



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC ; пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть первый элемент равен a , второй $a+d$, третий $a+2d$ и т.д.

$$\begin{aligned} a+2d &= 3x+3 \Rightarrow 3 \text{ элемент арифм прогрессии} \\ a+4d &= (x^2+2x)^2 \Rightarrow 5 \text{ элемент арифм прогрессии} \\ a+8d &= 3x^2 \Rightarrow 9 \text{ элемент арифм прогрессии} \end{aligned}$$

Вычтем из 3 равенства первое:

$$a+8d - a - 2d = 3x^2 - 3x - 3 \Rightarrow 6d = 3x^2 - 3x - 3$$

3

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$a+8d = 3x^2 \Rightarrow a+4x^2-4x-4 = 3x^2$$

$$a = -x^2 + 4x + 4$$

Подставим a и d во второе равенство

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Разложим на средние
какие равенства.

$$(x+1)^2(x^2+2x-2) = 0$$

Значит либо $x = -1$ либо $x^2+2x-2 = 0$

$$1) x = -1 \text{ то } d = \frac{1}{2} \quad a = -x^2 + 4x + 4 = -1 - 4 + 4 = -1$$

Проверим подходит ли оно

$$-1 + 1 = -3 + 3 = 0 \quad \checkmark$$

$$-1 + 2 = (1 + -2)^2 = 1 \quad \checkmark$$

$$-1 + 4 = 3 \cdot -1^2 = 3 \quad \checkmark$$

Вариант $x = -1$ подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) x^2 + 2x - 2 = 0 \quad D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{3}$$

~~$$d = \frac{1+3-2\sqrt{3}+1+\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$~~

Если подставить x_1 то все будет выполняться т.к. все x

~~$$a = x^2 + 4x + 4 = 1 + 2\sqrt{3} + 4 + 4\sqrt{3} + 4 = 9 + 6\sqrt{3}$$~~

~~$$4 + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 8 + 6\sqrt{3} = 3 \cdot x + 3 = 3 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$~~

~~$$d = \frac{1+3-2\sqrt{3}+1-\sqrt{3}-1}{2} = \frac{4-3\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$~~

~~$$4 + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = a = -x^2 + 4x + 4 = -1 + 2\sqrt{3} - 3 - 4 + 4\sqrt{3} + 4 =$$~~

~~$$a + 2d = 3x + 3 \Rightarrow 6\sqrt{3} - 4 + 4 \cdot 3\sqrt{3} = -3 + 3\sqrt{3} - 3 = 3\sqrt{3}$$~~

~~$$3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \checkmark$$~~

Аналогично с другим x_2 если подставить равенство будет выполняться.

$$3) x_2 = -1 - \sqrt{3}; 2d = x^2 - x - 1 \Rightarrow 2d = 1 + 3 + 2\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = 4 + 3\sqrt{3}$$

$$a = -x^2 + 4x + 4 = -4 - 4\sqrt{3} + 4 - 4 + 4\sqrt{3} + 4 = -4 - 6\sqrt{3}$$

Третий вариант тоже подходит из-за равенствости переходов во время решения.

Ответ: $x = -1$; $x = -1 + \sqrt{3}$; $x = -1 - \sqrt{3}$ при каких a и d указано в решении.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \text{ Нужно максимизировать } 4y+8x$$

Сделаем замену, то есть пусть $a = x-3y$

$$b = 3x-y$$

тогда $\begin{cases} |a| \leq 3 \\ |b| \leq 1 \end{cases}$

$$4y+8x = \frac{7b-5a}{2} = \frac{21x-7y-5x+15y}{2} = \frac{16x+8y}{2} = 8x+4y$$

Нужно максимизировать $\frac{7b-5a}{2}$

$$7b \max \Rightarrow 7 \cdot 1 = 7$$

$$5a \min \text{ при } a = -3 \text{ то есть } 5 \cdot (-3) = -15$$

$$\text{то есть это максимум } \frac{7b-5a}{2} = \frac{7+15}{2} = 11$$

Получим оценку, что больше 11 не получится
приведем пример где $4y+8x=11$

$$\begin{cases} 3x-y=1 \\ x-3y=-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x-3y=-3 \Rightarrow x=-3+3y$$

