



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= 2^{14} \cdot 7^{14} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{34} \\ \min abc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot k \\ bc &= 2^{14} \cdot 7^{14} \cdot m \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{34} \cdot n \\ (abc)^2 &= 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k \cdot m \cdot n \\ kmn &= p \in \mathbb{N} \\ (abc)^2 &= 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot p \end{aligned}$$

Заметим, что $p = 1$ не возможно

$abc = \sqrt{2^{51} \cdot 7^{64}} = 2^{25} \cdot 7^{32} \sqrt{2} \notin \mathbb{N}$ но $abc \in \mathbb{N}$
 поэтому имеем введе 2-й множитель $\sqrt{2}$ в произведение $abc \in \mathbb{N}$
 тогда следующее минимальное возможное $p=2 \in \mathbb{N}$
 тогда $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$ но $ac \neq 2^{20} \cdot 7^{34}$ а abc не делит
 значит abc делится в себе на 2-й множитель
 $\neq 1$ не меньше чем 2-й множитель ac $ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$
 $ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$, а значит $(abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot 2 \cdot 7^{10} = 2^{52} \cdot 7^{74}$

разложим abc на $2^a \cdot 7^b$ $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$
 тогда $a=26$ $b=32$ $ac = 2^{20} \cdot 7^{34}$
 тогда $a=20$ $b=34$ $bc = 2^{14} \cdot 7^{14}$
 $\min ka+kb=10$ тогда $ka \geq 0$ $kb \geq 0$ $kc \geq 0$
 $\min kb+kc=14$ тогда $kb \leq 0$ $ka+kb+kc \geq ka+kc \geq 34$
 $\min ka+kc=34$ $ka+kb+kc = 14+10 = 24 \neq 32$ $kb=32$ $ka+kc=0$

значит ka, kb, kc не могут быть $ka+kb+kc=34$

тогда $kb=0$ $ka=15$ $kc=22$ и $ka+kb+kc=34$ значит

минимум $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$ $a=26$ $b=32$
 $b=26$ $a=10$ $c=22$ и все условия выполнены
 $ab=2^{14} \cdot 7^{15}$ $bc=2^{14} \cdot 7^{22}$ $ac=2^{20} \cdot 7^{34}$

Итого: $abc = 2^{26} \cdot 7^{32}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проухождение номеру 3

$$\sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{49x^2+1} = 10 \text{ м}^2$$

$$(x^2+1)(49x^2+1) = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x^2-1)(49x^2+99) = 0$$

$$x^2-1=0 \quad \vee \text{ т.к. } 49x^2+99 > 0$$

$$x^2=1$$

$$x=1$$

$x=-1$ не подходит. т.к. x - длина отрезка
значит $x=1$ $AB=8x=8$

Ответ: 8

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано

ω

Ω

$k=1$

$R=5$

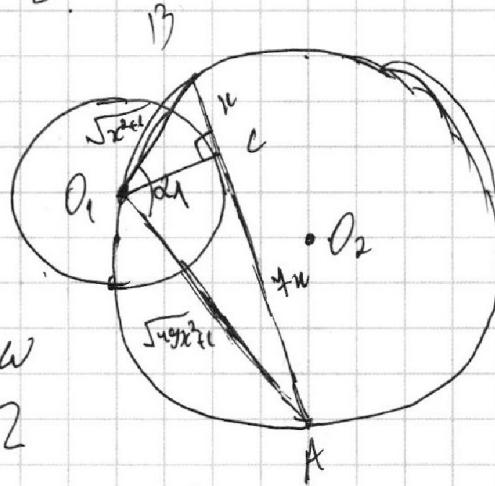
$AC:CB=4$

AB - кас. ω

AC - точка
кас.

AB - кас. Ω

N 3.



