



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab : 2^{15} 7^{11} \Rightarrow ab = 2^{15} 7^{11} x, \quad x \in \mathbb{N}$$

$$bc : 2^{17} 7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17} 7^{18} y, \quad y \in \mathbb{N}$$

$$ac : 2^{23} 7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23} 7^{39} z, \quad z \in \mathbb{N}$$

$$a^2 b^2 c^2 = ab \cdot bc \cdot ac = 2^{15} \cdot 2^{17} \cdot 2^{23} \cdot 7^{11} \cdot 7^{18} \cdot 7^{39} x y z = 2^{45} \cdot 7^{68} x y z$$

$$(2, 7) = 1. \quad \text{Очевидно, } abc \rightarrow \min \text{ при}$$

$$x, y, z \rightarrow \min. \quad x, y, z \in \mathbb{N} \Rightarrow \min(x) = \min(y) = \min(z) = 1.$$

$$(abc)^2 = 2^{45} \cdot 7^{68} \cdot x y z \Rightarrow abc = 7^{34} \sqrt{2^{45} x y z} = 7^{34} \cdot 2^{22} \sqrt{2 x y z}.$$

Очевидно, если $x = y = z = 1$, то abc будет иррациональным $\Rightarrow$ какое-то из чисел > 1 . Минимальное число $\in \mathbb{N} > 1$ это 2.

$$\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 2 - \text{рациональное} \Rightarrow x = 2, y = 1, z = 1.$$

$$abc = 7^{34} \cdot 2^{22} \cdot \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 7^{34} \cdot 2^{23}$$

$$\text{Ответ: } 7^{34} \cdot 2^{23}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.

$\frac{a}{b}$ — несократимая $\Rightarrow (a, b) = 1 \quad ((a, b) = \text{НОД}(a, b))$

Пусть $a + b =$

Докажем, что $m = 9$ подходит.

$$a + b = 9x \quad \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 81x^2$$

$$a^2 - 7ab + b^2 = 9y \quad ((x, y) = 1)$$

$$\Downarrow$$

$$81x^2 - 9ab = 9y, \quad 9x^2 - ab = y$$

Допустим, $\exists m > 9: m = 9 + n \quad (n \geq 1)$

$$a + b = (9 + n)x \quad (x \in \mathbb{Z})$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = (81 + 18n + n^2)x^2, \quad a^2 + b^2 - 7ab = (9 + n)y \quad ((x, y) = 1)$$

$$(81 + 18n + n^2)x^2 - 9ab = (9 + n)y$$

$$81x^2 + 18nx^2 + n^2x^2 - 9ab = 9y + ny$$

$$81x^2 + 18nx^2 - 9ab + n^2x^2 - ny = 9y$$

$\vdots 9$

$\Downarrow$

$$n(nx^2 - y) \vdots 9$$

$$(9 + n)^2x^2 - 9ab = (9 + n)y$$

$\vdots 9 + n$

$\Downarrow$

$$9ab \vdots 9 + n \Rightarrow 9ab \equiv 0 \equiv 9 + n$$

$$9ab = (9 + n)k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$9ab = 9k + nk \Rightarrow nk \equiv 0$$

$$9(ab - 1) \equiv n$$

$\vdots 9 + n$

$$9(ab - 1) \equiv n - 9 - n = -9 \Rightarrow ab - 1 \equiv -1 \Rightarrow ab \equiv 0$$

$\vdots 9 + n$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$ab \equiv 0 \pmod{g+n} \Rightarrow ab = (g+n)k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(g+n)k}{b^2}$$

↓
целое

$$\frac{b}{a} = \frac{(g+n)k}{a^2}$$

↓
целое

$$((g+n)k; a^2; b^2) = 1$$

$$\leftarrow ((g+n)k; a; b) = 1$$

у $(g+n)k$, a и b нет общ. множителя $\Rightarrow$

$$ab \neq (g+n)k$$

$$ab \neq (g+n)k$$

Противоречие.

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3.