$$3x-y = -9+9y-y=1 \Rightarrow 8y=10 \Rightarrow y=\frac{5}{4}$$

$$x = -3 + 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

Проверка

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} = -1$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5+6=11$$

$$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -3$$

Получим пример на 11

Ответ: $4y+8x$ максимум 11 достигается при $x=\frac{3}{4}$ и $y=\frac{5}{4}$, докажем, что больше 11 получить невозможно.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Применение теоремы косинусов для треугольников

$\triangle BZM$ и $\triangle YMC$. Вероятно $BM = MC = p$

$$\angle YMC = \angle ZYC = \angle BZM = 2$$

Рассмотрим $\triangle BZM$:

$$BM^2 = BZ^2 + ZM^2 - 2 \cdot BZ \cdot ZM \cdot \cos 2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \cos 2$$

В $\triangle YMC$ теорема косинусов:

$$CM^2 = YC^2 + YM^2 - 2 \cdot YC \cdot YM \cdot \cos 2 = 20^2 + 24^2 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \cos 2$$

Приравняем $BM^2 = CM^2$

$$24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \cos 2 = 20^2 + 24^2 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \cos 2$$

$$144 - 576 \cos 2 = 400 - 960 \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{286}{960 - 576} = \frac{286}{384} = \frac{2}{3}$$

$$BM^2 = p^2 = 144 + 576 - 576 \cdot \frac{2}{3} = 144 + \frac{1}{3} \cdot 576 = 144 + 192 = 336$$

$$BC = 2BM = 2 \cdot \sqrt{336} = \sqrt{1344} = 8 \cdot \sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8 \cdot \sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 + 5y = y^4 - 5x + 5y^2 \end{cases}$$

Заметим, что $\sqrt{y} \geq 0$ и $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$ и $x \geq 0$

$$x^4 + 5x^2 + 5y = y^4 + 5y^2 - 5x$$

$$x^4 + 5x^2 + 5x = y^4 + 5y^2 + 5y$$

Заметим что функция имеет один в вер.

$$f(x) = x^4 + 5x^2 + 5x$$

Из этого следует т.к. x и $y \geq 0$

то $x^4 + 5x^2 + 5x = y^4 + 5y^2 + 5y$ если x равен нулю то то единственное значение y при котором равенство верно это $x=y$ т.к.

если $y < x$ то $y^4 + 5y^2 + 5y < x^4 + 5x^2 + 5x$ и наоборот если $x < y$ то $y^4 + 5y^2 + 5y > x^4 + 5x^2 + 5x$

Значит из второго равенства в системе уравнений получаем, что $x=y$

Мы знаем, что $\sqrt{6-y} > 0 \Rightarrow 6-y > 0 \Rightarrow y < 6$

ОДЗ: $x \geq 0$ и $x \leq 6$ т.к. $x=y$ как мы выяснили.

Подставим $y=x$.

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

Возведем обе части в квадрат, получим:

$$x+1+6-x-2\sqrt{x+1}\sqrt{6-x} = 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

$$7 - 2\sqrt{5x+6-x^2} = 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

Перенесем все в одну часть.

$$4(6+5x-x^2) - 18\sqrt{6+5x-x^2} + 18 = 0$$

Проведем замену $d = \sqrt{6+5x-x^2}$

$$4d^2 - 18d + 18 = 0 \quad \text{и} \quad d \geq 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 18 \cdot 2 = 36$$

$$d_1, d_2 = \frac{18 \pm \sqrt{36}}{8} = \frac{18 \pm 6}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \quad \text{и} \quad \frac{18+6}{8} = 3$$

$$1) d_2 = 3 \text{ то: } \sqrt{6+5x-x^2} = 3$$

$$6+5x-x^2 = 9 \Rightarrow -x^2+5x-3=0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_1, x_2 = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{-2} \quad \text{или} \quad x_1 = \frac{-5 - \sqrt{13}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} > 0 \quad \text{и} \quad \frac{5 + \sqrt{13}}{2} < 6$$

