



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1) Пусть $a = 2^{\alpha_1} 4^{\beta_1}$, $b = 2^{\alpha_2} 4^{\beta_2}$, $c = 2^{\alpha_3} 4^{\beta_3}$, тогда

$$abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} 4^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}$$

Из условий имеем:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 15 & (1) \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 14 & (2) \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 13 & (3) \\ \beta_1 + \beta_2 \geq 11 & (4) \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 18 & (5) \\ \beta_3 + \beta_1 \geq 39 & (6) \end{cases}$$

≥ т.к. иначе степень
вхождения простого
фактора в число a меньше, чем число вхождений
этого же простого фактора
в факторизацию числа a — противоречие

$$\begin{aligned} (1)+(2)+(3) & \Rightarrow 2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 15 + 14 + 13 \\ (4)+(5)+(6) & \Rightarrow 2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 11 + 18 + 39 \end{aligned}$$

Т.к. $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \in \mathbb{N}$, $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \in \mathbb{N}$, то

имеем знач. $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 28$, а

$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34$. Т.о.

имеем знач. abc это $2^{28} 4^{34}$. Действительно

если ~~мы~~ уменьшим, то в него будет

входить ≤ 24 двоек или ≤ 33 четв. (т.к. оканчивают только из них)

но в таком случае неверно либо

$(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 24, 5)$, либо $(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 34)$, что
следует из условий. Противоречие.

Ответ: $abc = 2^{28} 4^{34}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократимая $\Leftrightarrow (a, b) = 1$ ($(a, b) \neq \text{НОД}(a, b)$)
это

$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-3ab}$$

($\Leftrightarrow$ тогда и только тогда, когда)

Предположим, что дроби сократима
на $m \in \mathbb{N}$ такое, что $m \neq 1$. Тогда ~~верно не~~ должно выполняться:

$$\begin{cases} a+b; (a+b)^2-3ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b; m \\ (a+b)^2-3ab; m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b; m \\ 3ab; m \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Rightarrow \frac{a+b}{3ab}$ - сократима на m .

Докажем, что дробь $\frac{a+b}{3ab}$ несократима,

т.е. $(a+b, 3ab) = 1$:

т.к. ~~из~~ ~~не~~ ~~удовлетворяет~~ $(a, b) = 1$, то

$$\begin{cases} a \nmid b \\ b \nmid a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b \nmid b \\ a+b \nmid a \end{cases} \Rightarrow a+b \nmid 3ab$$

т.к. $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, ~~то~~ ~~из~~ ~~удовлетворяет~~ $(a, b) = 1$, то

$$\begin{cases} a \nmid b \\ b \nmid a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \nmid a+b \\ b \nmid a+b \end{cases}$$

т.к. $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, ~~из~~ ~~удовлетворяет~~ $(a, b) = 1$, то

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~a и b есть любые одно нечётное (или же $(a,b)=2$).~~
~~Если ~~одно~~ нечётное только одно (или же ветное),~~
 то ab - чётное, $(a+b)$ - нечётное

Теперь ~~так~~ разложимся a и b на простые
мн-ля. Т.к. $(a,b)=1$ без лишнего, то

$$a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$$

$$b = q_1^{\beta_1} \cdot q_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot q_e^{\beta_e}, \text{ причем } p_i \neq q_j \text{ для } \begin{matrix} 1 \leq i \leq k \\ 1 \leq j \leq e \end{matrix}$$

Тогда дроби ~~так~~ $\frac{a+b}{ab}$ примет вид:

$$\frac{(p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n} + q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} \dots q_n^{\beta_n})}{p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n} q_1^{\beta_1} q_2^{\beta_2} \dots q_n^{\beta_n}}. \text{ Заметим, что}$$

она не сократится т.к. числитель не делится ни на один простой множитель знаменателя (а делится только ~~одно~~ $\frac{a+b}{ab}$ делится только $\frac{a+b}{ab}$ делится, второе не делится).

Получив, что $\frac{a+b}{ab}$ не сократится приходим к выводу, что сократить можно максимум на $m=2$, пример: $\begin{cases} a=5 \\ b=2 \end{cases} \rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{5+2}{5 \cdot 2} = \frac{7}{10}$ - несократимо.

Ответ: $m=2$.

