



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



✓ [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

✗ [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .

✗ [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(\angle \frac{CBM}{2 \text{ CAN}}) = -\frac{3}{4}$ .

✓ 4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .

✓ 6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

✗ [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$x^2 + 4\sqrt{2}t)x + (9t^2 - 9) = 0$$

2 корня - если  $D > 0$

$$D = 32t^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 4(9t^2 - 9)$$

По теореме Виета:  $x_1, x_2$  - корни уравнения

$$x_1 x_2 = \frac{9t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9 > 0$$

Решим систему неравенств:

$$1. \begin{cases} 9t^2 - 9 > 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 32t^2 - 4(9t^2 - 9) > 0 \end{cases}$$

$$1. 9t^2 - 9 > 0$$

$$9t^2 > 9 \quad |:9$$

$$t^2 > 1$$

$$t < -1 \quad \text{или} \quad t > 1$$

$$2. 32t^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 > 0 \quad |:4$$

$$9 - t^2 > 0$$

$$9 > t^2$$

$$-3 < t < 3$$

$$U_{n.1}: t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$U_{n.2}: t \in (-3; 3)$$

Пересечение  $U_{n.1} \cap U_{n.2}: t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

Ответ:  $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

По условию:  $a - b = 12 \Rightarrow a = b + 12$   $a, b \in \mathbb{N}$ По условию:  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$ 

$$\cancel{a^2 + 2ab + b^2} \quad (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$$

||

$$(1) (a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Подставим в выражение (1)  $a = b + 12$ :

$$(2) (a+b)(a+b+3) = (2b+12)(2b+15)$$

$$(3) (2b+12)(2b+15) = 2(b+6)(2b+15)$$

Выражение (3) так же равно  $19p^4$ 

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

$$19 \nmid 2 \Rightarrow \text{по ОТА } p^4 : 2 \quad 2\text{-нечетное} \Rightarrow p : 2 \Rightarrow p = 2$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^4 \quad | : 2$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^3$$

$$\text{Если } b \geq 3, \text{ то } b+6 \geq 9 \text{ и } 2b+15 \geq 21 \Rightarrow (b+6)(2b+15) > 19 \cdot 2^3$$

||

$$b \leq 2. \text{ Если } b = 1; 7 \cdot 17 \neq 19 \cdot 2^3 \Rightarrow b \neq 1$$

$$\text{Если } b = 2; 8 \cdot 19 = 19 \cdot 2^3 \Rightarrow b = 2$$

$$a = b + 12 = 2 + 12 = 14$$

Все возможные варианты могут быть равно в  
разобраны  $\Rightarrow$  ответ  $b = 2$  единственный возможный.

Ответ:  $a = 14, b = 2$





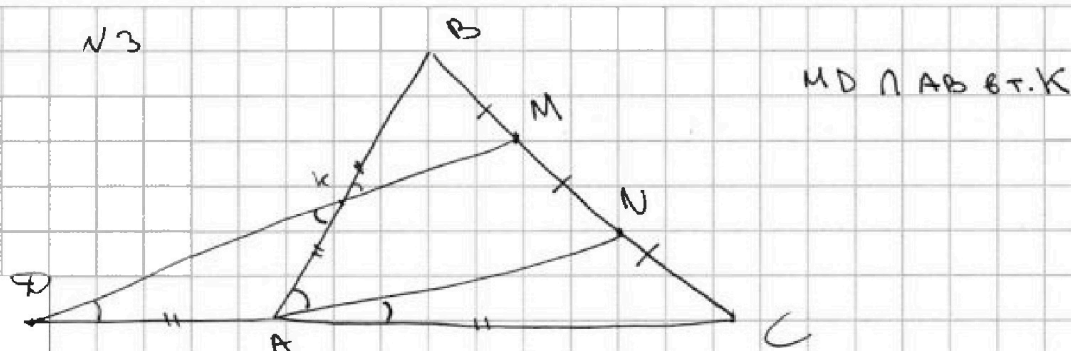
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. MD || AN  $\Rightarrow$  по т. Фалеса:  $\frac{CN}{MN} = \frac{AC}{AD}$  CN = MN  $\Rightarrow$  AC = AD

2.  $CD = DA + CA = CD = AB$

AD = AC  $\Rightarrow$  2 AC = AB !

