балла] Решите систему уравнений
- $$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$
- ✓ 3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение
- $$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$
- имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .
- ✓ 4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .
- ± 5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
- ± 6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a > b$ ,
  - число  $a - b$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(~21)

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \quad (1)$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (2)$$

$$(2): |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad \sqrt{225-z^2} \stackrel{(*)}{\leq} \sqrt{225} = 15$$

$$\Rightarrow |y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

$$\underline{1^{\text{сл}}} \quad y \geq 35 \Rightarrow y-20 + 2y-70 = 3y-90 \geq 3 \cdot 35 - 90 = 15$$

$$(*) \quad \forall y \in \mathbb{R}: y \geq 25 \text{ подходит только } y=35 \text{ и } z=0$$

$$\underline{2^{\text{сл}}} \quad 20 \leq y < 35 \Rightarrow y-20 - 2y+70 = 50-y \stackrel{(*)}{\geq} 15 \Rightarrow \text{нет решений}$$

$$\underline{3^{\text{сл}}} \quad y < 20 \Rightarrow -y+20 - 2y+70 = 90-3y \geq 30 \Rightarrow$$

$$(*) \Rightarrow \text{нет решений}$$

тогда решения могут быть только при  $y=35 \quad z=0$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \sqrt{x+z} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} = 2\sqrt{-(x^2+2x-35)} \quad \begin{matrix} x_1=5 \\ x_2=-7 \end{matrix}$$

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x-5)(x+7) \cdot (-1)}$$

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

$$\text{пусть } \sqrt{x+z} = a \quad \sqrt{5-x} = b \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{2} = 6$$

$$\Rightarrow a-b + \frac{a^2+b^2}{2} = 2ab \quad | \cdot 2$$

$$a^2+b^2 - 4ab + 2a + 2b = 0$$

$$(a-b)^2 + 2(a-b) - 2ab = 0$$

...

Ответ:  $y=35 \quad z=0 \quad x=...$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№31

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 2 \in [-1; 1] \Rightarrow p \in [-10; 10]$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos^2 x - 3 \cos x \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x = 3 \cos^2 x + p$$

$$\Rightarrow 3(1 - \cos x) \sin^2 x = \frac{p - \cos^3 x - 6 \cos x + 3 \cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

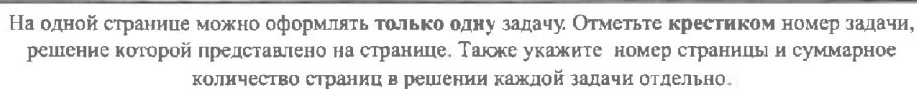
$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{p - \cos^3 x - 6 \cos x + 3 \cos^2 x}{3(1 - \cos x)}$$

$$\Rightarrow \sin(x) = \pm \sqrt{\frac{p - \cos^3 x - 6 \cos x + 3 \cos^2 x}{3(1 - \cos x)}} = t \cos x \pm 1$$

$$\begin{aligned} 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x &= 6 \cos^2 x - 3 + p \\ \cos^3 x + 3 \cos x &= 6 \cos^2 x - 3 + p \\ 4t^3 - 6t^2 + 3t - 3 + p &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_1 = \arcsin t + 2\pi k \\ x_2 = \pi - \arcsin t + 2\pi l \end{cases} \quad k, l \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } p \in [-10; 10]$$



СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow \frac{CM}{ME} = \frac{9}{25}$$

ищем  $2 \cdot AED = 2 \Rightarrow$

$$\therefore \angle ADC = \angle AED = \angle$$

(гуга  $\bar{AD}$ ) y  $\omega_2$

также  $\angle ECD = \beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle CAB = \angle ECD = \rho$$

1.  $\varphi_{\text{гггг}}$  (в  $\omega_1$ )