сократится на $m=2$ $\frac{a+b}{ab} = \frac{5+2}{5 \cdot 2} = \frac{7}{10}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

241 Во-первых, заметим, что $3x^2 + 3x + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$,
т.к. коэф. при x^2 положительны, а $D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3 < 0$
("ветви" parabola вверх)

Отсюда $\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} > 0$

Извещ. ур-ие: $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$

Допонем его на $f(x) \geq 0$:

$$(\sqrt{3x^2 - 6x + 2})^2 - (\sqrt{3x^2 + 3x + 1})^2 = (1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$-9x + 1 = (1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$x \neq \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad \left(\begin{array}{l} \text{возведем в квадрат,} \\ \text{т.к. обе части неотриц.} \end{array} \right)$$

$$x \neq \frac{1}{9}$$

$$(\sqrt{3x^2 - 6x + 2})^2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (\sqrt{3x^2 + 3x + 1})^2 = 1$$

$$x \neq \frac{1}{9}$$

$$6x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 \quad (*)$$

Заметим, что $6x^2 - 3x + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$,

т.к. коэф. при x^2 положителны, а $D = 9 - 4 \cdot 6 \cdot 2 = -39 < 0$. Отсюда $6x^2 - 3x + 3 > 1$,

значит (*) не имеет решений при $x \neq \frac{1}{9}$, т.к. левая часть всегда больше правой.

Значит (*) не имеет решений при $x \neq \frac{1}{9}$, т.к. левая часть всегда больше правой.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Значит, при $x \neq \frac{1}{9}$ изначальное ур-ие решений
не имеет.

При $x = \frac{1}{9}$:

$$\sqrt{3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} = \sqrt{3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{9} + 1} = 1 - 9 \cdot \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{\frac{1}{24} - \frac{2}{3} + 2} = \sqrt{\frac{1}{24} + \frac{1}{3} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{24} + \frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{1}{24} + \frac{4}{3}} = 0 ; \text{ верно}$$

$x = \frac{1}{9}$ корень.

Ответ: $\frac{1}{9}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓6

($\Leftarrow$) - только и только
тогда, когда

$$\begin{cases} ax+ay-8b=0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Заметим, что $ax+ay-8b=0$ — уравнение
прямой. Обозначим её ω .

Заметим, что $(x^2+y^2-1)=0$ — уравнение
окружности с центром $(0;0)$ и радиусом
 $r_1=1$. Обозначим её ω_1 .

Заметим, что $(x^2+(y-12)^2-16)=0$ — уравне-
ние окружности с центром $(0;12)$ и ради-
усом $r_2=4$. Обозначим её ω_2 .

Заметим, что для произвольной точки $(x_0; y_0)$
неравенство (2) верно, если она лежит не
только внутри одной из окружностей ω_1
и ω_2 (т.к. ω_1 и ω_2 не имеют общ. точек,
ведь расстояние между центрами больше
суммы радиусов $1+4=5 < 12$).

Кроме того отсюда количество решений
системы есть суммарное количество точек

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Прямой ℓ и кругов, которые являются окружностями ω_1 и ω_2 . Заметим, что если ℓ пересекает ω_1 и ω_2 , то внутри этой окружности может быть любая точка, т.е. ℓ имеет бесконечно много точек с одной из окружностей, а значит система имеет бесконечно много решений, что нам не подходит. С другой стороны, если ℓ не имеет точек с ω_1 или ω_2 , то ℓ не имеет точек, т.е. ℓ не касается ни одной из окружностей, либо не пересекает её. С другой стороны, если ℓ касается только одной окр. из двух или не касается ни одной, то система имеет одно и не имеет решений соответственно. Получаем, что система имеет ровно 1 решение $\Leftrightarrow$ прямая ℓ - общая касательная ω_1 и ω_2 . Таких прямых - 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

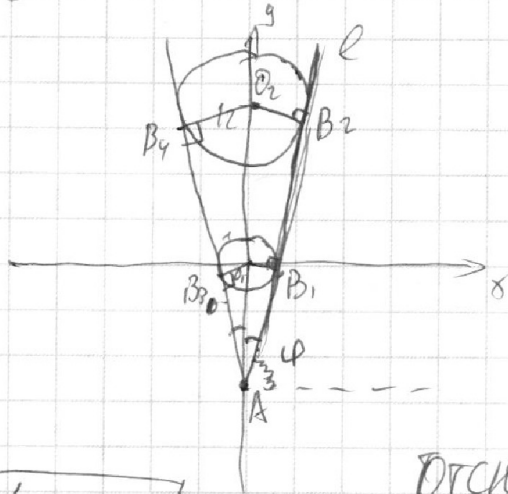
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) внешние касательные