$$\text{или} \quad x_1 < 6 \text{ по к. } \frac{5 + \sqrt{13}}{2} < 6 \Rightarrow 5 + \sqrt{13} < 12$$

$$2 - 5 + \sqrt{13} < 9 < 12 \quad \#$$

x_1 подходит

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{13}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \text{ по к. } \sqrt{13} < 4 \text{ и это меньше 6}$$

$$\text{по к. } \frac{5 + \sqrt{13}}{2} < 6 \text{ и } \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \text{ меньше 6}$$

x_2 подходит.

$$2) d_2 = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = \frac{3}{2}$$

$$6+5x-x^2 = \frac{9}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 + 5x - x^2 = \frac{9}{4}$$

$$-x^2 + 5x + \frac{15}{4} = 0$$

$$D = 25 + 15 = 40$$

$$x_1, x_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{40}}{-2}; \quad x_1 = \frac{-5 - \sqrt{40}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{40}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} + \sqrt{10} \approx 6 \text{ м.к.} \quad x_1 \approx \frac{5}{2} + \sqrt{10} < \frac{1}{2}$$

$$x_1 \approx 3.5 \rightarrow \frac{25}{4} + 10 + 5\sqrt{10} < 36 \text{ м.к.}$$

$5.5 - 10 < \frac{4.5}{4} \rightarrow 4.5 < 4.9$ показало что $x_1 < 6$ и $x_1 > 0$
подходит под ОДЗ.

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{40}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{40}}{2} < 0 \text{ м.к. } 5 < \sqrt{40} \text{ значит}$$

x_2 не подходит под ОДЗ.

$$\text{Значит ответом это } |x; y| = \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right);$$
$$\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{5}{2} + \sqrt{10}, \frac{5}{2} + \sqrt{10} \right)$$

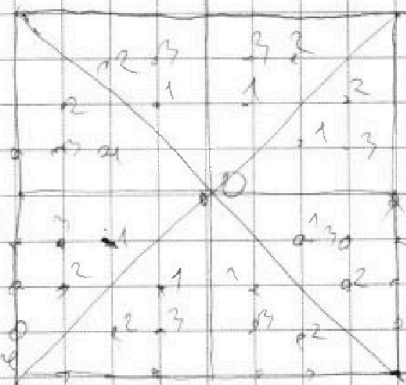
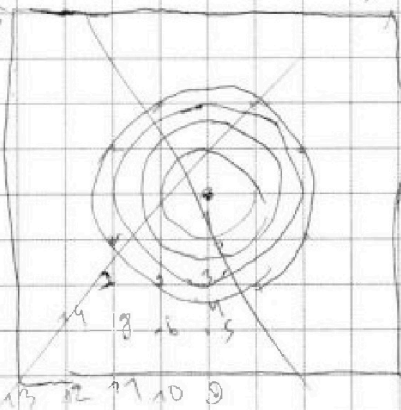


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Допустим, что на другом усе нет связи
поворачивать. Пусть мы поворачиваем на какой-
то угол $X < 90^\circ$. Если связь до того
вернется неспешно, то, если $X < 90^\circ$ и $X > 0$,
у нас ~~есть~~ есть 14 окружностей.
Другие окружности еще без точек
лежат на оси и так не
откружатся по любой вари-
тации точек пересечения осей
в себя. Другой вариант $X = 1$ вариант из всех
наших вариантов, тогда
значит, что у углов 1, 2, 3
и вариант от не поворачивать,
остатки симметричны друг
другу. И так на 180° поворачивать сам в себя.
Значит $40 - 12 = 28$ вариантов у нас
всего 2 разных варианта при повороте
и оставшихся будет 4.