нужно  $k \in (CD)$  и лемма

справа от  $D$  и пусть  $\angle EPK = \gamma \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle EAD = \angle EDK = 90^\circ \quad (\text{given } ED \perp AD)$$

$$\therefore \angle CMD = \angle E \quad 180^\circ - \angle ECD - \angle ADC = 180^\circ - \angle - \beta \quad \therefore$$

$$\Rightarrow \angle EMD = \alpha + \beta$$

$$\angle EDA = 180^\circ - \angle ADC - \angle EDK = 180^\circ - \alpha - \gamma$$

$$\Rightarrow \angle CED (\text{in } \triangle MED) = 180 - \alpha - \beta - 180 + \alpha + \gamma = \gamma - \beta$$

$$\Rightarrow \angle A D = \angle B E D = \gamma - \rho \quad (\text{гуга } B P \text{ y } \omega_2)$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \beta + \alpha - \beta = \alpha = \angle DAE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AD) - \text{Симметрия } B \in CAE \Rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{CM}{ME} = \frac{9}{25}$$

мыслим  $CA = 3y \Rightarrow AE = 25y$

т.к. D лежит на биссектрисе  $\angle ACE \Rightarrow$  она равноудалена от (AC) и (AE)

пусть  $\Pi_{P(A)} D = H_1$        $\Pi_{P(A^c)} D = H_2$

$$\Rightarrow \Delta H_1 = \Delta H_2$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{DH_1 \cdot AC}{DH_2 \cdot AE} = \frac{9}{25}$$

Значит  $\angle CAD = \angle DAE - \gamma$  и  $\angle CDA = \angle DEA = \delta \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AED$  по двум углам

$$CK = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{ED}{DC} = \frac{5}{3}$$

Ans:  $\frac{ED}{DC} = \frac{5}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(~51)

Т.к. в прямоугольнике чётное кол-во клеток в высоту и ширину, то  $\forall$  клетки её образ относительно ср. линии  $\neq$  образу отн. центра  $\neq$  образу отн. 2-ой ср. линии. Так что нужно просто считать 3 случая

1сл симметричны отн. вертикальной ср. линии тогда надо выбрать 4 точки ~~от~~ в.о.о. слева от ср. линии и автоматически получить образы 4-ёх оставшихся  $= C_{15000}^4$

ещ аналогично 1сл отн. горизонтальной ср. линии  $= C_{15000}^4$

3сл отн. центра мы выбираем первую точку и симметрично ~~от~~ ~~кажд~~ центру получаем образ  $\Rightarrow = C_{30000}^4$

Ответ:  $2 \cdot C_{15000}^4 + C_{30000}^4$

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$   $a \not\equiv_3 b$   $(a-c)(b-c) = p^2$   $a+b^2 = 820$   
 $a, b, c \in \mathbb{Z}$   $p \in \mathbb{P}$  - прост. числа, т.к.  $p \in \mathbb{P} \Rightarrow \exists$  случаи:

1сл  $\begin{cases} (a-c) = p \\ (b-c) = p \end{cases} \Rightarrow a = b$  - противоречие

2сл  $\begin{cases} (a-c) = 1 \\ (b-c) = p^2 \end{cases} \Rightarrow c = a-1 \Rightarrow (b-a+1) = p^2$  т.к.  $a > b$ , то  $p < 1$  - противоречие

3сл  $\begin{cases} (a-c) = p^2 \\ (b-c) = 1 \end{cases} \Rightarrow c = b-1 \Rightarrow a-b+1 = p^2$

рассмотрим подслучаи

1. подсл  $a \equiv_3 0$   $b \equiv_3 1 \Rightarrow a-b+1 \equiv_3 0-1+1 \equiv_3 0 \Rightarrow p=3$   
 $\Rightarrow a-b+1 = 9$   $\Rightarrow a = b+8$   
 $\Rightarrow b+8+b^2 = 820$   
 $b^2+b-812=0$   
 $D = 1+4 \cdot 812 = 1+3248 = 3249 = 3 \cdot 1083 = 9 \cdot 19^2$   
 $\Rightarrow b_1 = \frac{1-3 \cdot 19}{2} = -28$   $b_2 = \frac{1+57}{2} = 29$   
 $a_1 = -20$   $a_2 = 37$   
 $c_1 = -29$   $c_2 = 28$