3. MD || AN =  $\frac{BK}{KA} = \frac{BM}{MN} = 1$ , тк BM = MN  $\Rightarrow$  BK = KA

4. AB = BK + KA = 2 KA (н.3)

5. Из п.4: 2 AC = AB = 2 KA

2 AC = 2 KA

DA = AC = KA

DA = KA  $\Rightarrow$   $\triangle KAD$  - р/б  $\Rightarrow$   $\angle ADK = \angle AKD$

6. AN || MD  $\Rightarrow$   $\angle CAN = \angle CDM (= \angle ADK) = \angle AKD$

7. AN || MD  $\Rightarrow$   $\angle DKA = \angle KAN$ , тк они накр. лежащие.

8.  $\angle DKA = \angle CAN \Rightarrow \angle KAN (= \angle BAN) = \angle CAN$

9. Пусть  $\angle CAN = \alpha$ . Тогда  $\angle CAB = \angle CAN + \angle BAN = 2\alpha$

10.  $\triangle KAD$  - р/б  $\Rightarrow \angle KAD = 180 - 2\alpha$  - тк  $\angle ADB = 180 - 2\alpha$  - тк  $\angle ADB = 180 - 2\alpha$ .

11.

10.  $\sin(2\alpha) = -\frac{3}{4}$ . Найдем т. косинусов для  $\triangle BAC$ :

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cos(2\alpha) \cdot AC \cdot AB = AC^2 + 4AC^2 - 2 \cos(2\alpha) \cdot 2AC^2$

$BC^2 = 5AC^2 - 4 \cos(2\alpha) \cdot AC^2$

$AC^2(5 - \cos(2\alpha) \cdot 4) = BC^2$

$AC^2 = \frac{BC^2}{5 - \cos(2\alpha) \cdot 4} = \frac{6^2}{5 + \frac{3}{4} \cdot 4} = \frac{6^2}{8} = 4,5$

11.  $AB^2 = 4AC^2 = 4 \cdot 4,5 = 18$

12.  $AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Ответ:  $AB = 3\sqrt{2}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

1. Пусть мальчики отсортированы по росту:  $a_1 < a_2 < \dots < a_{11}$ .
2. Парт всего  $3 \cdot 4 = 12$ , т.е. одна парты пустая.
3. Рассадка мальчиков по одной из рядов не зависит от рассадки надругом мальчик, кроме набора девочек.
3. Будем выбирать номер парты, которая будет пустой (число от 1 до 12).  
и будем внаем шарьеру, аутан симметрично.
  1. Если парты 1 не занята. Сначала выберем 3<sup>х</sup> мальчика, которые сидят в ряд с пустой парты. Каждый из них впереди, рассадител или однознатно, ти отсортирован по росту.  
Аналогично выберем 4<sup>х</sup> человек для следующего ряда (4 чел.)  
Для каждого - все оставшиеся. Тогда вариантов:  

$$3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4$$
  2. Если 2<sup>я</sup> парты не занята: Выберем мальчика, которого посадим перед пустой парты, потом 2<sup>х</sup> человек, а потом 4<sup>х</sup> в соседний ряд:  

$$3 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 \cdot C_8^4$$
  3. Если 3<sup>я</sup> парты не занята: Выберем 2<sup>х</sup> мальчиков на 2 парты перед пустой, одного на парту за пустой, и еще 4<sup>х</sup> для соседнего ряда  

$$3 \cdot C_{11}^2 \cdot C_{9}^1 \cdot C_8^4$$
  4. Если 4<sup>я</sup> парты не занята: Выберем 3<sup>х</sup> человек на 3 парты передней и еще одного на соседний ряд:  

$$3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^1$$

4. Сложим все возможные варианты:

$$\begin{aligned}
 & 3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 3 \cdot C_8^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 + 3 \cdot C_8^1 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^1 + 3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^1 = \\
 & = 3 \cdot C_8^4 (2 \cdot C_{11}^3 + C_{11}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{11}^2 \cdot C_9^1) = 3 C_8^4 (2 \cdot C_{11}^3 + \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2} + \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{2 \cdot 1}) = \\
 & = 3 C_8^4 (2 C_{11}^3 + 2 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2) = 3 \cdot 6 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 6 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2
 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 6 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^4 + 6 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^2$$

