

20-3 / 17
40-6 / 17

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle C \text{ } AN) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парты перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькоими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$

$$x(x-2)+y(y-2) \\ // + |x+y-2|$$

$$(2xy - x^2 - y^2)(x - (x+y-2)) = \cancel{2x}(2y)(x(x-2)+(y(y-2))) + (x+y-2)^2 - 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 \text{ и } x_2$$

\leftarrow 2 раза действ. корни), их произведение положит. \rightarrow
 $\Rightarrow x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$; либо $x_1 \text{ и } x_2$ полож.,
 либо $x_1 \text{ и } x_2$ - отрицат.

$y^2 + 2\sqrt{3}t y + 4t^2 - 4 = 0$ - квадратн. многочлен
 с коэффициентами $a = 1, b = 2\sqrt{3}t, c = 4t^2 - 4$

Тогда, $D = b^2 - 4ac = (2t)^2 + 4(4 - 4t^2) = -4t^2 + 16 > 0$

$D > 0$, т.к. корней 2 но условие

Тогда, $16 > 4t^2$

$$\begin{aligned} 4 &> t^2 \\ 2 &> |t| \end{aligned}$$

$\Rightarrow \begin{cases} t > -2 \\ t < 2 \end{cases}$

Запишем корни многочлена:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3}t + 2\sqrt{4-t^2}}{2} = \sqrt{4-t^2} - \sqrt{3}t$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3}t - 2\sqrt{4-t^2}}{2} = -\sqrt{4-t^2} - \sqrt{3}t$$

Наш условие $x_1 \cdot x_2 > 0$. Тогда,

$$(\sqrt{4-t^2} - \sqrt{3}t)(-\sqrt{4-t^2} - \sqrt{3}t) > 0$$

$$-(4-t^2) + t\cancel{\sqrt{3}(4-t^2)} - t \cancel{\sqrt{3}(4-t^2)} + 3t^2 > 0$$

$$4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow t^2 - 1 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

одновременно должны выполняться
 и ① и ②. Тогда, запишем
 совокупность.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

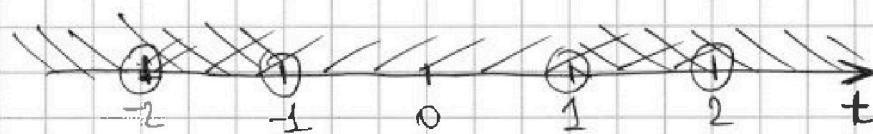
СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} t < 2 \\ t > -2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t \geq 1 \\ t < -1 \end{array} \right.$$

Рассм. на коорд. прямой:



Ответ: $(-2; -1) \cup (1; 2)$

$$\begin{aligned} & \cancel{x^2 + 2\sqrt{3} \cdot 15 \cdot x + 4 \cdot 2,25 - 4 = 0} \\ & \cancel{x^2 + 3\sqrt{3} \cdot x + 5 = 0} \\ & D = b^2 - 4ac = \cancel{27} - 4 \cdot 5 = 7 \\ & x_1 = \frac{-3\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2} \quad \text{отр.} \\ & x_2 = \frac{-3\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2} \quad \text{отр.} \\ & \cancel{2 < \sqrt{7} < 3} \\ & \cancel{3 < \sqrt{3} < 6} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, b

$$a+b=40$$

№ 2.

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

Разложим многочлен ~~$a^2 + 2a \cdot (-2b) + b^2$~~ как Δ на

$$a^2 + a \cdot (15 - 2b) + (b^2 - 15b) = 0$$

$$D = 15^2 - 60b + 4b^2 - 4b^2 + 60b = 15^2$$

$$a_1 = \frac{2b - 15 + 15}{2} = b$$

$$a_2 = \frac{2b - 15 - 15}{2} = b - 15$$

$$\text{Тогда, } a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$a-b = a+b-2b = 40-2b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (40-2b)(40+15-2b) = 17p^5$$

$$(40-2b)(55-2b) = 17p^5$$

как член. одно из множит. 6 Δ : 17 .