Итого нам надо $\frac{81 \cdot 40 - 28}{4} + \frac{28}{2} = 81 \cdot 10 - 7 + 14 = 81 \cdot 10 + 4 = 814$

Ответ: 814 вариантов разделить 2 уса в
себя уса или при повороте раскраски считаем
одинаковыми



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

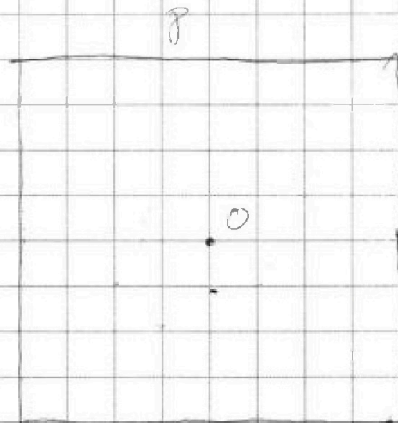
Задача 6

Пусть у нас есть поле 8×8

Узел всего у нас $9^2 = 81$

Всего способов выбрать две клетки это:

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40$$



Заметим все две клетки симметричны относительно узла 0, то есть центральное узла, то при повороте на 180° все возможные метки просто поменяются по сторонам точек, но это не имеет значения.

Если заданы точки, то не обязательно на 180° не кратное 90° метки и узел не перейдет в другой узел тогда.

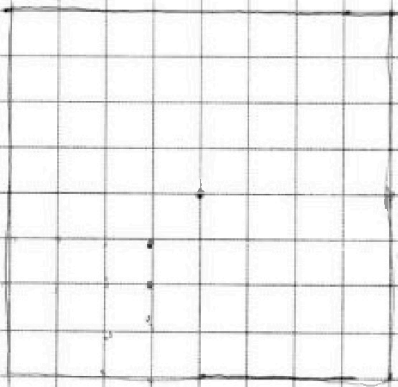
Симметричные точки

Пусть тогда рассмотрим количество раскладок, что симметричны друг от друга или центрально симметричны. Это число $40 \cdot 81$ т.е.

у каждой точки кроме центра

есть центральная симметричная точка. $\frac{80}{2} = 40$.

У всех остальных пар будет 4 нечетные значения при повороте на 90° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b \in a = x - 3y \quad b = 3x - y$$

$$\frac{7b - 5a}{2} = \frac{7(3x - y) - 5(x - 3y)}{2} = \frac{16x + 8y}{2} = 8x + 4y$$

$$|a| \leq 3 \quad \frac{7b - 7 + 15}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

$$|b| \leq 1 \quad \frac{-3 \cdot 5 - 15}{2} = \frac{-30}{2} = -15 \quad \left(\frac{40}{2} = 2 \right) + \left(\frac{79 \cdot 40}{4} \right) = 8140$$

$$11 \quad 3x - y = 1$$

$$x - 3y = -3 \quad x - \frac{15}{4} = -3 \quad 40 + 790 = 830$$

$$x = -3 + 3y \quad x = \frac{-12}{4} + \frac{15}{4} = \frac{3}{4}$$

$$-9 + 9y - y = 1$$

$$8y = 10 \Rightarrow y = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \quad x = \frac{3}{4} \quad y = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} = 1 \quad \frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -3$$

40 точек

$$5 + 6 = 11$$

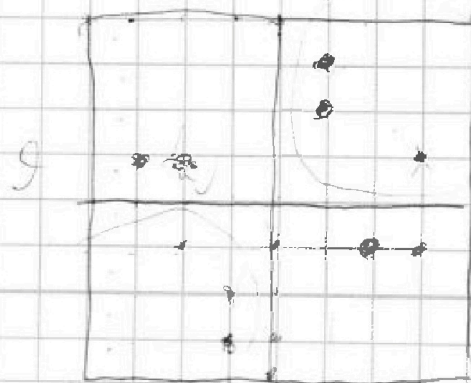
$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \quad 32 \text{ точек}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(m+n+3) = 75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$(n+1)^2 = 81y^2$$