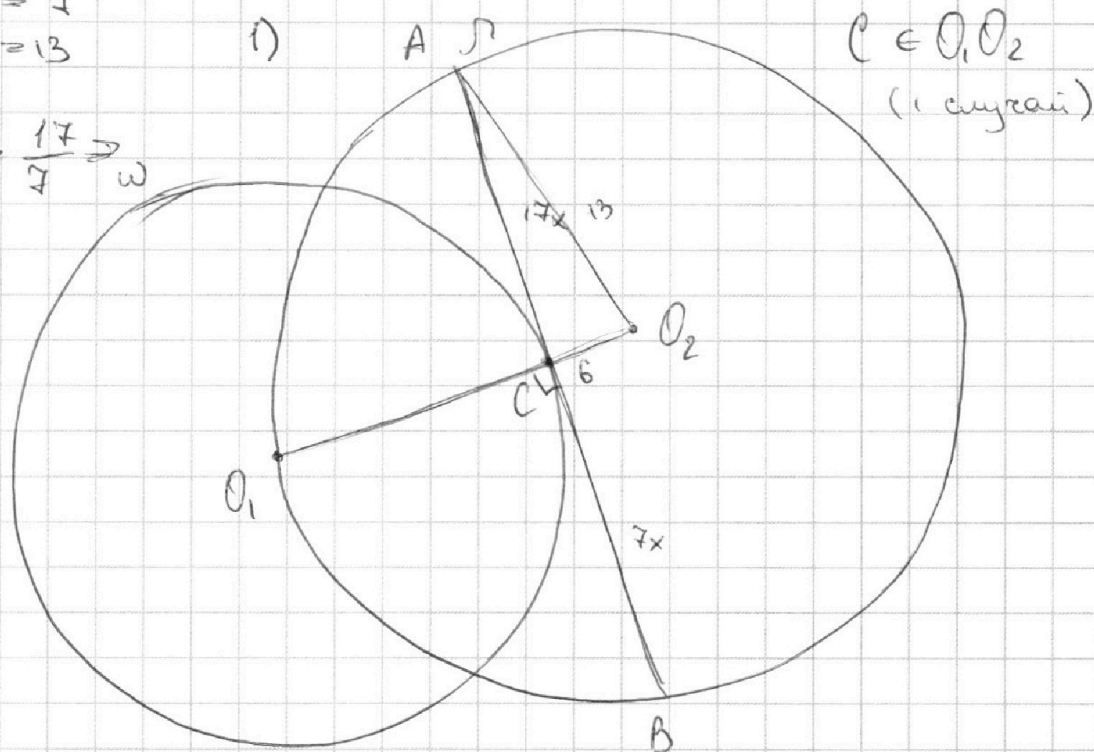
$$R(\omega) = I$$

$$P(n) = 13$$

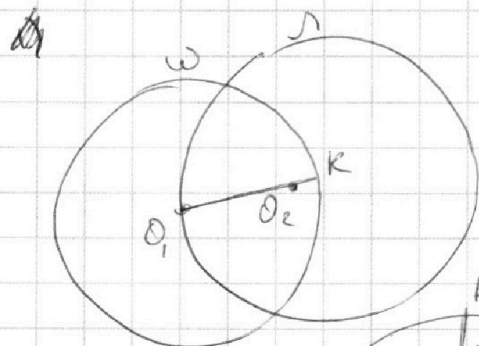
$$\frac{AB}{CB} = \frac{17}{7} \Rightarrow$$