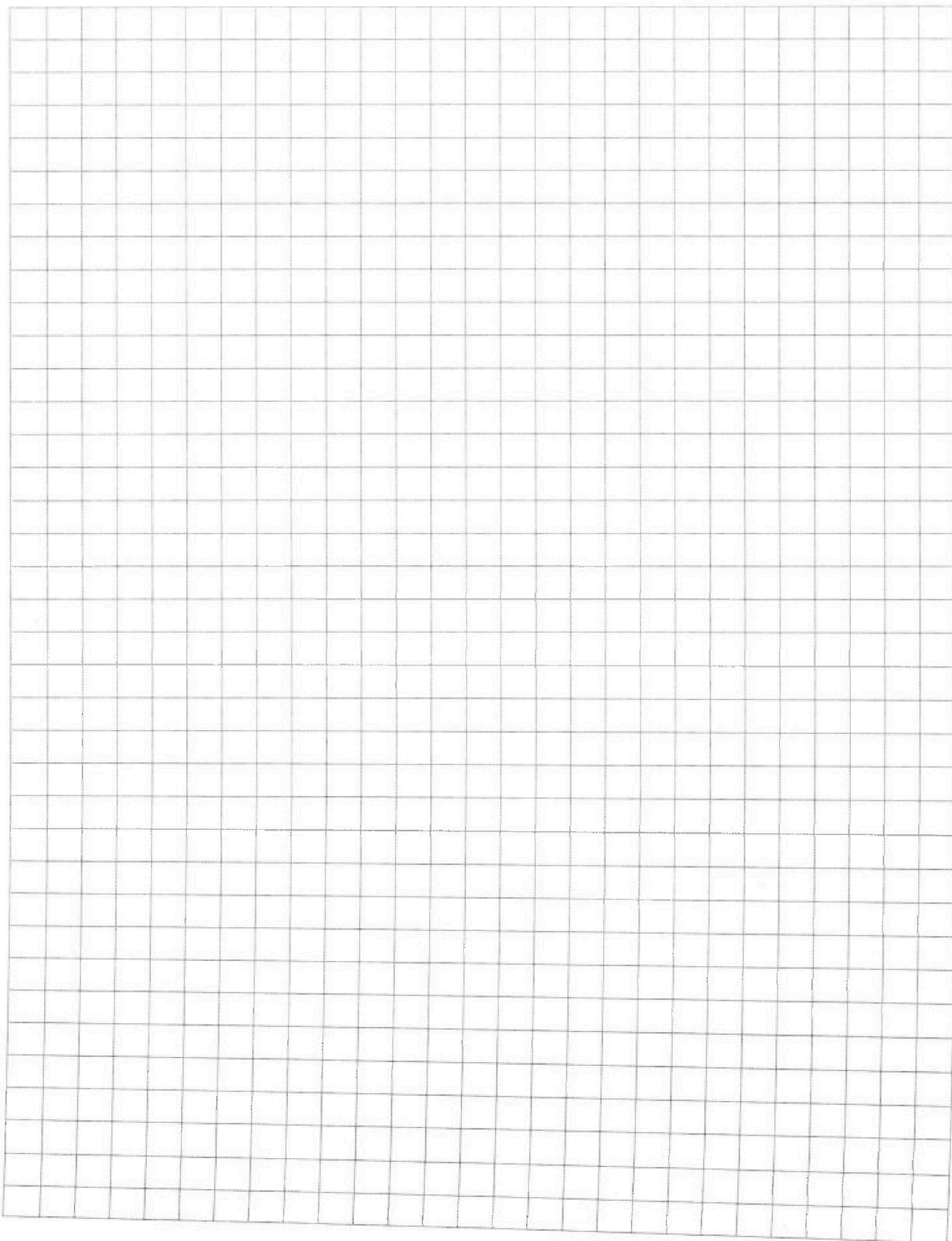


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

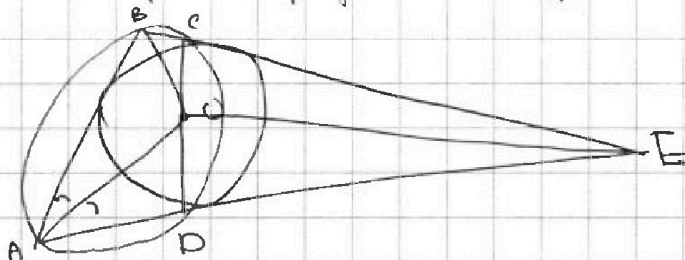
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NS

1. Покрытие спай зонных  $AP-E$



1.  $BE = 12$ . О. центр треугольника  $ABE$ .
2.  $DE \cdot AE = CE \cdot BE$ , т.  $ABCD$  - впис.
3.  $PE$