Рассмотрим 2 случай:

I :

$$40-2b \equiv_{17} 0$$

$$20 \equiv_{17} b$$

$$b \equiv_{17} 3$$

a, b - натур. $\Rightarrow b < 40$

Возм. знач. b :

3, 20, 37

Посчитаем знач. $(40-2b)(55-2b)$ где все b -

II :

$$55-2b \equiv_{17} 0$$

$$4 \equiv_{17} 2b$$

$$b \equiv_{17} 2$$

a, b - натур $\Rightarrow b < 40$

Возм. знач. b :

2, 19, 36

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть $b = 3$. Тогда, значение выраж.:
 $(40-6)(55-6) = 34 \cdot 49 = 17 \cdot 17 \cdot 7^2$

$$\cancel{17 \cdot 17 \cdot 7^2} \rightarrow \cancel{p^5} \Rightarrow \emptyset$$

2) Пусть $b = 20$. Тогда, $40-2b = 0 \Rightarrow 17p^5 = 0 \Rightarrow p = 0$, что не явн. просл.

3) Пусть $b = 37$. Тогда:

$$(40-37)(55-74) = -3 \cdot 19 \cancel{\cdot 17}$$

~~(Получилось из-за того, что $-3 = 17$)~~

$$(40-74)(55-74) = -34 \cdot (-19) = 17 \cdot (2 \cdot 19)$$

~~p⁵~~

4) Пусть $b = 2$. Тогда:

$$(40-4)(55-4) = 36 \cdot 51 = 17 \cdot (3^2 \cdot 2^2) \cancel{\neq p^5}$$

5) Пусть $b = 19$. Тогда:

$$(40-38)(55-38) = 2 \cdot 17 \cdot 2 \cancel{\neq p^5}$$

6) Пусть $b = 36$. Тогда:

$$(40-72)(55-72) = -32 \cdot (-17) = 17 \cdot 32 = 17 \cdot p^5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow \boxed{p = 2}$$

Проверим также 6ой выраж. $\Rightarrow b = 36 \Rightarrow a = a + b - b = -40 + 36 = 4$

Ответ: $a = 4$, $b = 36$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

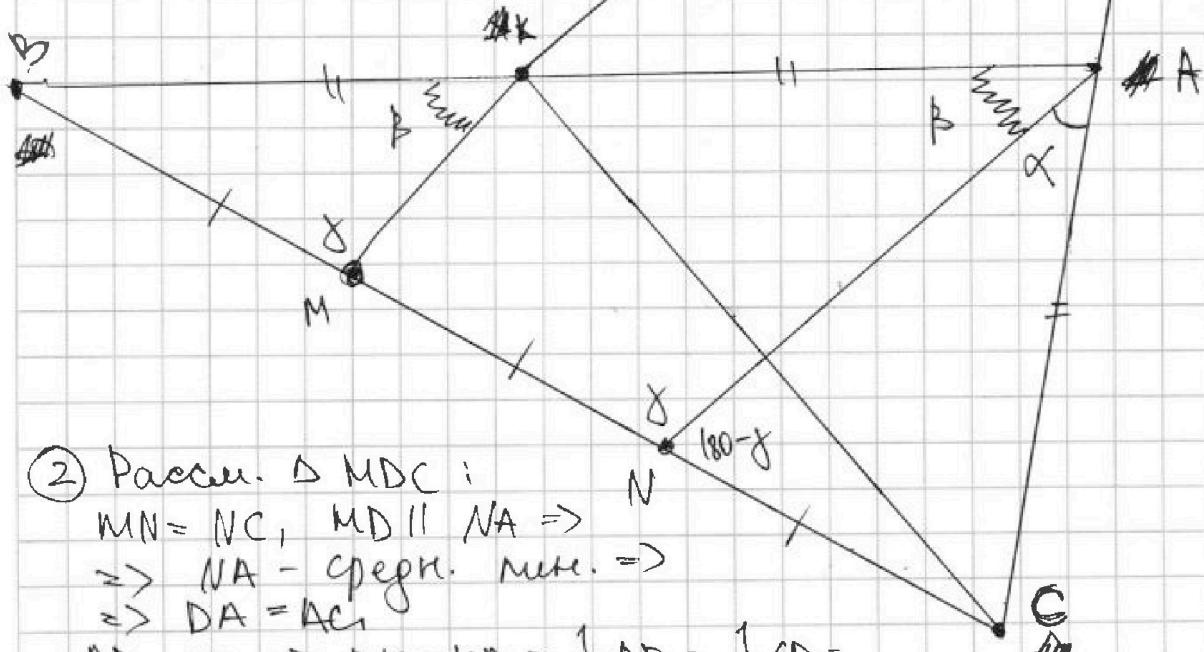
дано: $BC = 12$, $BM = MN = NC$, $MD \parallel AN$, $AB = CD$;