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

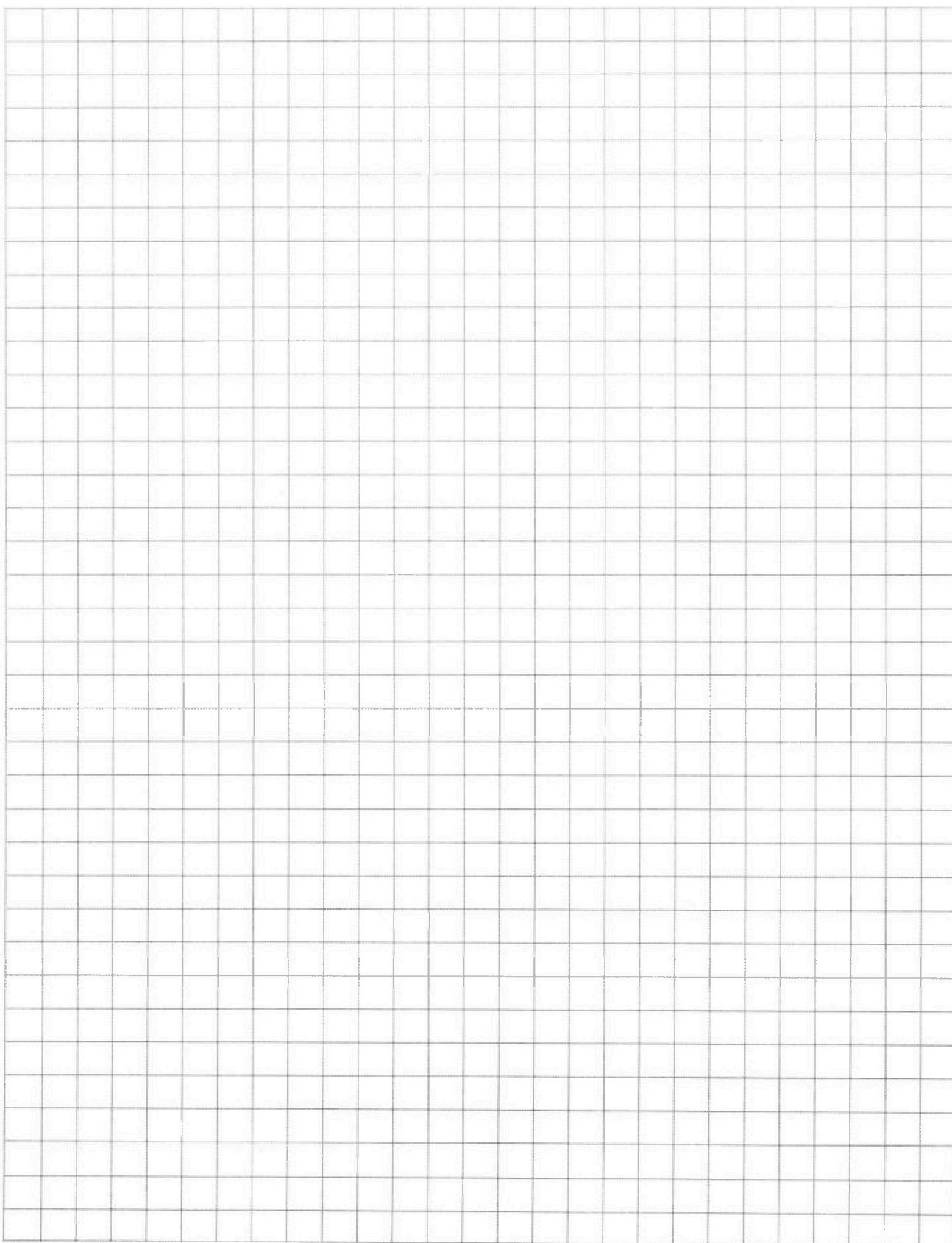
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x > 3y$$

$$\begin{aligned} x-3y &= a & \cancel{4x+8y} &= \\ 3x-y &= b & 4y+8 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |x-3y| &\leq 3 & / & & |a| &\leq 3 \\ |3x-y| &\leq 1 & & & |b| &\leq 1 \end{aligned}$$