Number: ~~18~~ 15





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА  
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$1-|x-y-1| \geq 0, \text{ т.е. } x, y \text{ — целые}$$

$$\begin{aligned} & \Downarrow \\ & -1 \leq x-y-1 \leq 1 \\ & y \leq x \leq y+2 \end{aligned}$$

Т.к.  $x, y \in \mathbb{Z}$ ,  $x=y$  или  $x=y+1$  или  $x=y+2$

Рассмотрим 3 варианта (возможны  $x$ , берем  $y$ )

1.  $x=y$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} + \sqrt{1-|x-x-1|} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$-2x^2 \geq 0 \quad 0=0 \Rightarrow \text{решения нет}$$

2.  ~~$x=y+1$~~   
 ~~$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}$~~

2.  $x=y+1$

$$\sqrt{2y+2-2y-(y+1)^2-y^2} + \sqrt{1-|y+1-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{2-y^2-2y-1-y^2} + \sqrt{1} = 2$$

$$\sqrt{1-2y^2-2y} = 1$$

$$1-2y^2-2y > 0 \Rightarrow y \neq 1$$

$$1-2y^2-2y = 1$$

$$2y(y-1) = 0$$

$$\begin{aligned} y=0 & \text{ или } y=1 \\ x=1 & \quad x=2 \end{aligned}$$

3.  $x=y+2$

$$\sqrt{2y+4-2y-(y+2)^2-y^2} + \sqrt{1-|y+2-y-1|} = 2$$

$$\sqrt{4-4y-4-2y^2} + \sqrt{0} = 2$$

$$\sqrt{-4y-2y^2} = 2$$

$$-4y-2y^2 \geq 0 \Rightarrow y \leq 0$$

$$-4y-2y^2 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$

$$4y + 2y^2 = -4$$

$$2y + y^2 = -2$$

$$y(2+y) = -2$$

$$y \neq 0 \Rightarrow |y| = 1 \text{ или } |y| = 2, y \neq 0$$

$$y \geq 0 \Rightarrow y(2+y) \geq -2$$

$$y < 0 \Rightarrow y = -1 \text{ или } (-1 \cdot (2-1) = -1 \neq -2) \text{ или } y = -2 \quad (-2 \cdot (2-2) = 0 \neq -2)$$

⚡

Решений нет.

Единственное решение -  $y = 0, x = 1$

Ответ:  $x = 1, y = 0$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

1. Рассмотрим путь

1. Путь с деревом - вершинами графа. Если там 2 дерева соединены дорогой, соединим соотв. вершины ребром.
2. Рассмотрим путь между вершинами со степенями 6, 6, 7 и 9. Они не могут идти через вершину со степенью 1, так как зайдут и выйдут в такую вершину, где можно было не заходить.  $\Rightarrow$  существует путь по этим 4<sup>м</sup> вершинам, проходящий только по ним. В таком случае граф можно из этих 4<sup>х</sup> вершин выделить  $\Rightarrow$  между вершинами со степенью ~~меньше~~ <sup>больше</sup>, чем 1 проходит хотя бы 3 ребра.
3. Все вершины со степенью 1 могут быть соединены только с вершинами со степенью, большей 1, так иначе они образуют компоненту из 2<sup>х</sup> вершин, не связываясь с остальными  $\Rightarrow$  граф будет несвязен, что неверно по усл.
4. Так между любыми 2<sup>ми</sup> деревьями ровно один путь, и в 2<sup>х</sup> деревьях, между которыми больше 1<sup>й</sup> дорог.
5. По формуле о рукопожатиях, сумма степеней вершин графа четна  $\Rightarrow$  вершин со степенью 1 четно, т.е.  $5+6+7+9 = 27 \neq 2$  ~~нельзя~~.
6. Из п. 4, между вершинами со ст. больше 1 проверено не более, чем  $\frac{4 \cdot 2}{2} = 6$  ребер. Суммарная степень вершин со ст. больше 1  $= 27$ , если из них не выходит ребро в другие такие же, то входит в ребро, со ст. 1  $\Rightarrow$  из них входит не менее, чем  $27 - 6 \cdot 2 = 15$  ребер  $\Rightarrow$  вершин  $6 \cdot 2 = 12$  одно ребро прибав. и их сумм. степени 2. со ст. 1 хотя бы 15
7. По п. 3, между 4 вершинами со ст. больше 1 есть хотя бы 3 ребра, т.е. из них выходит не более, чем  $27 - 3 \cdot 2 = 21$  ребро, т.е. вершин со ст. 1 не более 21.
8. Нет сомнений, что можно по-во вершин со ст. 1, не кратнее 2<sup>ой</sup> от 15 до 21 возможно. По сути дела соединим все вершины со ст. больше 1 друг с другом. Из каждой такой вершины выходит по 2 ребра. Дополним их степень до нужного кол-ва высотами вершин. По п. 6 высоты вершин равны 15. После этого по очереди добавим ребра между вершинами со ст. 4, 5 и 6, 6 и 9, 5 и 7. Можно убедиться, что если убрать их, граф все еще связен. Будем затем ~~убирать~~ <sup>добавлять</sup> ребра на 2 высоты вершин из соотв. вершин. Их степень сократится, а кол-во высот вершин увеличится на 2. Тогда после 1<sup>го</sup> убр. ребра, высота вершин станет 17, после 2<sup>го</sup> - 19, а после 3<sup>го</sup> - 21. Т.е. по-во высот вершин проверим все возможные количества. Других вариантов быть не может.