$$\sin(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}; \angle CAN = \alpha; \\ \angle BNA = \beta \Rightarrow \angle BAN = \beta.$$

Решение.

① Рассм. $\triangle ABN$:

$$BM = MN; MK \parallel NA \Rightarrow \\ \Rightarrow MK - \text{средн. лин.} \Rightarrow \\ \Rightarrow BK = KA.$$



② Рассм. $\triangle MDC$:

$$MN = NC, MD \parallel NA \Rightarrow \\ \Rightarrow NA - \text{средн. лин.} \Rightarrow \\ \Rightarrow DA = AC \\ AB = CD \Rightarrow BK = KA = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = \\ = AC = AD$$

③ ~~Задача~~ $\sin \alpha = \sin \beta$, если $\alpha + \beta = 180^\circ$
 $\cos \alpha = -\cos \beta$, если $\alpha + \beta = 180^\circ$.

④ ~~Причина~~ ~~закономерность~~ ~~закономерность~~

④ Рассм. $MK \parallel AN$ с сект. MN :

$$\angle BMK = \angle BNA = \beta; \angle KMC = \angle ANC = 180^\circ - \beta - \text{угол}$$

Рассм. $MK \parallel AN$ с сект. AC :

$$\angle BKM = \angle KAN = \beta - \text{угол}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(5) Докажем, что $\sin \alpha = \sin \beta$ для $\triangle ANC$ и $\triangle BMC$:

$$1) \frac{\sin \beta}{\frac{1}{3} BC} = \frac{\sin \delta}{\frac{1}{2} AB}$$

$$\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} DC \quad | \\ \sin \delta = \sin(180 - \delta) \Rightarrow$$

$$2) \frac{\sin \alpha}{\frac{1}{3} BC} = \frac{\sin(180 - \delta)}{\frac{1}{2} DC}$$

$$\cancel{\sin \delta} \Rightarrow \sin \beta = \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{либо } \alpha + \beta = 180^\circ, \text{ либо } \alpha = \beta$$

невозможн., т.к. оба угла ~~имеют одинак.~~ ~~одинак.~~ угол в треугольнике $\Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle BAC = \alpha + \beta = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

(6) Запишем формулу косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12^2 = (2AC)^2 + AC^2 - 2 \cdot 2AC \cdot AC \cdot \cos(2\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12^2 = 5AC^2 + 4AC^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12^2 = 6AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{12 \cdot 2} = 2\sqrt{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = 2AC = 4\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } AB = 4\sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

БУДЕМ РАССМ. КАЖДЫЙ ~~РЯД~~ ОДИНЬКО.

2

Отсортируем уч по росту:

3

$a_1, a_2, a_3 \dots a_8$, где a_1 - самый высок., a_8 - самый низкий.

Также, ~~если бы добавили ученика с ростом $a_9 > a_8$ - пустые места. Давно было, т.к. и перед пустыми местами, и перед человеком выше расположены a_8, a_7, \dots, a_1) это верно.~~

Тогда, рассм. один из рядов:

Есть ~~задача~~ Пусть там нет сб. места. Тогда, $\sum_{i=1}^3$ способами мы можем выбрать 3х парней, которые стоят рядом. Рассмотрим их мы можем выбрать способным способом ~~верно~~: Самый низкий на 1ой парте, т.к. я оставил ничего не увидел; средний - за вторей, т.к. за третьей ему будет смешать самый высокий.

