

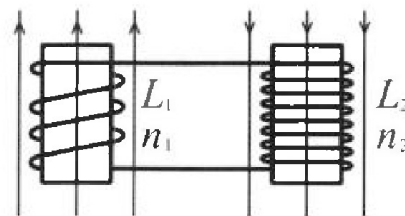
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

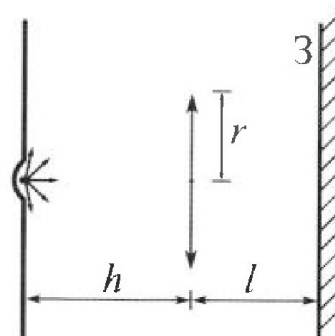


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоро стью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



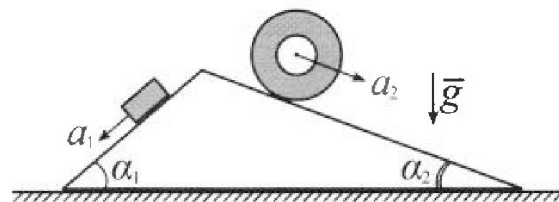
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

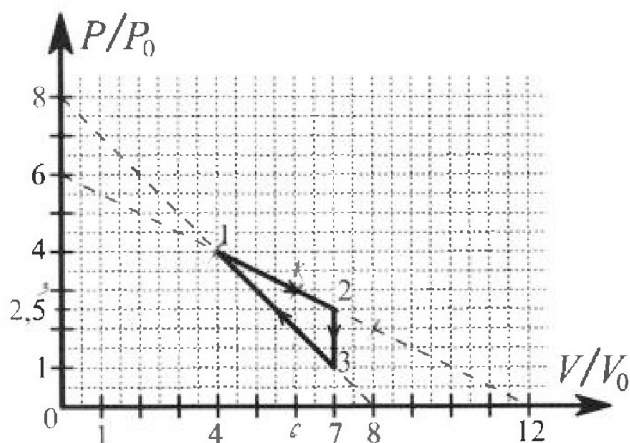


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

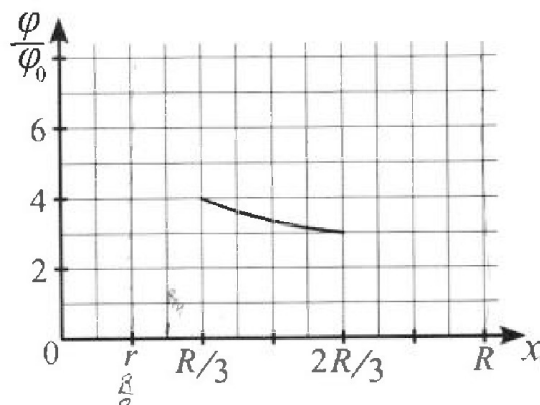
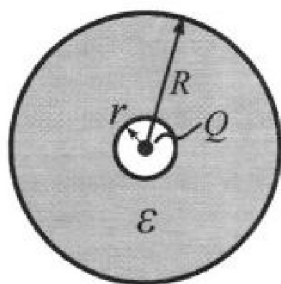
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



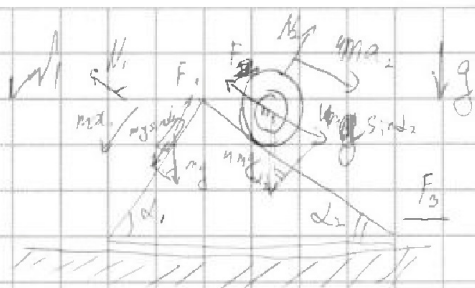


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha_1 + F_1 \Rightarrow F_1 = m_1 \left(\frac{5}{13} g + m_2 \frac{3(-25+13)}{5 \cdot 65} \right) \frac{14}{65} m g$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{14}{65} m g$$

$$2) \sin \alpha_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_2} = \frac{\sqrt{169 - 144}}{13} = \frac{5}{13}$$

Пакет из закона Ньютона: $m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha_1 - F_2 \Rightarrow F_2 = m_1 (g \sin \alpha_1 - a_1) = 4 m g \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = \frac{55}{78} m g$

~~Векторная диаграмма:~~

$$3) F_3 = N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 \quad (масса по закону Ньютона)$$