Ответ: 13, 21, 23, 25 вершин. деревьев.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Усн:  $a - b = 12$

$a, b \in \mathbb{N}$

$a = b + 12$

Черновики

Усн:  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) = (a+b)(a+b+3) = 19p^4$

Подставим  $a = b + 12$  вместо  $a$ :

$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$

Посчитаем НОД сдвоек  $(2b+12)$  и  $(2b+15)$ . Для этого используем алгоритм Евклида:

$((2b+12), (2b+15)) = (2b+15) - (2b+12) = 3$

НОД сдвоек равен 1 или 3, где 3 — это простое число.

Разберем 2 варианта: НОД = 3 и НОД = 1

1. НОД = 3

Если НОД = 3, то  $19p^4 : 3$ . По ОГА,  $p^4 : 3$ .  $p$  — простое число  $\Rightarrow$

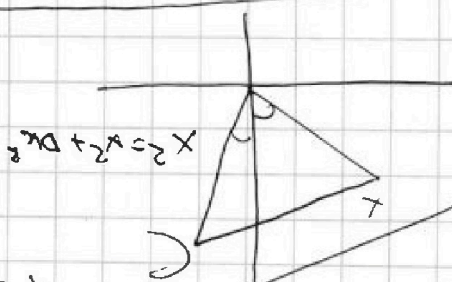
$\Rightarrow p = 3$ . Тогда  $(2b+12)(2b+15) = 19 \cdot 3^4$

Сдвоки  $2b+12 = (b+6) \cdot 2 \Rightarrow (b+6)(2b+15) \cdot 2 : 2$ , но  $19 \cdot 3^4 / 2$

Противоречие  $\Rightarrow$  НОД не равен 3.

2. НОД равен 1.

Заметим



$4^2 = 4x^2 + 4N^2 + 2 \sin x$

$2^2 = x^2 + N^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$

$4^2 = x^2 + N^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$

$4^2 = x^2 + N^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$   
 $4^2 = x^2 + N^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$   
 $4^2 = x^2 + N^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$   
 $4^2 = x^2 + N^2 + 2 \sin x \cdot AN \cdot x$

$4^2 = 4x^2 + 4N^2$

$4^2 = 4x^2 + 4N^2$   
 $4^2 = 4x^2 + 4N^2$   
 $4^2 = 4x^2 + 4N^2$   
 $4^2 = 4x^2 + 4N^2$