O_1 - центр ω
 O_2 - центр Ω

пусть $AC = 4k$ тогда $BC = \frac{4k}{4} = k$
(по условию)
 $AB = AC + CB = 8k$
(кас. к ω по теореме Пифагора)
по CB - по радиусу проведенного

в точку касания $O_1C \perp BA$ $OC = k = 1$
по теореме Пифагора ΔBO_1C и ΔO_1CA

$$BO_1 = \sqrt{BC^2 + O_1C^2} = \sqrt{k^2 + 1} \quad AO_1 = \sqrt{O_1C^2 + AC^2} = \sqrt{49k^2 + 1}$$

$$S_{\Delta BAA} = \frac{AB \cdot O_1C}{2} = \frac{8k \cdot 1}{2} = 4k \quad S_{\Delta BO_1A} = \frac{1}{2} \cdot BO_1 \cdot AO_1 \cdot \sin \alpha$$

O_1C - высота по определению

$$4k = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{49k^2 + 1} \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{8k}{\sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{49k^2 + 1}} \quad \text{по теореме синусов}$$

ΔBO_1A (ΔBO_1A вписан в Ω покр. B, O_1, A лежат на окр. Ω по условию)

$$2R = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{8k}{\left(\frac{8k}{\sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{49k^2 + 1}} \right)} = \sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{49k^2 + 1}$$

$$\text{Значит } \sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{49k^2 + 1} = 2R = 10$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓ 4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

пусть $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = a \geq 0 \uparrow a^2 = 2x^2 - 5x + 3$ (1)

$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = b \geq 0 \uparrow b^2 = 2x^2 + 2x + 1$ (2)

$$(1) - (2) \Rightarrow a^2 - b^2 = -4x + 2$$

$$-4x = a^2 - b^2 - 2$$

подставим это в исходное уравнение:

$$a - b = 2 + a^2 - b^2 - 2$$

$$a - b = a^2 - b^2 \quad a^2 - b^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(a + b) - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a = b \\ a = 1 - b \end{cases} \quad \begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \\ \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \end{aligned}$$

решим эти уравнения, а потом подставим их в исходное, чтобы убедиться в том, что они не посторонние.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad \uparrow^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \quad 4x = 2 \quad x = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{1}{2} + 3} - \sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = 2 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 - 2 = 0$$

$$\sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \sqrt{\frac{8}{4} + \frac{4}{4} + 1} = \sqrt{\frac{8 + 4 + 4}{4}} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2$$

$$= \sqrt{\frac{85}{49}} \quad \text{или} \quad \sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1} + \sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{1}{2} + 3} = 2 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

выражение №4.

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad x^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$3 + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x + 1 + 1$$

$$2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 4x - 1 \quad x \geq \frac{1}{4} \text{ ум. наимей}$$

$$4(2x^2 + 2x + 1) = 16x^2 - 14x + 1$$

$$4(1)x^2 - 22x - 4 - 3 = 0$$

$$D_1 = 121 + 41 = 162 = 9^2 \cdot 2$$

$$x_1 = \frac{11 - 9\sqrt{2}}{41} \quad \text{ПК}$$

$$x_2 = \frac{11 + 9\sqrt{2}}{41} \quad \text{ПК}$$

заменим, что в начале
уравнения следовало
вынести условие

$$1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \quad \text{т.к. } \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \geq 0$$

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1 \quad 2x^2 + 2x + 1 \leq 1 \quad \text{т.к.}$$

$$2x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$2x(x+1) \leq 0 \quad 1:2$$

$$x(x+1) \leq 0$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2 + (x+1)^2 \geq 0$$

$$x \in [-1, 0]$$

$$\frac{11 - 9\sqrt{2}}{41} \leq 0 < \frac{1}{4}$$

$$\frac{11 - 9\sqrt{2}}{41} \text{ не подходит}$$

не подходит т.к. меньше

и наименьшей корней не

$$11 < 9\sqrt{2} \quad x^2$$

$$121 < 162$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{7}$$

не подходит т.к. больше

$$1 < \frac{11 - 9\sqrt{2}}{41} < 0 + 1$$

$$-41 < 11 - 9\sqrt{2} < 0$$

$$-52 < -9\sqrt{2} < -11 \quad x^2$$

2704 > 162 > 121 и т.д. т.е. не подходит

не подходит т.к. больше

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

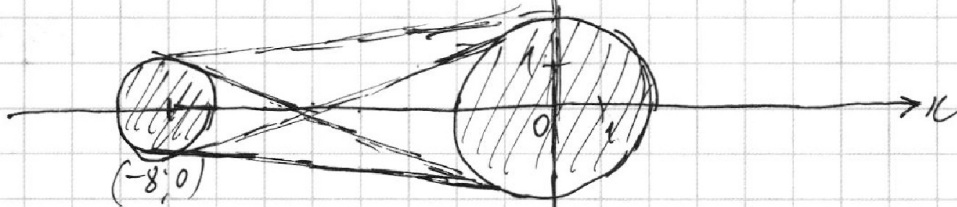


№ 6.