где $N_1 = m_1 g \cos \alpha_1$ и $N_2 = 4 m g \cos \alpha_2$

$$\Rightarrow F_3 = m g \left(\frac{4 \cdot 3}{25} + \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} - \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - 4 \cdot \frac{12 \cdot 5}{13 \cdot 13} \right) = m g \left(\frac{12}{25} + \frac{110}{169} - \frac{56}{1525} - \frac{240}{169} \right) =$$

$$= m g \left(\frac{156 - 56}{1525} - \frac{130}{169} \right) = m g \left(\frac{4}{13} - \frac{10}{13} \right) = -\frac{6}{13} m g \Rightarrow F_3 = \frac{6}{13} m g \text{ и направление вверх}$$

Ответ: $\frac{14}{65} m g$; $\frac{55}{78} m g$; $\frac{6}{13} m g$.



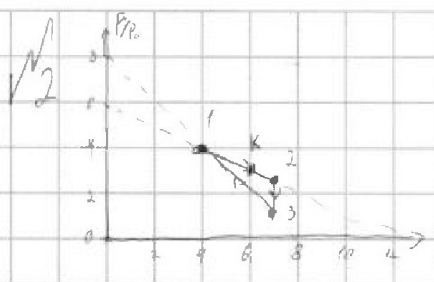
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) A = S_{123} P_0 V_0 = \frac{(2,5 - 1)(x - 4)}{2} P_0 V_0 + \frac{9}{4} P_0 V_0$$

работы газа за цикл

$$\int_0^1 U_{2-3} = \frac{3}{2} \Delta R T = \frac{3}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) = \frac{3}{2} P_0 V_0 (7 - 2,5) = -\frac{9}{4} P_0 V_0$$

изменение внутренней энергии газа

Т.к. $PV = \nu RT \Rightarrow \nu R \Delta T = P_3 V_3 - P_2 V_2$
 Т.к. $PV = \nu RT \Rightarrow \nu R \Delta T = P_3 V_3 - P_2 V_2$
 для 2-3

$$\Rightarrow \frac{|U_{2-3}|}{A} = \frac{\frac{9}{4} P_0 V_0}{\frac{9}{4} P_0 V_0} = 1$$

2) на графике $\frac{P}{P_0} = \frac{V_0}{V} \cdot \frac{1}{k}$ по БПТ: $Q = \frac{3}{2} \nu R T + \frac{P_2 - P_1}{2} V$

В точках этих графиков $P = \frac{1}{k} \frac{P_0 V_0}{V}$ и $Q = \frac{3}{2} \nu R T + \frac{P_2 - P_1}{2} V = \frac{3}{2} P_0 V_0 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k} \right) + P_0 V_0 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2V_0} \right) \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{V_0} \right)$

$(k \frac{V_0}{V} - 1) \Rightarrow P = 0$ или $V = \frac{1}{2k} \Rightarrow$ на графике это точка 1 $\Rightarrow 3 \rightarrow 1$

Аналогично для 1-2 пусть это будет Т. К. где 1-2 U_{12} и 2-3 $U_{23} \Rightarrow K(63)$

$$\Rightarrow T_{\max \text{ на } 1-2} = T_K \Rightarrow \frac{T_K}{T_1} = \frac{P_K V_K}{P_1 V_1} = \frac{3 P_0 \cdot 6 V_0}{4 P_0 \cdot 4 V_0} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{A}{A_{12} + A_{23} + A_{31}} = \frac{\frac{9}{4} P_0 V_0}{\left(-\frac{9}{4} \right) + \frac{9}{4} + \frac{3}{2} (13 - 7) P_0 V_0} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{9}{4} - \frac{9}{4} + 9} = \frac{9}{9} = 1$$

теплота

Ответ: $1; \frac{9}{8}; \frac{9}{64}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓3



П.к. вне шара $E = \frac{kQ}{x^2}$ по теореме $\varphi(R) = \frac{kQ}{R}$

1) П.к. внутри шара $E = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$ по теореме $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi(x) - \varphi(R) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) = \frac{kQ(R-x)}{\epsilon x R} \Rightarrow \varphi(x) = \frac{kQ}{R} \left(\frac{R-x}{\epsilon x} + 1 \right) = \frac{kQ}{\epsilon x R} (R + x(\epsilon - 1)) \Rightarrow$$