$$x-3y \leq 3$$

$$0x-3y$$

$$\begin{aligned} x+2x-3y+2y &\leq 1 \\ 3x+2y \end{aligned}$$

$$4b = 12x-4y-3a =$$

$$= 12x-4y-3x+9y =$$

$$= 9x+5y$$

$$\begin{aligned} 3x-y-x+3y &= \\ = 2x+2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4b-4a &= 12x-4y-4x+12y = \\ &= 8x+8y \end{aligned}$$

$$4x+4y$$

$$3b-a = 0x-3y-1-x+3y-2x$$

$$3b-a = 8x$$

$$\frac{3b-a}{2} = 4x$$

$$15x-5y-3x+9y =$$

$$= \frac{12x+4y}{2} =$$

$$b-a + \frac{3b-a}{2} = 2x+4y$$

$$\frac{5b-3a}{2} = 15x-5y-3x$$

$$\frac{3b-a}{2} = \frac{0x-3y-1-x+3y}{2} = 4x$$

$$2(b-a) = 3x-y-x+3y = 2x+2y = 4x+4y$$

$$2b-2a + \frac{3b-a}{2} = \frac{4b-5a}{2} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

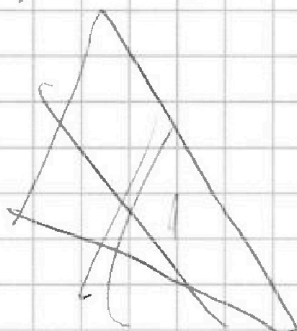
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k^2 + n^2 = 1$$



$$20x^2 + 4x + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos x = \frac{256}{384} = \frac{2}{3}$$

$$24(40-24) = 24 \cdot 16 = 240 + 624 = 240 + 120 + 24$$

$$a^2 = 400 + 576 - 960 \cdot \frac{2}{3} =$$

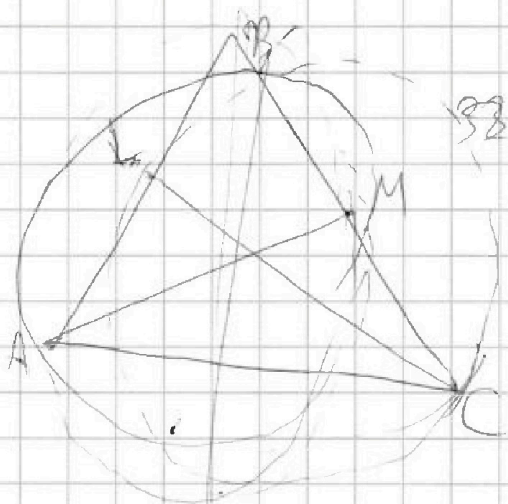
$$= 976 - 640 = 336$$

$$a = \sqrt{336}$$

$$576 + 1440^2 = 576 + 144 - 576 \cdot \frac{2}{3} = \frac{580}{720} \cdot \frac{576}{24} \cdot \frac{192}{22} \cdot \frac{12}{6}$$

$$720 - 192 \cdot 384 =$$

$$25a = \sqrt{672}$$



$$16 \cdot 7 \cdot 3 \quad 16 \cdot 7 \cdot 3$$

$$21 \cdot 56 = 4$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 18} \end{array}$$

$$120$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 128} \\ 36 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 560 \overline{) 3} \\ 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 580 \overline{) 3} \\ + 140 \overline{) 24} \end{array}$$

$$720 - 2$$

$$\begin{array}{r} 720 - 2 \\ - 384 \end{array}$$

$$336 \overline{) 2}$$

$$112 \overline{) 2}$$

$$56 \overline{) 2}$$

$$28 \overline{) 2}$$

$$144$$

$$+ 132$$

$$1521 + 336$$

$$133$$

$$+ 672$$

$$336 \overline{) 1384}$$

$$16 \cdot 7 \cdot 3$$

$$16$$

$$+ 21$$

$$16$$

$$- 32$$

$$336$$

$$6624$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6+5x-x^2}=3$$

$$x \geq \sqrt{6}$$

$$x \leq 6$$

$$6+5x-x^2=9$$

$$-x^2+5x-3=0$$

$$D=25-12=13$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{-2}$$

$$\frac{-5 - \sqrt{13}}{-2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2} = 2.5 \sqrt{6}$$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{13}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{13}}{-2}$$