2. подсл  $a \equiv_3 1$   $b \equiv_3 2 \Rightarrow a-b+1 \equiv_3 1-2+1 \equiv_3 0 \Rightarrow p=3$

3. подсл  $a \equiv_3 2$   $b \equiv_3 1 \Rightarrow a-b+1 \equiv_3 2-1+1 \equiv_3 2 \Rightarrow p^2 \neq 2$

4. подсл аналогично остальным подслучаям

Ответ:  $(-20; -28; -29)$  и  $(37; 29; 28)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~xy~~

$$x+y+\frac{x^2+y^2}{2} = \cancel{xy} \quad 2xy$$

~~xy~~  $2x+2y+x^2+y^2-4xy=0$

$$2(x+y)+(x-y)^2-2xy=0$$





1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \cos x \sin x \cdot \sin x =$$

$$= \cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x =$$

$$= \cos^3 x - 3 \cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p \quad \cos x = t$$

$$t \in (0; 1)$$

$$4t^3 + 3t - 6t^2 + 3 - p = 0$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

$$\cos 3x + 6 \cos x + 6 \cos^2 x + 3 + p = 0$$

$$1) \quad 6 \cos x (\cos x + 1) \quad 6 \cos x (1 - \cos x)$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 - p = 4 \cos^3 x - p + 3(1 - \cos x)$$

$$4 \cos^3 x - p + (6 \cos x + 3)(1 - \cos x) = 0$$

$$\cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x + 6 \cos x = 3(\cos^3 x - \sin^2 x) + p$$

$$3 \sin^2 x (-3 \cos x \sin^2 x + 3 \sin^2 x) + \cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x - p = 0$$

$$3 \sin^2 x (1 - \cos x) + \cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x - p = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{\cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x - p}{3 \cos x}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{\cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x - p}{3(1 - \cos x)}} = t$$

$$x_1 = \pi - \arcsin t + 2\pi k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \arcsin t + 2\pi k$$

$$\cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x - p \geq 0$$

$$\cos x \neq 1$$

$$t^3 - 3t^2 + 6t - p \geq 0$$

$$p \in (-10; 10)$$

$$4 \frac{2}{3} p$$

$$2 - 3 - p \geq 0$$

$$\cos^3 x + 6 \cos x - 3 \cos^2 x - p \geq 0$$

$$1) \quad a^3 + 6a - 3a^2 - p \geq 0$$

$$1 - a > 0$$

$$1 > a \Rightarrow \cos x \neq 1$$

$$a-b + \frac{a^2+b^2}{2} = 2ab$$

$$a^2+b^2+a-b-2ab=0$$

$$(a-b)^2+(a-b)=2ab$$

$$(a-b)(a+b+1)=2ab$$

$$a-b + \frac{a^2+b^2}{2} = 2ab$$

$$2a-2b+a^2+b^2-4ab=0$$

$$(a-b)^2=2(b+ab-a)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - b + 6 = 2ab$$

$$a + 6 = b(2a + 1)$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 6 = \sqrt{ab}$$

$$b = \frac{a+6}{2a+1}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{ab} = -6$$

$$\sqrt{5-x} = \frac{\sqrt{x+7} + 6}{2\sqrt{x+7} + 1}$$

$$a - \frac{a+6}{2a+1} + 6 = \frac{2a(a+6)}{2a+1}$$

$$a(2a+1) - a + 6 + 6(2a+1) = 2a(a+6)$$

$$2a^2 + a - a + 6 + 12a + 6 = 2a^2 + 12a$$

$$a - b + 6 = 2ab$$

$$a + 6 = (2a + 1)b$$

$$b = \frac{a+6}{2a+1}$$

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{5-x} = \frac{\sqrt{x+7} + 6}{2\sqrt{x+7} + 1}$$