$$AC = 17x,$$

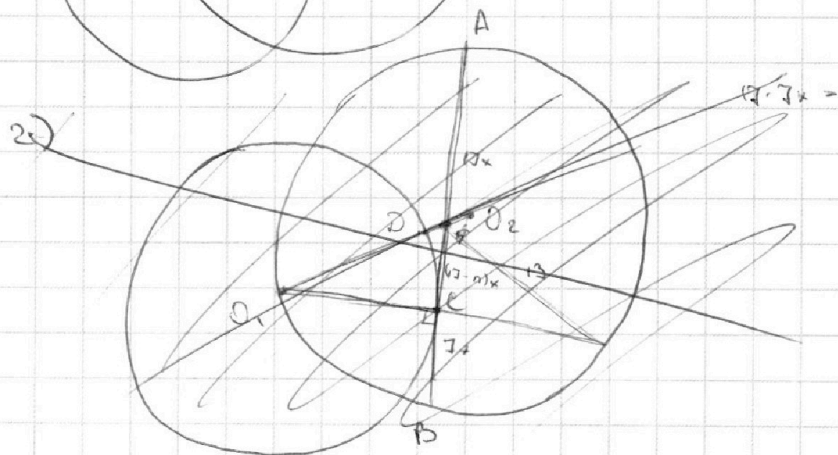
$$CB = 7x$$



Докажем, что этого расположения быть не может.



В максим. числе $O_1, O_2 =$
 $= R(\lambda) = 13$, $O_1 R = R(\omega) = 2$.
 $O_2 O_1 + O_2 K = O_1 K \Rightarrow 13 + O_2 K = 2 \Rightarrow$
 $O_2 K \leq -11$ — невозможно.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

но сб-бу окр-му pagure ↓ карамельности $\Rightarrow$

$$O_1 C \perp AB, \quad O_1 C = R(\omega) = 7, \quad O_1 O_2 = R(\lambda) = 13 \Rightarrow$$

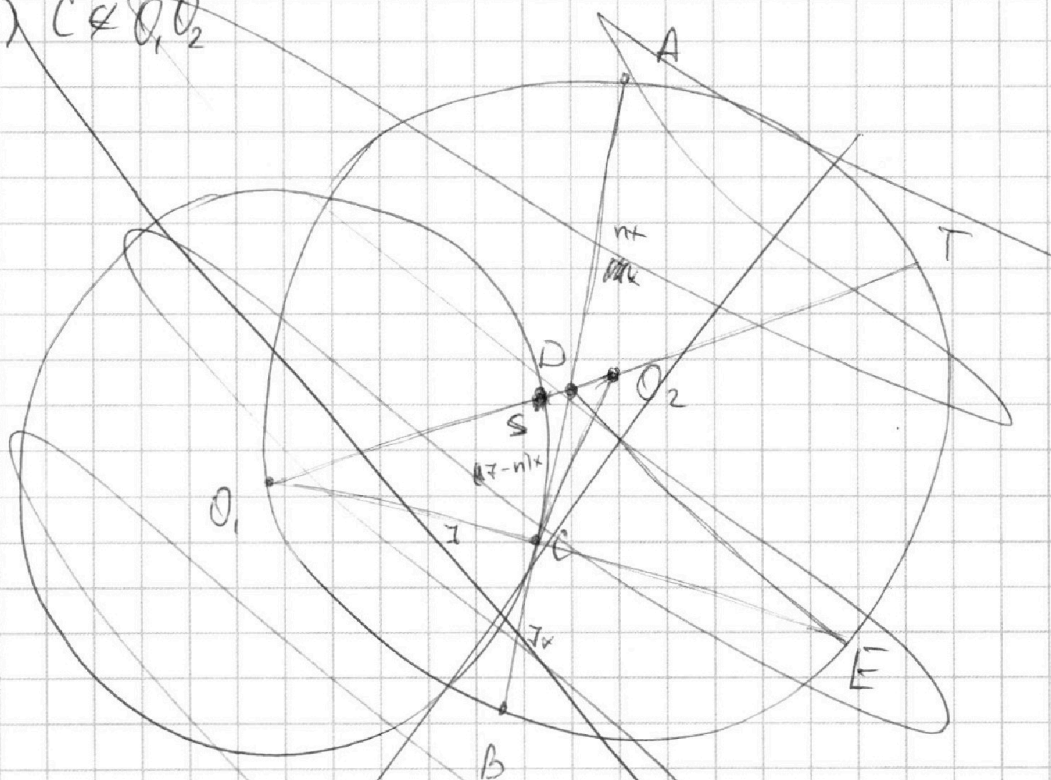
$$O_2C = O_1O_2 - O_1C = 13 - 7 = 6 \quad O_2A = R(\lambda) = 13, \quad \Pi_0$$