Пусть $O_1 B_1 \perp l, B_1 \in l$
 $O_2 B_2 \perp l, B_2 \in l$
 $O_1 B_3 \perp l, B_3 \in l$
 $O_2 B_4 \perp l, B_4 \in l$

радиусы в точке касания

точки касания

Заметим, что $O_1 \in O_2 A$

Отсюда $A \in O_2$ ($A \in O_1 O_2$)

точка пересеч. касательных

$\Delta A O_1 B_1 \sim \Delta A O_2 B_2$ (по 2-м углам)

$$\frac{O_2 O_1 A}{O_1 A} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\frac{O_2 O_1}{O_1 A} + 1 = 4; O_1 A = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow A(0; -4)$$

$\Rightarrow$ т.к. $a \neq 0$ упр-е l , то

$$\begin{cases} -4a = 8b \\ b = -2 \end{cases}$$

Преобразуем упр-е $l: y = ax + b$

$\Rightarrow$ т.к. упр-е $l: y = -ax + 8b$, то

(т.к. прямая симметрична отк. O_2 , то решение из 2-х прямых, касательных к окружностям в точках B_1 и B_2)

По опр. $-a$ - тангенс угла наклона l , т.е.

$$-a = \operatorname{ctg}(\angle O_1 A B_1) = \pm \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\angle O_1 A B_1)} + 1} = \pm \sqrt{16 + 1} = \pm \sqrt{17}$$

$$\sin \angle O_1 A B_1 = \frac{r_1}{O_1 A}$$

$$O_1 A = \sqrt{17}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

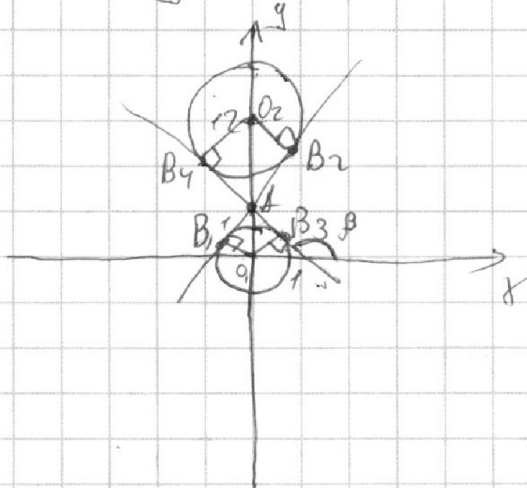
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

II Визир. касательные



Точки B_1, B_2, B_3, B_4 и B_1', B_3' определяют касательные внешнего касания

Аналогично $A \in O_1O_2$

$\triangle AO_1B_1 \sim \triangle AO_2B_2$ (по 2-м углам)

$$\frac{O_2A}{O_1A} = \frac{r_2}{r_1}, \quad \frac{O_2O_1}{O_1A} - 1 = 4$$

$$O_1A = \frac{12}{5}$$

$$A(0; \frac{12}{5})$$

~~Аналог. I $\frac{12}{5} \rightarrow \frac{8}{10}$~~

~~Аналог. I $\alpha =$ т.к. по опр. α — тангенс (касат. I пересекает 2-х пр.) при касании, то~~

$$-\alpha = \angle \beta = -\angle O_1AB_3 = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \angle O_1AB_3} + 1} \quad \text{II}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{144}{25} + 1} = \sqrt{\frac{169}{25}} = \frac{13}{5} \quad \alpha = \pm \frac{13}{5}$$

замечание: т.к. в I и II градиенты прямых симметричны от O_y , то мы находим „ α “ для одной из двух прямых, а для другой прямой берем α с противоположным знаком.