$$\frac{25 + 10\sqrt{13} + 13}{8\sqrt{13}}$$

$$\sqrt{24}$$

$$\frac{5 - \sqrt{13}}{2} \times \sqrt{6}$$

$$\frac{25 - 10\sqrt{13} + 13}{4}$$

$$\frac{25 - 10\sqrt{13}}{4}$$

$$\frac{25 - 10\sqrt{13}}{4} - 3$$

$$\frac{10\sqrt{13} - 38}{4}$$

$$\frac{50 - 10\sqrt{13}}{4}$$

$$-3=0$$

$$6 - \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{12 - 5 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{6+5x-x^2}=6$$

$$6+5x-x^2=36$$

$$-x^2+5x-30=0$$

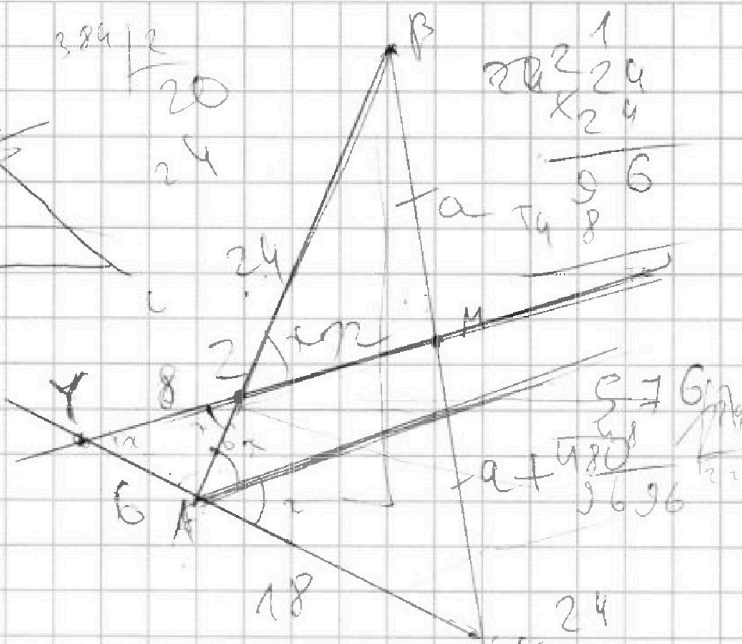
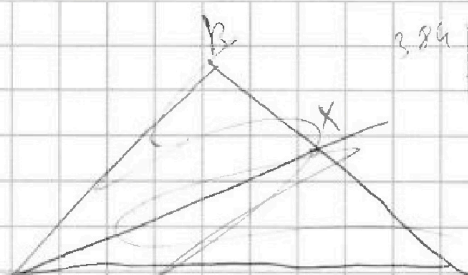
$$D=25-120<0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



ΔYMC Menelaus

$$\frac{YA}{AZ} \cdot \frac{ZC}{CM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{2M} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{2M} = 1 \quad \frac{8}{2M} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2M = 12$$

$$\Delta ABC = CM \cdot BZ \cdot AY = 1$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2B}{6} \cdot \frac{8}{18} = 1 \quad \frac{1}{1} \cdot \frac{2B}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$\frac{2B}{18} = 1 \Rightarrow B = 18 \quad \frac{2B}{24} = 1 \Rightarrow B2 = 24$$

$$a^2 = 400 + 20^2 + 24^2 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \cos X$$

$$a^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \cos X$$

$$20^2 + 24^2 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \cos X = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \cos X$$