м. Пифагора $AC = 17x = \sqrt{13^2 - 6^2} = \sqrt{(13-6)(13+6)} =$

$$= \sqrt{7 \cdot 19} = \sqrt{133} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{133}}{12} \quad AB = 12x + 2x = 24x$$

$$AB = \frac{\sqrt{133 \cdot 24}}{17} = \frac{24\sqrt{133}}{17}$$

2) $C \notin \mathcal{O}_2$



Решение $DC = (n-1) \times$. По ab -бу $\wedge$ хорд

$$AC \cdot CB = OC \cdot CE \Rightarrow 17 \cdot 17x^2 = 17 \cdot CE \Rightarrow 17x^2 = CE$$

$$R(\omega) = 1$$

$O_1 E \perp AB$, т.к. AB — касательная

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$49 + 289x^2 - 338 + 338 \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = 0$$

$$-289 + 289x^2 + \frac{338x^2 - 338}{x^2 + 1} = 0$$

$$-289(x^2 + 1) + 289(x^2 - 1)(x^2 + 1) + 338(x^2 - 1) = 0$$

$$(x^2 - 1)(289x^2 + 289 + 338) = 0$$

$$x^2 = 1 \\ x = 1$$

$$x^2 = -\frac{627}{289} \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$$

Значит, $x = 1$.

$$AB = 24x = 24.$$

$$\text{Ответ: } 24; \frac{24\sqrt{133}}{17}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

ОДЗ: $3x^2 - 6x + 2 \geq 0$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{12}}{6}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 12 < 0 \Rightarrow$$

$$3x^2 + 3x + 1 > 0 \quad \text{всегда}$$

Заметим, что $3x^2 - 6x + 2 - (1 - 9x) = 3x^2 + 3x + 1$

$$3x^2 - 6x + 2 = a, \quad 3x^2 + 3x + 1 = b \Rightarrow 1 - 9x = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

Пусть $\sqrt{a} = c, \sqrt{b} = d \Rightarrow a - b = c^2 - d^2$

$$c - d = c^2 - d^2 \Rightarrow (c - d)(1 - c - d) = 0$$

$$(c - d)(c + d)$$

$$c = d \quad \text{или} \quad 1 = c + d$$

1) $c = d \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b} \Rightarrow \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$-6x + 3x + 2 - 1 = 0$$

$$-3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{ОДЗ: } 3 \cdot \frac{1}{9} - 6 \cdot \frac{1}{3} + 2 =$$

$$= \frac{1}{3} - 2 + 2 = \frac{1}{3} \geq 0.$$

возможно.

2) $1 = c + d \Rightarrow 1 = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$$1 = a + b + 2\sqrt{ab} \quad \sqrt{a} = 1 - \sqrt{b} \Rightarrow a = 1 + b - 2\sqrt{b}$$

$$2\sqrt{b} = 1 + b - a$$

$$\sqrt{b} = \frac{1 + b - a}{2}$$

$$b = \frac{(1 + b - a)^2}{4} \Rightarrow 4b = (1 + b - a)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

$$4 \cdot (3x^2 - 3x + 1) = (1 + 3x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 6x - 2)^2 =$$
$$= 4 \cdot 9x^2$$

$$12x^2 - 3x + 1 = 9x^2 \Rightarrow 3x^2 - 3x + 1 = 0$$

$D < 0 \Rightarrow$ нет корней.

Ответ: $\frac{1}{3}$.