2) П.к. $\varphi(x)$ это непрерывная функция (при $x \rightarrow 0$) $\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = \frac{4kQ}{\epsilon R^2} \left(R + \frac{R}{4}(\epsilon - 1) \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} (3 + \epsilon)$

П.к. по условию $r = \frac{R}{6} < \frac{R}{4}$

$$2) \varphi\left(\frac{R}{3}\right) - \varphi\left(\frac{R}{6}\right) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{6}{R} \right) = \frac{3kQ}{2\epsilon R} = 4V_0 - 3V_0 = V_0$$

$$\Rightarrow \frac{kQ(3 + \epsilon)}{\epsilon R} - \frac{6kQ}{\epsilon R} = V_0 \Rightarrow \epsilon = 4$$

$$\text{и } \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 4V_0 = \frac{kQ}{\epsilon R} (3 + \epsilon) = \frac{kQ}{\epsilon R} (7)$$

Ответ: $\frac{kQ}{\epsilon R} (3 + \epsilon); 4$.



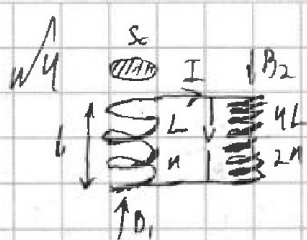
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\mu_0 \mu_r L_i = \frac{n_1^2 L}{S_0}$ и $\frac{L_2}{L_1} = 4 = \frac{n_2^2}{n_1^2} \Rightarrow$ (у катушек одинаковая S_0 и I)

1) $B_2 = \text{const}$
т.к. $\Phi_1 = B_1 n_1 S_0 = \frac{L_1}{\mu_0 \mu_r} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{d n_1 S_0}{L_1} = \frac{d n_1 S_0}{5L}$

2) $\mu_0 \mu_r$ после градиентного времени $V=0$ и $\dot{V}=0$ и преобразованная взаимная индукция

$$I = I_1 - I_2 = \frac{\frac{B_0}{2} n_1 S_0}{L} - \frac{\frac{4}{3} B_0 n_2 S_0}{4L} = \frac{B_0 n_1 S_0}{5L} \left(-\frac{2}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{13 B_0 n_1 S_0}{30L}$$

т.к. $\Delta I_1 = \frac{\Delta B_1 n_1 S_0}{L_1}$

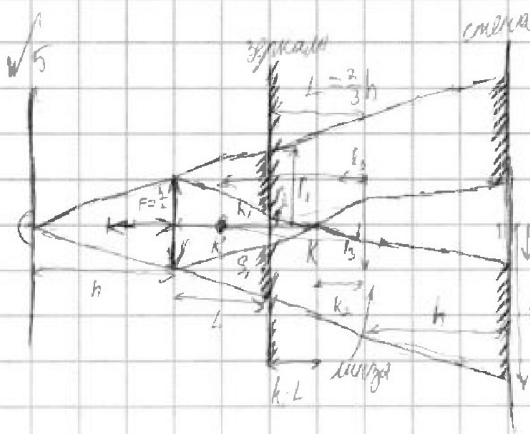
Ответ: $\frac{13 B_0 n_1 S_0}{30L}$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Построим систему линз и зеркал и зациклим
 а линзы строить не будем

1) Поле зрения через линзу у источника
 будет равно изображению в т. К.

По формуле тонкой линзы: $\frac{1}{h} + \frac{1}{k} = \frac{1}{F} = \frac{2}{h}$
 $\Rightarrow k_1 = h \Rightarrow k_1 - L = \frac{h}{3}$

$\Rightarrow$ по формуле: $\left(\frac{r_1}{h} - \frac{r_1}{h \cdot L} \right) \Rightarrow r_1 = \frac{2}{3}r = 5 \text{ см}$

$\Rightarrow S_1 = \pi (25 \text{ см}^2 - 10 \text{ см}^2) = 24\pi \text{ см}^2$

и т.к. $S_1 = \pi (r_1^2 - r_2^2)$ $\left(\frac{r_1}{k} - \frac{r_2}{k-L} \right) \Rightarrow r_2 = \frac{1}{3}r = 10 \text{ см}$