$$400 + 576 - 960 \cos X = 144 - 576 \cos X$$

$$400 - 144 = (960 - 576) \cos X$$

$$256 = 384 \cos X = \cos X = \frac{256}{384}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 3x+3 \\ (x^2+2x)^2 \\ 3x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} a & a+d & a+2d & a+3d & a+4d & a+5d & a+6d \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ a+8d & a+2d=6 & & & & & \\ 9 & 7 & & & & & 8 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a+2d &= 3x+3 \\ a+4d &= (x^2+2x)^2 = x^4+4x^3+4x^2 \\ a+8d &= 3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2d &= \frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2} \Rightarrow d = \frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2} \\ 4d &= x^4+4x^3+4x^2-3x-3 \end{aligned}$$

$$-x^4-4x^3-x^2=2x^4+8x^3+8x^2-6x-6$$

$$a+2d = 6x+3-3x \quad -x^2+4x+12+2x^2-2x-6=(x^2+2x)^2$$

$$a+8d = 3x^2 \quad x^2+2x+6=(x^2+2x)^2$$

$$2a+10d = (5x+5)^2 = 25x^2+50x+25 \quad x^4+4x^3+4x^2-3x-6=0$$

$$\begin{aligned} a+2d &= 3x^2-3x-3 \\ a+8d &= 3x^2-3x-3 \end{aligned} \quad x=1$$

$$6d = 3x^2-3x-3 \quad 6d = -3 \quad d = -\frac{1}{2}$$

$$2d = x^2-x-3 = (x-3)(x+1) \quad 6d = -3 \quad d = -\frac{1}{2}$$

$$a+4x^2-4x-12 = 3x^2 \quad a+2d = 3x+3 \quad 6$$

$$a = -x^2+4x+12 \quad a+d = 3$$

$$-x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2\sqrt{y} = y^4 - 5x + 5y^2$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \text{отсюда } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0$$

$$\sqrt{6-y} \geq 0 \Rightarrow 6-y \geq 0 \Rightarrow y \leq 6$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} \geq 0 \Rightarrow 6+5x-y^2 \geq 0$$

$$6+5x \geq y^2 \Rightarrow x \geq \frac{y^2-6}{5} = y^2/5 - 6/5 \geq 0$$

$$y^2 \geq 6 \Rightarrow y \geq \sqrt{6} \quad \text{отсюда}$$

$$x^4 + 5x^2 + 5x = y^4 + 5y^2 + 5y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$36 + 30 + 5\sqrt{6} = 76 + 5\sqrt{6}$$

$$x = \frac{y^2-6}{5}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$x+1+6-x+\sqrt{(x+1)(6-x)}+5=4$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

$$x+1+6-x = 6+x$$

$$x+1+6-x-\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(6+5x-x^2)+25-10\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$7-\sqrt{6+5x-x^2} = 4(6+5x-x^2)+25-10\sqrt{6+5x-x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 - \sqrt{6+5x-x^2} = 4(6+5x-x^2) + 25 - 10\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$-18 = 4(6+5x-x^2) - 9\sqrt{6+5x-x^2}$$

~~184~~

$$9\sqrt{6+5x-x^2} = 24+20x-4x^2+18$$

$$9\sqrt{6+5x-x^2} = -4x^2+20x+42$$

$$81(6+5x-x^2) = (-4x^2+20x+42)^2$$

$$4(6+5x-x^2) - 9\sqrt{6+5x-x^2} + 18 = 0$$

$$y = 6+5x-x^2 \geq 0$$

$$D = 81 - 18 \cdot 4 \cdot 4 = 81 - 18 \cdot 16$$

$$4y^2 - 9y + 18 = 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 8 = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

$$x+1+6-x-2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

$$x-7-2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(6+5x-x^2) - 20\sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

$$4(6+5x-x^2) - 18\sqrt{6+5x-x^2} + 18 = 0$$

$$D = 18^2 - 18 \cdot 16 = 2 \cdot 18 = 36 = 6$$

$$y_1, y_2 = \frac{18 \pm 6}{4} = \frac{24}{4} = 6; \quad \frac{18-6}{4} = 3$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 6, 3$$