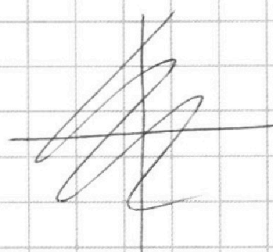
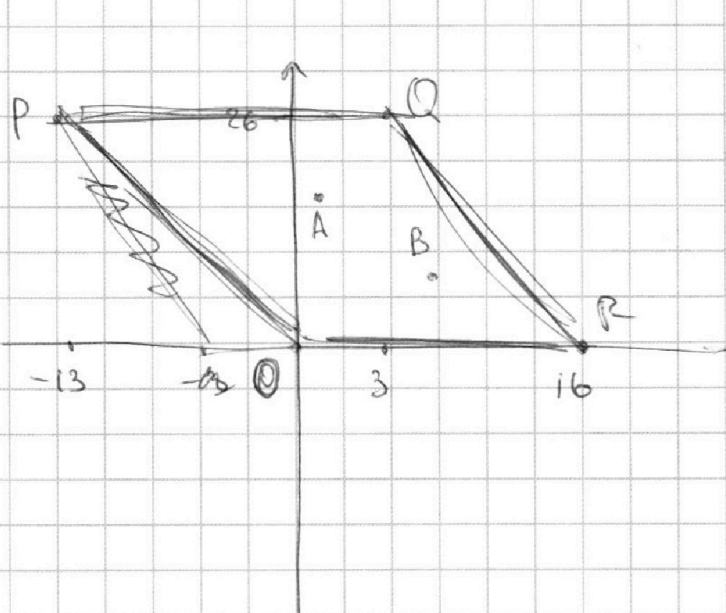
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$AC = y_2 - y_1$$

$$BC = x_2 - x_1$$

$$2BC + AC = 14 \Rightarrow AC = 14 - 2BC$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{14 - 28BC + 4BC^2 + BC^2} =$$
$$= \sqrt{14 - 28BC + 5BC^2}$$

$$0 \leq AC \leq 26; 0 \leq BC \leq 16.$$

$$\Downarrow$$
$$0 \leq AB \leq \sqrt{14 - 28 \cdot 16 + 5 \cdot 16^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + y - 8b = 0 \Rightarrow y = 8b - ax \quad - \text{ график прямой}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$

Рассмотрим 2-е уравнение

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 \geq 0 \end{cases}$$

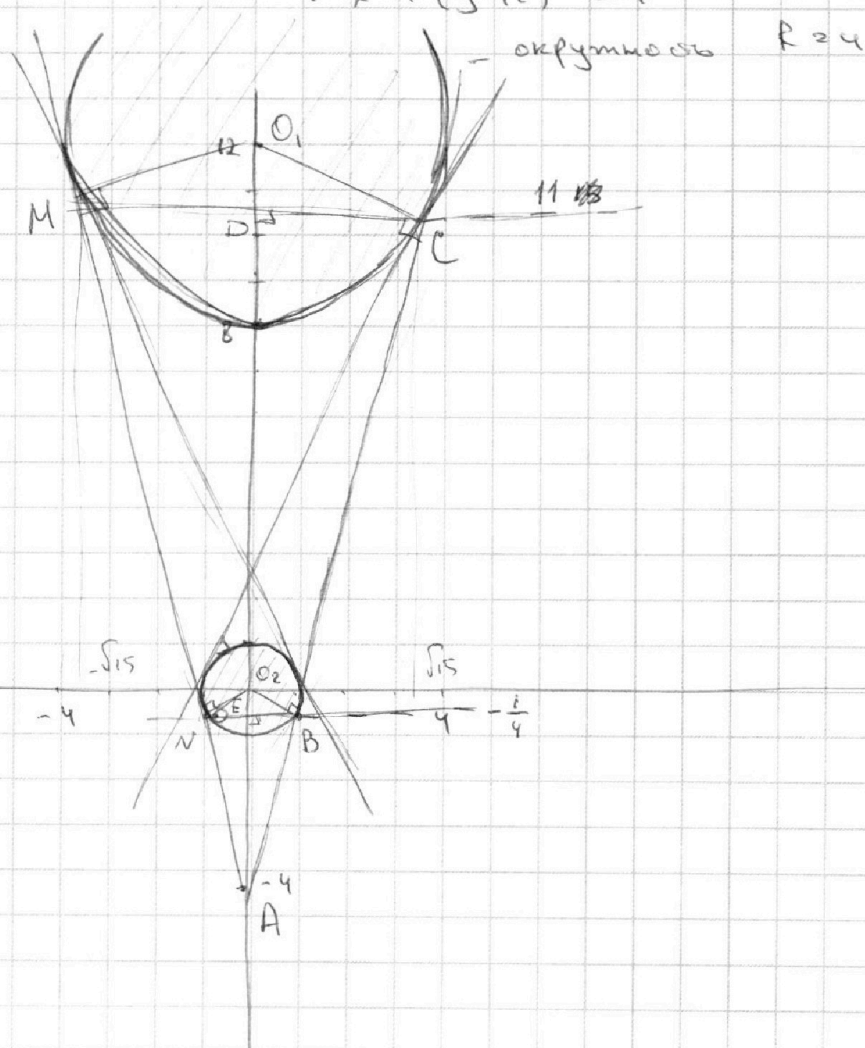
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + (y - 12)^2 - 16 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \geq 4^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + (y - 12)^2 \leq 4^2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$y(N) = 8b_1 - a_1 x(N)$~~