выбрать ряд, на котором будет одно сб. место можно 3ми способами выбрать двух парней там стоят 2 оставшихся человека, которые все сели на пополам заполн. ряд. Это будут парни с ростом a_1, a_2 , где $a_1 > a_2$ тогда, ~~возм.~~ рассм.:

X	X	a_1	a_2	a_1	a_2
a_1	a_2	X	X	a_1	a_2
a_1	a_2	a_2	a_1	X	X
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

① ~~и 5~~ и 5 бар.
не подходит, т.к.
 a_1 загор. бар $a_2 \rightarrow$
 \rightarrow бар. рассадки 4

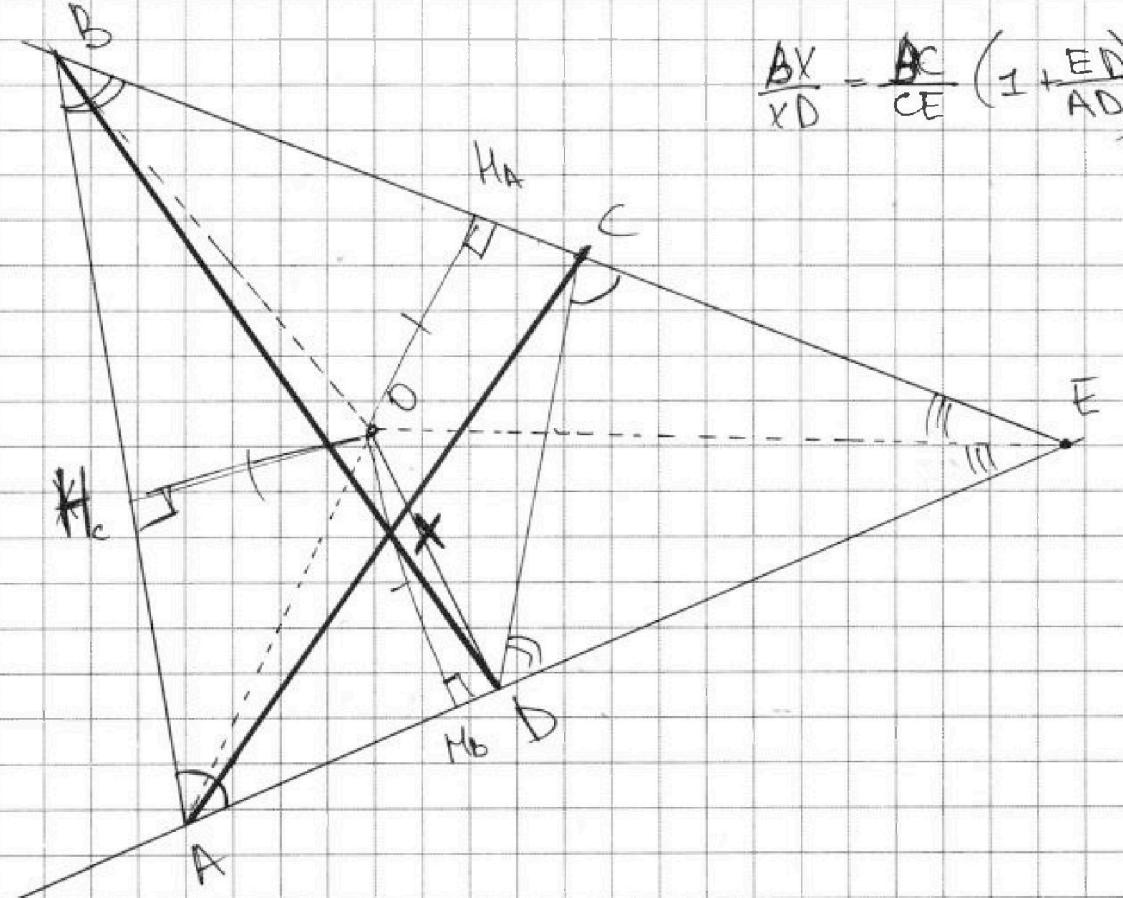


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



чент. Билл. крп. - чентр персонал бассейн.