$$5-x = \frac{x+7+36+12\sqrt{x+7}}{4x+28+1+4\sqrt{x+7}}$$

$$\Rightarrow 5-x = \frac{x+7+36+12\sqrt{x+7}}{4x+28+1+4\sqrt{x+7}}$$

$$\frac{a+b}{2} = 6$$

$$\frac{x+7+5-x}{2} = 6$$

$$a + b + 6 = 2ab$$

$$6 = 2ab - a + b$$

$$b = 2a$$

$$x \in (5, -x)$$

$$2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 2ab + b +$$

$$5 \cdot \frac{1}{2} = 2ab + b - a - \frac{1}{2} =$$

$$= b(2a+1) - (a + \frac{1}{2}) =$$

$$= (2b-1)(a + \frac{1}{2})$$

$$\frac{13}{2} = (2b-1)(a + \frac{1}{2})$$

$$13 = (2b-1)(2a+1)$$

$$a > b$$

$$\sqrt{b}$$

$$a \neq b$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$p \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{P}$$

$$a + b^2 = 820$$

$$a = 3k_0 + l_0$$

$$l_0 \in [0; 2] \in \mathbb{Z}$$

$$b = 3k_1 + l_1$$

$$3k_0 + l_0 + 9k_1^2 + 6k_1l_1 + l_1^2 = 820$$

$$\Rightarrow l_0 + l_1^2 \equiv_3 820 \equiv_3 1$$

$$\Rightarrow$$

$$a - b + 6 = 2ab$$

$$\frac{a+6}{2a+1} = b$$

$$\sqrt{x+7} = \frac{\sqrt{5-x} + 6}{2\sqrt{5-x} + 1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$x^2 - k = 0$   
 $D = 0 + 4k = 4k$   
 $x_1 = \frac{2\sqrt{k}}{2} \quad x_2 = \frac{-2\sqrt{k}}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{k} \quad x_2 = -\sqrt{k}$

$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$   $\cos x \in (-1; 1)$   
 $\Rightarrow \cos 3x + 6 \cos x \in (-7; 7)$   
 $3 \cos 2x \in (-3; 3)$   
 $\Rightarrow p \in (-10; 10)$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$   
 $\cos 3x = \cos(2x) \cdot \cos x - \sin(2x) \sin x =$   
 $= (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \cos x \sin x (\sin x) =$   
 $= \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \cos x \sin^2 x =$   
 $= \cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x$

$a - b + 6 = ab$   
 $a + 6 = (a+1)b \Rightarrow b = \frac{a+6}{a+1}$   
 $\frac{a+6}{a+1} = \frac{a+6}{a+1}$

$\frac{ED}{CD} = \frac{CM}{ME} = \frac{9}{25}$   
 $CB \cdot CE = CD^2$   
 $\angle AED = \angle ADC = 2\gamma$   
 $\angle CAB = \angle BCD = \beta$   
 $\angle EDK = \angle EAD = \gamma \Rightarrow \angle BED = \gamma - \beta =$   
 $= \angle BAD \Rightarrow \angle CAD = \gamma$   
 $(180 - (2 + \beta)) - (180 + 2 - \gamma) = 180 - 2 - \beta + 180 + 2 + \gamma =$   
 $= \gamma - \beta$   
 $\angle BED = 180 - \gamma - \beta$   
 $\angle BAD \angle AEB = 180 - \gamma - 180 + 2 + \beta = 2 + \beta - \gamma$   
 $\angle ABE = \angle AEB = \gamma - \beta \Rightarrow \angle CAD = \gamma$   
 $\triangle ABE \sim \triangle CME \sim \triangle BMD$   
 $\angle CAE = \angle EBD \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle AED}} = \frac{9}{25}$   
 $\triangle ADC \sim \triangle AED$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \quad (N2)$$

$$|y-201| + 2|y-351| = \sqrt{225-z^2}$$

$$|y-201| + 2|y-351| \geq 15 \quad \forall y \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq 15$$

$$\Rightarrow y=35 \quad z=0$$

$$x+7 \geq 0 \quad x \geq -7$$

$$5-x-3z \geq 0$$

$$5-x \geq 3z \Rightarrow 12 \geq 3z$$

$$\Rightarrow 4 \geq z$$

$$\Rightarrow z \in (-15; 4)$$

$$225 - z^2 \geq 0$$

$$225 \geq z^2$$

$$z \in (-15; 15)$$

$$a > b$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z} \quad (N6)$$

$$a-b \neq 30$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad p \in \mathbb{P}$$