$$-\frac{1}{4} = 8b_1 + a_1 \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$y(M) = 8b_1 - a_1 x(M)$$

$$11 = 8b_1 + a_1 \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$11 + \frac{1}{4} = a_1 \left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$$

$$\frac{45}{4} = a_1 \left(\frac{3\sqrt{15}}{4} \right)$$

$$a_1 = \frac{15 \cdot 45}{3\sqrt{15}} = \frac{15}{\sqrt{15}} = \sqrt{15}$$

$$y(C) = 8b_2 - a_2 x(C)$$

$$11 = 8b_2 - a_2 \frac{\sqrt{15}}{4}$$

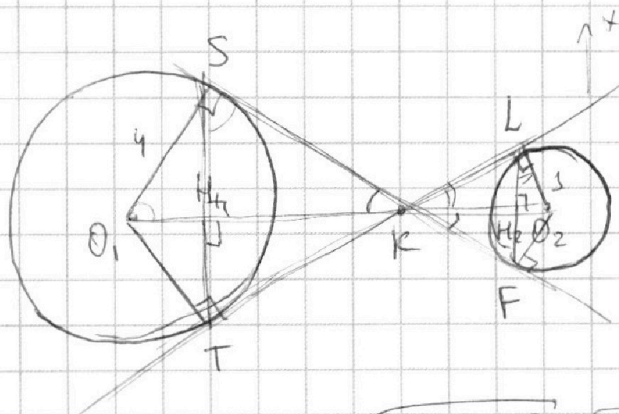
$$y(B) = 8b_2 - a_2 x(B)$$

$$-\frac{1}{4} = 8b_2 - a_2 \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$11 + \frac{1}{4} = -\sqrt{15} a_2 + \frac{\sqrt{15}}{4} a_2$$

$$\frac{45}{4} = \left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \sqrt{15} \right) a_2 = -\frac{3\sqrt{15}}{4} a_2$$

$$a_2 = -\frac{45}{3\sqrt{15}} = -\frac{15}{\sqrt{15}} = -\sqrt{15}$$



нужно найти OH_1 и

O_2H_2 .

$$O_1S = 4, O_2F = 5$$

$$\triangle O_1SK \sim \triangle KFO_2 \Rightarrow$$

$$\frac{O_1S}{O_2F} = \frac{4}{5} = \frac{O_1K}{KO_2} \Rightarrow 4KO_2 = O_1K$$

$$KO_2 + KO_1 = O_1O_2 = 12 \Rightarrow$$

$$5KO_2 = 12, KO_2 = \frac{12}{5}, O_1K = \frac{48}{5}$$

по т. Пифагора $SK = \sqrt{O_1K^2 - O_1S^2} = \sqrt{\frac{48^2}{25} - 4^2} = \sqrt{\frac{48^2 - 4 \cdot 20^2}{25}} = \frac{\sqrt{28 \cdot 68}}{5} = \frac{4\sqrt{119}}{5}$

$$KF = \sqrt{KO_2^2 - O_2F^2} = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 - 5^2} = \sqrt{\frac{144}{25} - 25} = \sqrt{\frac{144 - 625}{25}} = \frac{\sqrt{-481}}{5}$$