Четвртък. 6 час. \Rightarrow сума кратни 6. 180°

Чтобы разобрать симметрическую задачу, нужно решить систему из двух уравнений:

① Изв. что $\triangle ABC$ равнобедренный, $\angle BAC = \angle DCE$, $\angle ABE = \angle CDE \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle CDE$ по признаку пропорциональных углов \Rightarrow
 $\Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE} = \frac{CD}{AB}$

$$\textcircled{2} \quad \text{Математичні властивості квадрату.} \quad \text{Викр.} \quad ABCD: \\ BE \cdot CE = AE \cdot ED$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

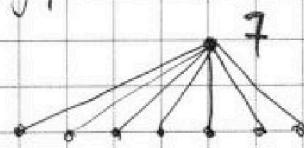
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Из условия следует, что~~

Дано мы будем рассмотреть граф, в котором вершины - деревья, а дороги - ребра.

Из условия следует, что граф связанный (из каждой деревни можно дойти в любую друг.), а также яв. деревом (из одной деревни в гр. можно добраться единственным способом)

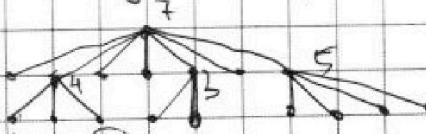
Граф, подвесив узел за вершину со степенью 7.
(дерево из которой состоит 7 дерев)



Теперь, есть 7 верш. со ст. 1,
а т.к. с другими степенями
есть еще только 3 вершины
(степени: 3, 4, 5), то 4 из этих
вершин останутся также неподклю-
тыми.

Рассмотрим случаи, как могут быть присоединены
вершины со степенями 3, 4 и 5.

1) Все 3 вершины соед. с вершиной, степень
которой 7.



или 60 деревьев (верши): 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

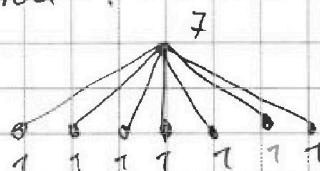
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~На самом деле всегда будет 17, деревень~~
~~(вершин) есть~~ ~~причесанный~~ к графу
~~вершинам со степенями~~ ~~3, 4, 5~~, а добавлено
~~к графу~~ ~~2, 3, 4~~ ребра соотв. (т.е. одно,
последнее, соед. граф с вершиной) \rightarrow

\Rightarrow кол-во вершин в графике всегда будет равно: $(8) + 2 + 3 + 4 = 17$

число вершин в графике, с которого мы начали:



Ответ: 17.