Ответ: ~~$\alpha \in \{\pm \frac{13}{5}, \pm \frac{\sqrt{5}}{6}\}$~~

$$\alpha \in \{\pm \frac{13}{5}, \pm \sqrt{14}\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2+ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2+5ab} ; a+b \equiv (a+b)^2 \pmod{ab}$$

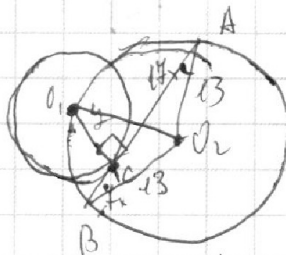
$$(a, b) = 1 \quad m(a+b) = ab$$

$$\frac{5+4}{25-4-5-4+16} = \frac{9}{49-140}$$

$$= \frac{9}{-99}$$

$$3x^2+3x$$

$$3x(x+1)$$



$$b \neq 0$$

$$a \neq 0$$

$$a+b \neq 0$$

$$a, b \neq 0$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x_1, x_2 = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{3}$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{3-\sqrt{3}}{3} \\ x \geq \frac{3+\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$- \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = (1 - 9x)(\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1})$$

$$\frac{a+b}{ab}$$

$$a+b \equiv 9ab$$

$$\frac{a}{9b} + \frac{b}{9a}$$

$$ab = a+b$$

$$ab = (a+b)(x)$$

$$D = 9 - 12 \leq 0$$

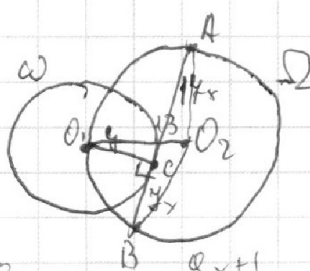
$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$a+b = b$$

$$a(b-x) = bx$$

$$a = \frac{bx}{b-x}$$

$$x = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

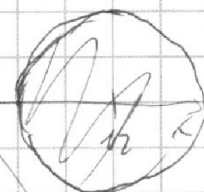
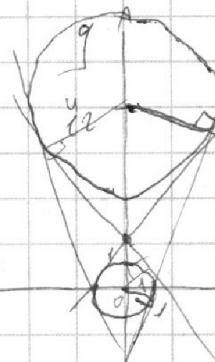
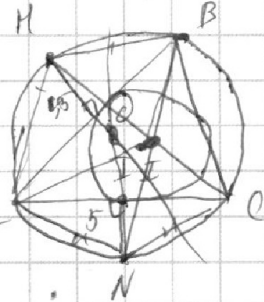
$$x = \frac{1}{3}$$

$$6x^2-3x+3 + \sqrt{(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1)} = 1$$

$$6x^2-3x+3 \leq$$

$$2x^2-8x+1 \leq \frac{1}{3}$$

$$6x^2-3x+2 \leq 0$$



$$2\sqrt{}$$

$$\frac{12+x}{x}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\cot \alpha = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1}$$

$$x + y = 1$$

$$x^2 + (y-12)^2 = 16$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$-12y + 144 = 16b$$

$$12y = 144 - 16b$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ ax + y - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + (ax - 8b)^2 = 1 \\ ax + y - 8b = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \quad x^2(a^2+1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

$$D = 16b^2 - 4(a^2+1)(64b^2-1) = -256b^2 + 4a^2 + 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} \angle_1, \beta_1 \\ 2 \cdot 4 \\ 11 \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} \angle_2, \beta_2 \\ 2 \cdot 4 \\ 11 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} \angle_3, \beta_3 \\ 2 \cdot 4 \\ 11 \\ 8 \end{array}$$