$$\triangle O_1SK \sim \triangle O_1SH_1 \sim \triangle SH_1K \Rightarrow \frac{SH_1}{H_1K} = \frac{O_1H_1}{SH_1} = \frac{O_1S}{SK} = \frac{4}{\frac{4\sqrt{119}}{5}} \Rightarrow \sqrt{119} SH_1 = 5 H_1K$$

$$\sqrt{119} O_1H_1 = 5 SH_1 \Rightarrow 119 O_1H_1 = 25 SH_1 \Rightarrow O_1H_1K = \frac{119}{25} O_1H_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O_{H_1} + H_1 K = O_1 K = \frac{48}{5} = O_1 H + \frac{119}{25} O_1 H = \frac{144}{25} O_1 H, O_1 H = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$y(S) = y(T) = O_1 O_2 - O_1 H = 12 - \frac{5}{3} = \frac{36-5}{3} = \frac{31}{3}$$

Аналогично $\Delta K L H_2 \sim \Delta O_2 L H_2 \Rightarrow \frac{L H_2}{H_2 O_1} = \frac{K H_2}{L H_2} = \frac{K L}{L O_2} = \frac{K F}{L O_2} =$
 $(K L = K F) = \frac{\sqrt{119}}{5}$

$$5 L H_2 = \sqrt{119} H_2 O_2$$

$$5 K H_2 = \sqrt{119} L H_2$$

$$25 K H_2 = 119 H_2 O_2 \Rightarrow K H_2 = \frac{119}{25} H_2 O_2$$

$$H_2 O_2 + K H_2 = O_2 K = \frac{12}{5} = \frac{119+25}{25} H_2 O_2 = \frac{144}{25} H_2 O_2 \Rightarrow H_2 O_2 = \frac{5}{12} \Rightarrow$$

$$y(L) = y(F) = \frac{5}{25}$$

$$S, T \in \mathbb{K} \quad x^2 + (y-12)^2 = 16 \Rightarrow x(S) =$$

$$x(S)^2 + \left(\frac{31}{3} - \frac{36}{3}\right)^2 = 16 \Rightarrow x(S) = \sqrt{16 - \frac{25}{9}} = 12$$

$$x(T) = -12$$

$$L, F \in \quad x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x(L) = \sqrt{1 - \frac{25}{225}} = -\frac{\sqrt{200}}{15} = -\frac{10\sqrt{2}}{15}$$

$$x(F) = -\frac{10\sqrt{2}}{15}$$

$$S, F \in \quad y = 8b_3 - a_3 x \Rightarrow y(S) = 8b_3 - a_3 x(S)$$

$$y(F) = 8b_3 - a_3 x(F)$$

$$\frac{31}{3} = 8b_3 - a_3 \cdot 12 \quad \frac{5}{25} = 8b_3 + a_3 \cdot \frac{10\sqrt{2}}{15}$$

$$\frac{5}{25} - \frac{31}{3} = a_3 \left(\frac{10\sqrt{2}}{15} + 12 \right)$$

$$\frac{15-775}{75} = \frac{700}{753} = \frac{10(\sqrt{2}+18)}{15} a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{70}{3(\sqrt{2}+18)}$$

Аналогично.

$$y(L) = 8b_4 - a_4 x(L) \Rightarrow \frac{5}{25} = 8b_4 - a_4 \cdot \frac{10\sqrt{2}}{15} \Rightarrow \frac{700}{75} = -\left(\frac{10\sqrt{2}}{15} + 12\right) a_4 \Rightarrow a_4 = -\frac{70}{3(\sqrt{2}+18)}$$

$$y(T) = 8b_4 - a_4 x(T) \quad \frac{31}{3} = 8b_4 + 12a_4$$

$$\text{Отвечая: } \pm \frac{70}{3(\sqrt{2}+18)}; \pm \sqrt{15}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3.