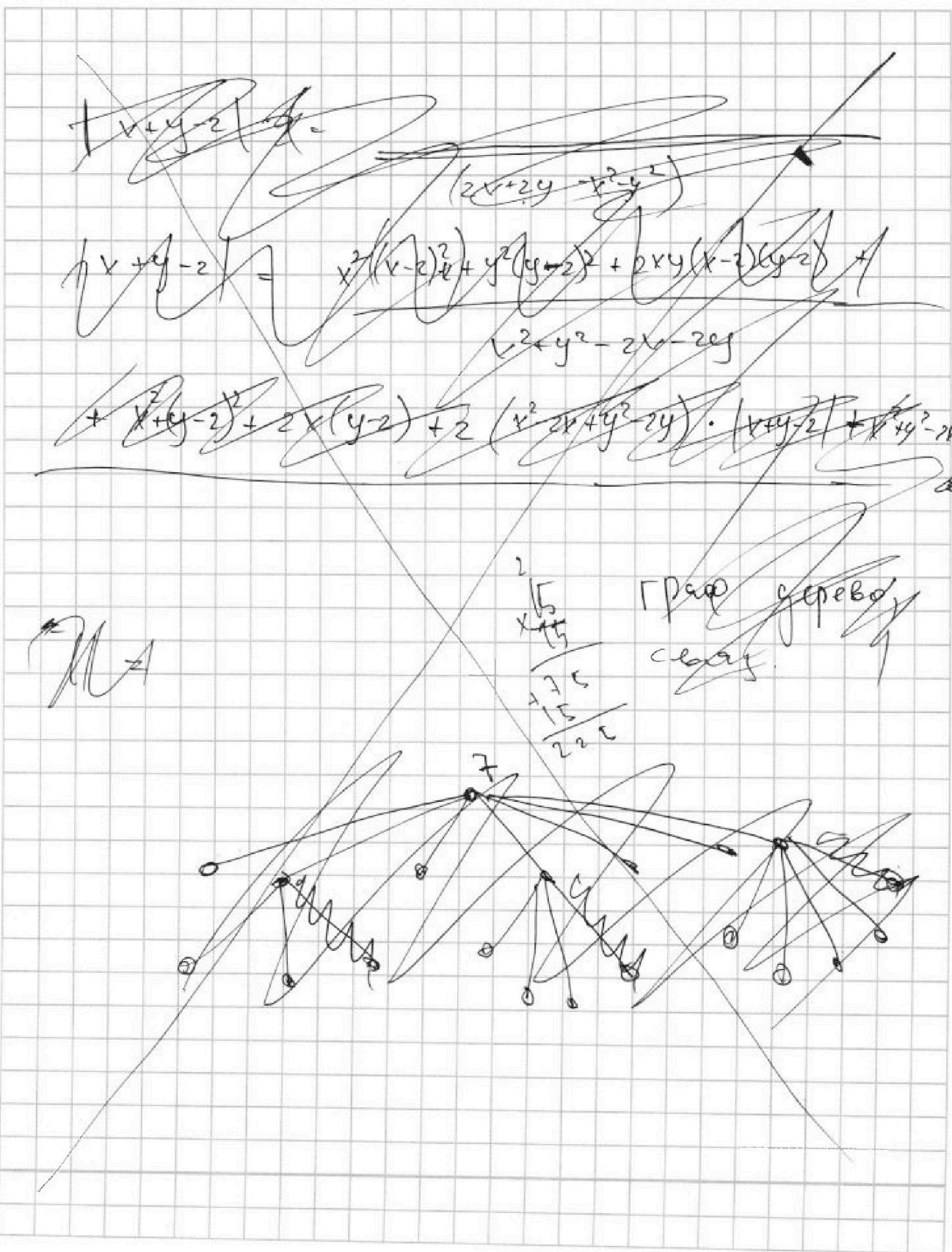


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<img alt="Handwritten geometric diagram showing a triangle ABC with vertices A, B, and C. Point D is on segment AB, and point M is on segment BC. A line segment DM is drawn from D to M. Angle A is labeled alpha, angle B is labeled beta, and angle C is labeled gamma. Several other angles are marked with question marks and numbers like 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1097, 1098, 1099, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1197, 1198, 1199, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1297, 1298, 1299, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1397, 1398, 1399, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1409, 1410, 1411, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1419, 1420, 1421, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1429, 1430, 1431, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1439, 1440, 1441, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1449, 1450, 1451, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1459, 1460, 1461, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1469, 1470, 1471, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1479, 1480, 1481, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1489, 1490, 1491, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1497, 1498, 1499, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1519, 1520, 1521, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1529, 1530, 1531, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1539, 1540, 1541, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1549, 1550, 1551, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1559, 1560, 1561, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1569, 1570, 1571, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1579, 1580, 1581, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1589, 1590, 1591, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1597, 1598, 1599, 1599, 1600, 1601, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1609, 1610, 1611, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1619, 1620, 1621, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1629, 1630, 1631, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1639, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1649, 1650, 1651, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1669, 1670, 1671, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1689, 1690, 1691, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1697, 1698, 1699, 1699, 1700, 1701, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1709, 1710, 1711, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1719, 1720, 1721, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1729, 1730, 1731, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1739, 1740, 1741, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1749, 1750, 1751, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1779, 1780, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1789, 1790, 1791, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1797, 1798, 1799, 1799, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1829, 1830, 1831, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1839, 1840, 1841, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Выбрать какой ряд с пуст. мест. : 3

Заполнить первый ряд: $C_8^3 = \frac{8!}{5!3!} = \frac{67 \cdot 8}{15} = 56$.