2) По формуле тонкой линзы и т.к. $k_2 = 2L - k = \frac{h}{3}$ у К будем $\frac{1}{h} - \frac{1}{k_2} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{3}{h} - \frac{3}{h} = \frac{1}{k_3}$

$\Rightarrow k_3 = h$ будет линза изображением К'

$\Rightarrow$ по формуле: $\left(\frac{r_3}{k_1} - \frac{r_2}{k_2} \right) \Rightarrow r_3 = \frac{r}{3}$

и т.к. $S_2 = \pi (r_3^2 - r_4^2)$ $\left(\frac{r_3}{k_3} - \frac{r_4}{k_3 + h} \right) \Rightarrow r_4 = 2r_3 = \frac{2}{3}r = 2 \text{ см}$ $\Rightarrow S_2 = \pi (10 \text{ см}^2 - 2 \text{ см}^2) = 94\pi \text{ см}^2$

$\frac{r_5}{h} = \frac{r}{h} \Rightarrow r_5 = r \left(2 + \frac{2}{3} \right) = \frac{8}{3}r = 10 \text{ см}$
 Обозначим представителем себя катодом (соединим)

Итого: $24\pi \text{ см}^2 + 94\pi \text{ см}^2$

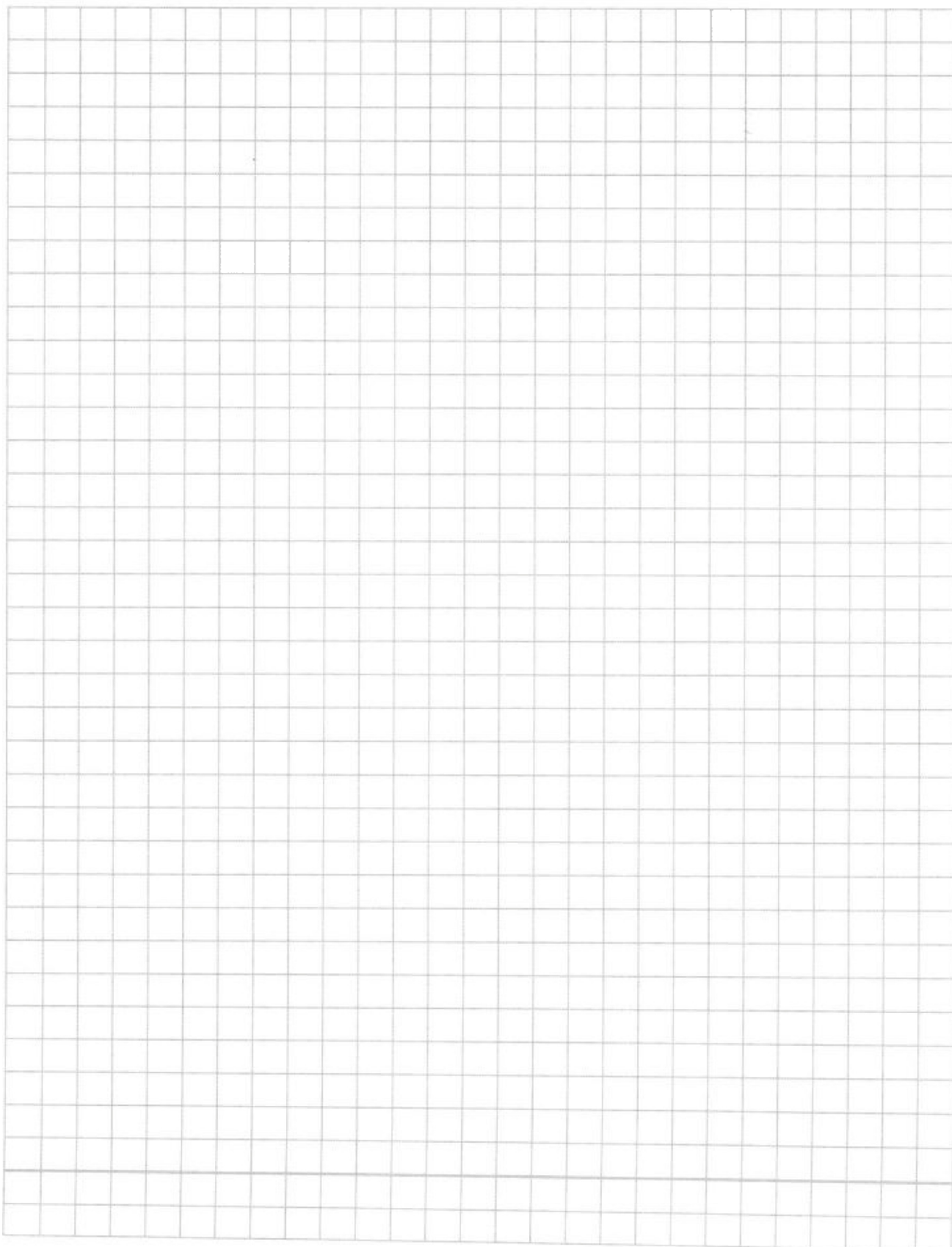


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



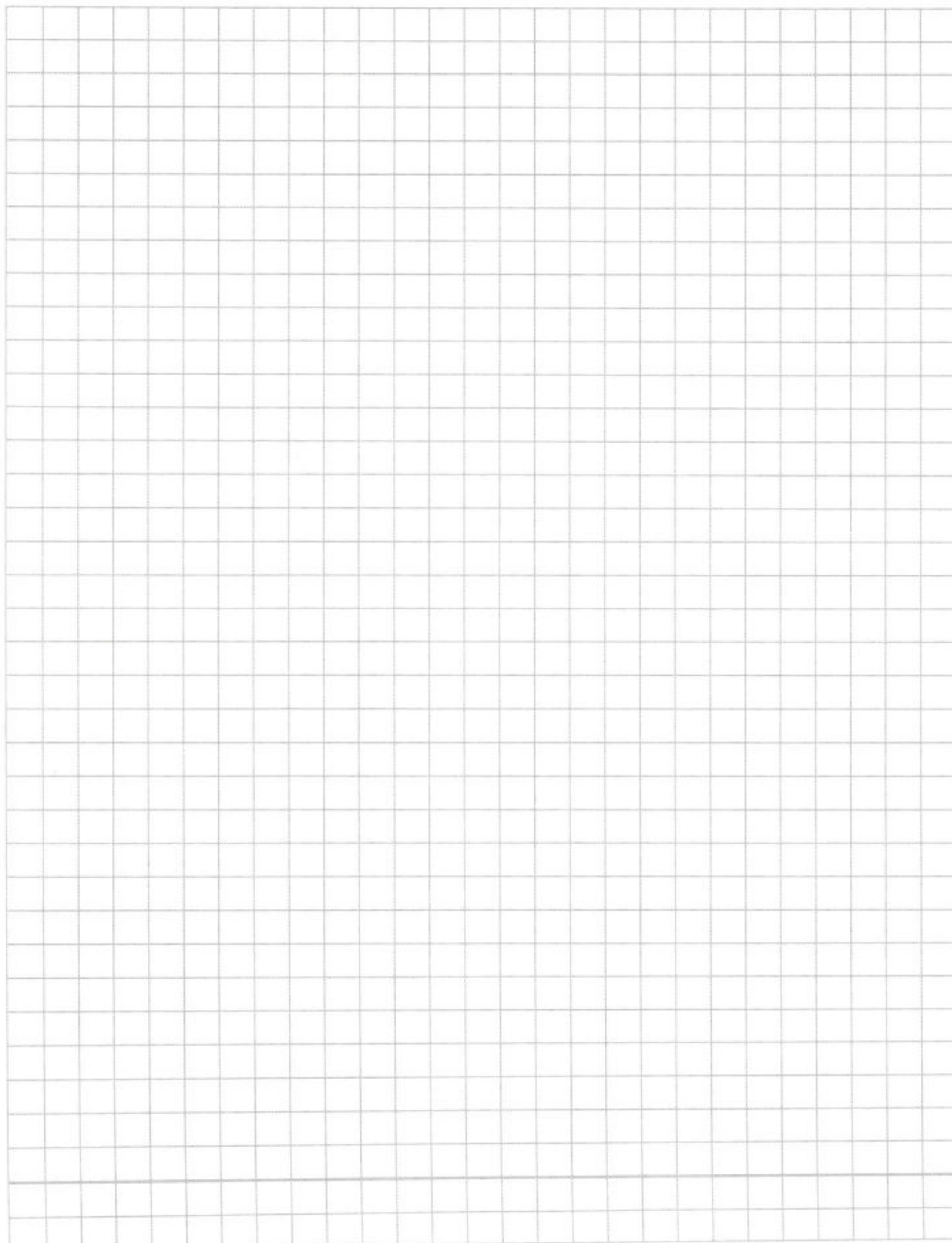


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

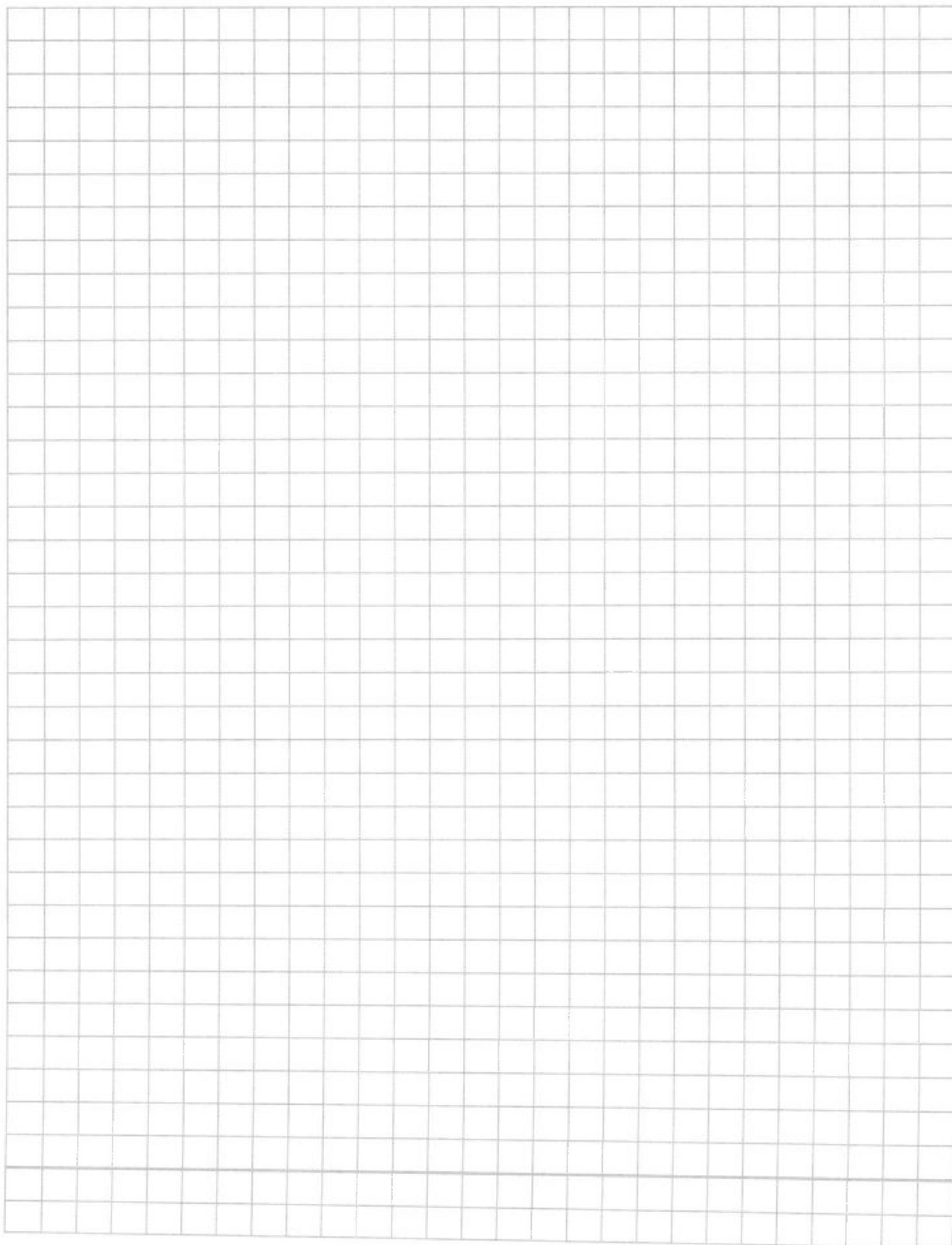
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