$(2 \sin x)^2 = 1 + 1 + 2 \sin(2x) \cdot 2$

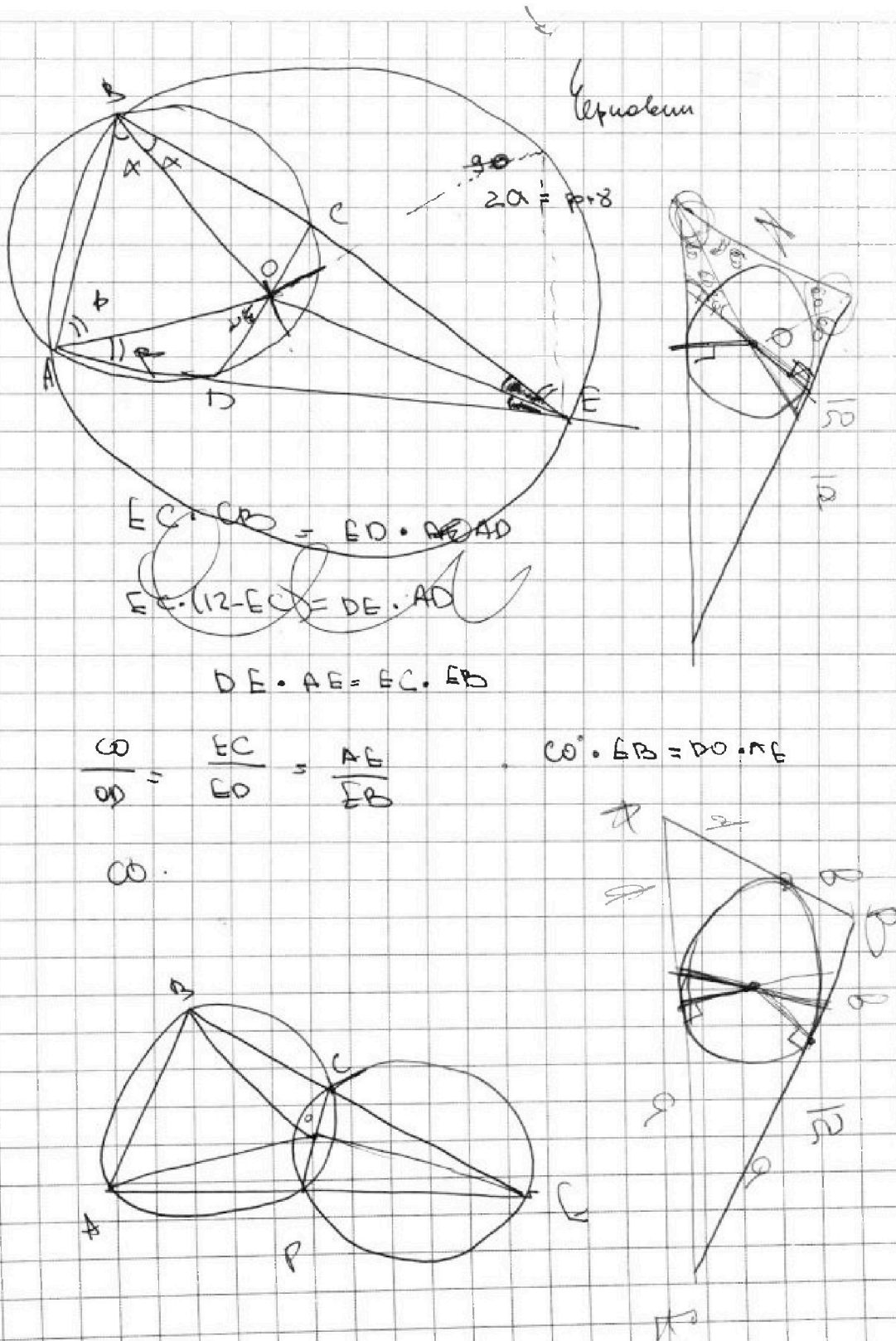


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

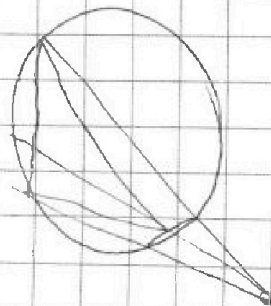
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

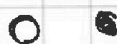
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!













На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

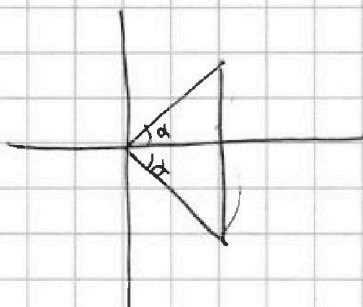
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$\frac{11}{1} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2}$$



$$4 \sin^2 \alpha = 1 + 2 \cos(2\alpha) \cdot 1 \cdot 1$$

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos(2\alpha)$$

$$\frac{11 \cdot 10}{2} \cdot \frac{9}{1}$$

$$\begin{aligned} \cos(2\alpha) &= 1 - 2 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = (2 \cos^2 \alpha - 1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \rightarrow \sin^2 \alpha &= \cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$

$$1 = 1 + 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2$$