Заполнить второй ряд: $C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{24 \cdot 5}{2} = 10$.

Заполнить третий ряд (с пустыми местами): 4

ИТОГ: $3 \cdot 56 \cdot 10 \cdot 4 = 120 \cdot 56$ вариантов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

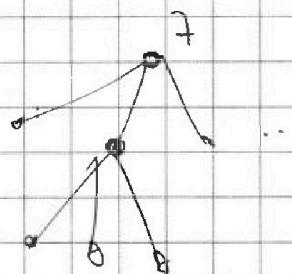
6

7

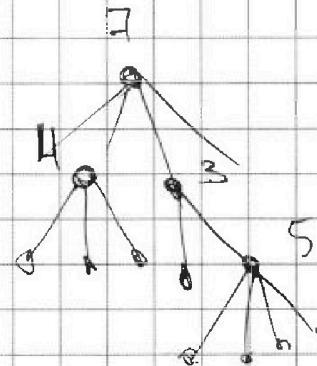
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тест № 3

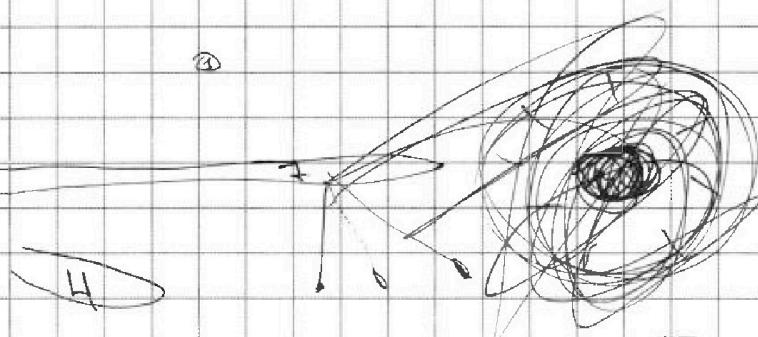


$$7 + 3 + 2 + 4 = \\ 17$$

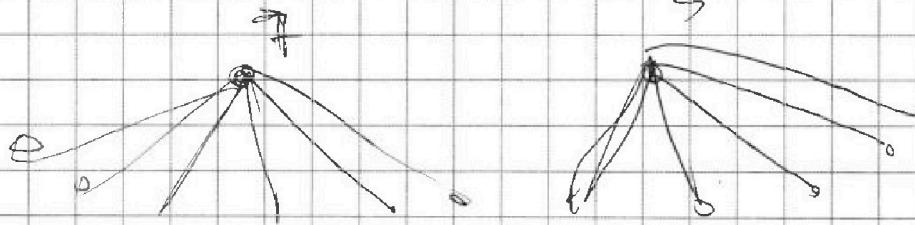


$$1 + 4 + 1 + 1 + 1 + 3 = \\ = 11$$

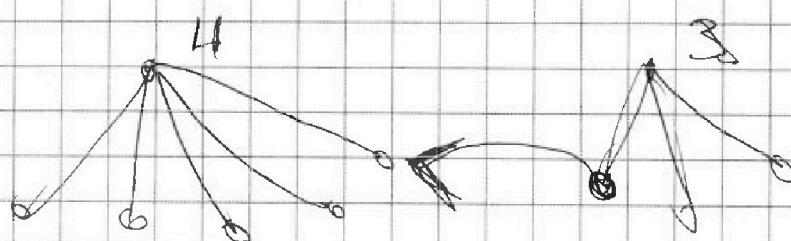
3



14



11



3

$$8 + 3 + 4 + 3 = \\ = 17$$