по св-ву хорд $O_1D \cdot DT = AD \cdot DB$

$$DC = (17-n)x \Rightarrow AD = AC - DC = 17x - 17x + nx = nx$$

$$BD = BC + CD = 7x + 17x - nx = (24-n)x$$

$$O_1O_2 = 13, O_1D = 7 \Rightarrow O_2D = 13 - 7 = 6 \Rightarrow DT = O_2D + O_2T = 6 + 13 = 19$$

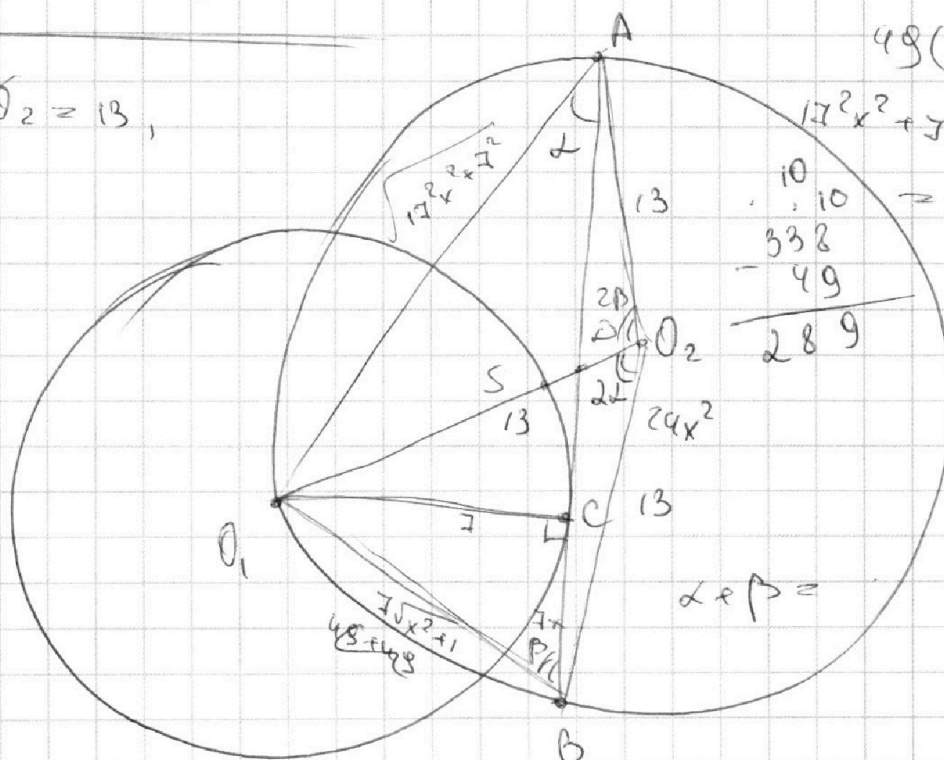
$$O_1D \cdot DT = 7 \cdot 19 = nx \cdot (24-n)x = n(24-n)x^2$$

$$24n - n^2 = \frac{133}{x^2} \Rightarrow n^2 - 24n + \frac{133}{x^2} = 0$$

$$D = 24 - \frac{4 \cdot 133}{x^2}$$

$$n = \frac{24 \pm \sqrt{24^2x^2 - 4 \cdot 133}}{2} = 12 \pm \frac{\sqrt{24^2x^2 - 4 \cdot 133}}{2x}$$

$$O_1O_2 = 13,$$



$$\cos \alpha =$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 2 \\ \hline 338 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$49(x^2 + 1)^2$$

$$\begin{array}{r} 17^2x^2 + 7^2 + 7^2x^2 + 7^2 = \\ 10 \quad 10 \\ 338 \\ - 49 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\sin \rho = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\cos \rho =$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ + 39 \\ \hline 169 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 36 - 24 = 12$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 =$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{12}}{6}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$a - \sqrt{a} = a - b + \sqrt{b}$$

$$c - d = c^2 - d^2$$

$$c - d = (c - d)(c + d)$$

$$(c - d)(1 - c - d) = 0$$

$$c = d$$

$$1 = c + d$$

$$(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1) =$$

$$= \underline{9x^4} - \underline{18x^3} + \underline{6x^2} + \underline{3x^3} - \underline{18x} + \underline{6x} + \underline{3x^2} - \underline{6x} + 2 =$$

$$= 9x^4 - 15x^3 + 9x^2 - 18x + 2$$

$$a = 1 + b - 2\sqrt{b}$$