$$\angle_1 + \angle_2 = 15$$

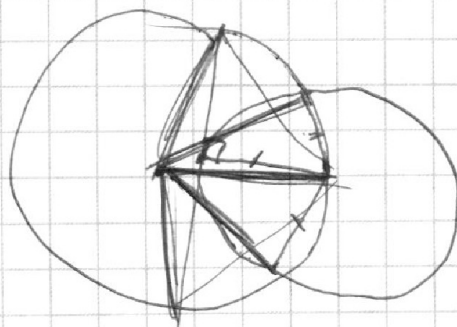
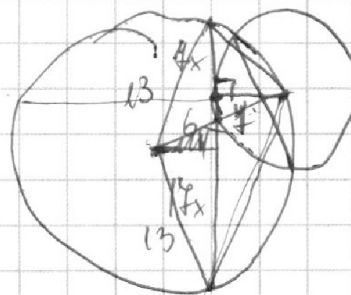
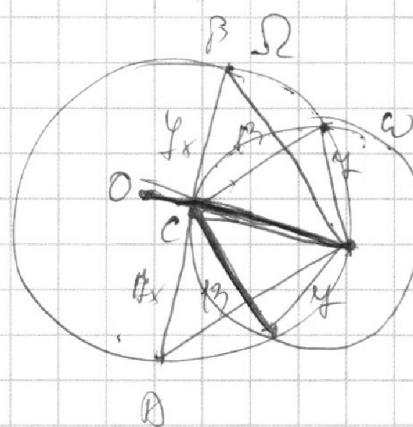
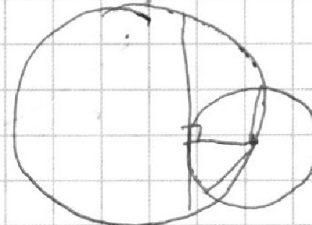
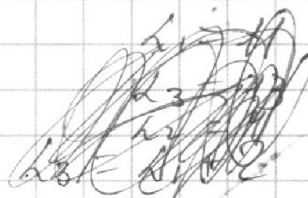
$$\beta_1 + \beta_2 = 11$$

$$\angle_1 + \angle_3 = 23$$

$$\beta_1 + \beta_3 = 39$$

$$\beta_2 + \beta_3 = 18$$

$$\angle_2 + \angle_3 = 14$$



$$121 \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$- : 13$$

$$+ : 4$$

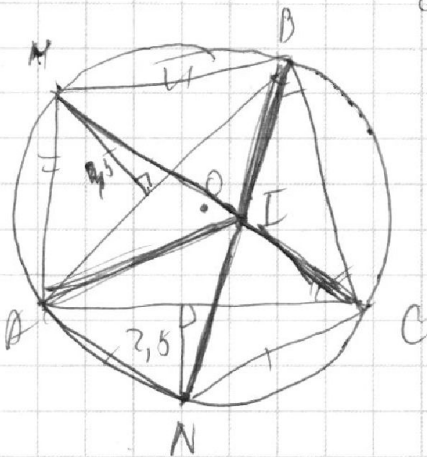
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

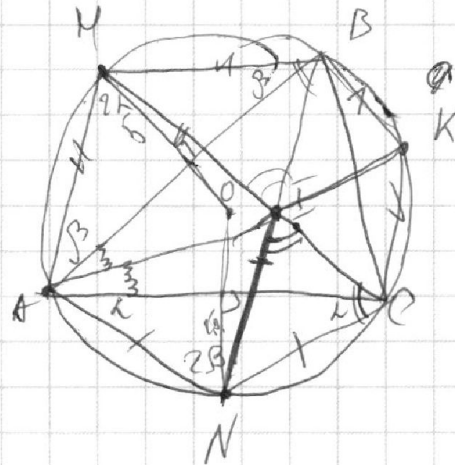
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$



$$(abc)^2 : 2^{55} 4^{68}$$

or

$$ab = 2^{15} 4^{11}$$

$$bc = 2^{12} 4^{18}$$

$$ac = 2^{25} 4^{38}$$

~~5/17~~

$$\frac{c}{b} = 2^8 4^{28}$$

$$c = b \cdot 2^8 4^{28}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 4^4$$

$$c = a \cdot 2^2 4^4$$

$$NC = \frac{2.5}{\sin \alpha}$$

$$AM = \frac{5}{\sin \beta}$$

$$2\alpha + 2\beta = 15$$

$$\sin \alpha$$

$$AI = \frac{6.25}{\sin^2 \alpha} - 2 \cdot \frac{6.25}{\sin^2 \alpha} \cdot \cos \beta$$

$$(1 - \cos 2\alpha) \frac{2.5}{\sin^2 \beta} = \frac{6.25}{\sin^2 \alpha} (1 - \cos^2 \beta)$$

$$5 \sin^4 \alpha = 12.5 (\sin^4 \beta)$$

$$25(1 - 2\cos 2\alpha) \sin^2 \alpha = 6.25(1 - 2\cos^2 \beta) \sin^2 \beta$$

$$4(1 - 2(1 - \sin^2 \alpha)) \sin^2 \alpha = (1 - 2(1 - \sin^2 \beta)) \sin^2 \beta$$

$$4(4\sin^2 \alpha - 1) \sin^2 \alpha = (\sin^2 \beta - 1) \sin^2 \beta$$