$$a+b^2 = 820$$

$$a \neq 3b$$

$$a = 3k_0 + k_1$$

$$b = 3k_2 + k_3$$

$$k_1 \neq k_3$$

$$k_1, k_3 \in \{0, 1, 2\}$$

$$3k_0 + k_1 + (3k_2 + k_3)^2 = 820$$

$$3k_0 + k_1 + 9k_2 + 6k_2k_3 + k_3^2 = 820$$

$$\Rightarrow k_1 + k_3^2 \neq 30$$

$$1) k_1 = 0 \quad k_3 = 1$$

$$2) k_1 = 0 \quad k_3 = 2$$

$$3) k_1 = 1 \quad k_3 = 0$$

$$4) k_1 = 2 \quad k_3 = 0$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$(3k_0 + k_1 - c)(3k_2 + k_3 - c) = p^2$$

$$10, 2, 1$$

$$3 \cdot 1 = 3^2$$

$$(a-c) = 3 \cdot (b-c)$$

$$p \neq 2 \text{ иначе}$$

$$a, b \in \mathbb{Z} \quad a, b, c \notin \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q^6 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \quad \text{1. Q23.} \quad \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \geq 0 \Rightarrow \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$

$$b \cdot q^9 = x+4 \quad b \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \quad q^2 = \frac{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}}{x+4} \Rightarrow q = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}}{x+4}}$$

знаменатель всегда

меньше 0 при  $x < 3$  и  $15x+6 > 0$

$\Rightarrow \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$  при  $x \in (-\infty; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \geq 0 \quad (15x+6)(x-3) \geq 0$$

$$\begin{array}{c} - \\ -\frac{6}{15} \quad 3 \end{array} \rightarrow x$$

$\Rightarrow$  остаётся старое Q23

$$q^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \geq 0 \Rightarrow x > -4$$

$$\Rightarrow x \in (-4; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{b \cdot q^9}{b q^3} = q^6 = \frac{x+4}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = (q^2)^3 = \left( \frac{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}}{x+4} \right)^3 \cup (3; +\infty)$$

$$\Rightarrow \frac{x+4}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = \frac{\sqrt{(15x+6)^3} \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{(x+4)^3} \Rightarrow$$

$$(x+4)^4 = \sqrt{(15x+6)^3} \cdot \sqrt{(x-3)^3} \cdot \frac{\sqrt{(15x+6)}}{\sqrt{(x-3)^3}}$$

$$\Rightarrow (x+4)^4 = \sqrt{(15x+6)^4} = (15x+6)^2$$

пусть  $(x+4)^2 = a^2 > 0$  и  $(15x+6) = b$

$\Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$ , причём  $a > 0$

1.  $(x+4)^2 = 15x+6 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$

$x^2 - 7x + 10 = 0 \quad D = 49 - 40 = 9 \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 = \frac{7+3}{2} = 5 \quad x_2 = \frac{7-3}{2} = 2 \notin \text{OD3}$$

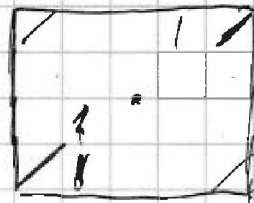
2м  $x \in (x+4)^2 = -15x - 6$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0 \quad x_1 = -1$$

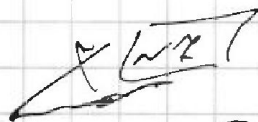
$$x_2 = -22 \notin \text{OD3}$$

Ответ:  $x_1 = 5 \quad x_2 = -1$



т.к. в прямоугольнике чётное кол-во клеток  
в высоту и ширину, то в клетках  
её образ относительно прямой  $\neq$  образу  
относительно центра  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$



$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 53$$

$$2 \cdot 14 + 2 \cdot 53$$