$$\begin{cases} ax + y + 10b = 0 & \sim \text{прямая} \\ ((x+8)^2 + (y^2 - 1))((x^2 + y^2 - 4)) \leq 0 \end{cases}$$

зададим второе нерав-во на множестве

$(-8; 0)$ $(x+8)^2 + y^2 = 1^2$
 центр $(0; 0)$ $x^2 + y^2 = 2^2$ $R=2$

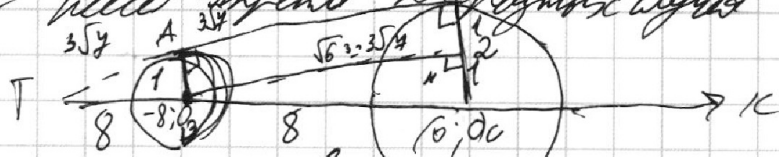


Эти области пересеклись т.к. если
отметить абсциссу любой из точек
будут параллельны и их тангенсы тоже.
Внутри окр-ей одно больше о другое больше
(или равно). Значит 2 решения будут

тогда и тогда тоже когда $y = ax + 10b$ - общая

касательная этим окружностям заметим
что касательная к окружности относительно оси Ox
и для момента рассмотрим 2 случая

1-й случай



пусть каска каская касается "верх" этих окружностей
тогда проведем радиусы в точки касания
они перпендикулярны будут параллельны и будут касательными
тогда точки пересечения с осью Ox точка T
пусть точка "левой" окр B "правой" C тогда все A, B
совпадают тогда $\triangle TDC \parallel AB \parallel DC$ $AB=1$ $DC=2$
значит AB - средняя линия треугольника и $TB:BC=8$ $TA=TD$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи №6 $TA=TD=357$ в.к
(решим задачу по условию (ABCD) $AB=1$ $CD=2$ $OC=8$
проведем высоту BH из B к DC тогда
по со-св-ву пер-мн (ABHD) $AB \cdot DH = 1$
ABHD-прямоугольник тогда $HC = DC - DH = 2 - 1 = 1$
по теореме Пифагора $DH = 8^2 - 1^2 = 63 = 357$ $DH = AD$
по со-св-ву парал-
лелограмма
значит $TA=TD=357$
углы AD и BC смеж. т.к. вписаны в одну окружность
параллельны по ABCD бис-мн и $AB=1$ $OC=8$ то не
мож. Тогда тангенс угла наклона радиусов
одн. к ос. будет равен $\tan \angle A'D = \frac{1}{357} = \alpha$
 $\alpha = \tan \angle = \frac{1}{357}$ - угол наклона радиуса
 $y = \frac{1}{357} x + b$ где b будет иметь
значение $b = 0 - \frac{16}{357} = -\frac{16}{357}$ (точка $T(16;0)$)
аналогично, если рассмотреть при $b = 0 - \frac{16}{357} = -\frac{16}{357}$ (точка $T(16;0)$)
кас. двух окр. снизу, то получится
угол наклона $\alpha = -\frac{1}{357}$ и касательная от OK в той же точке
2-й случай
проведем радиусы
в точку касания перпенд. общей кас. пусть центр 1-ой B
точки кас A и A_1 соств. O -точки перес. B_1A_1 и AA_1
Поскольку $\triangle PAO \sim \triangle PA_1O$ $\angle PAO = \angle PA_1O = 90^\circ$ $\angle BOA = \angle B_1OA_1$ по со-св-ву
вертикальных углов (или чм) $K = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1}{2}$
значит $\frac{BO}{OB_1} = \frac{1}{2}$ $BO + OB_1 = BB_1 = 8$
(по со-св-ву отрезков) $3OB_1 = 8$ $OB_1 = \frac{8}{3}$
значит тангенс угла наклона
общей кас. будет равен: $\tan \angle A_1OB_1 = \frac{B_1A_1}{A_1B_1} = \frac{2}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{4} = \alpha$
 $\alpha = \tan \angle A_1OB_1 = \frac{2}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$
 $b = 0 - (-\frac{16}{3}) \cdot \frac{3}{4} = \frac{16}{4} = 4$, аналогично при симметричном OK
будет $\alpha = -\frac{3}{4}$ и тоже же анализ в OK будет: $\frac{1}{357}; -\frac{1}{357}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{4}$

[illegible]



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$R_0 = 1$
 $R_2 = 5$

ω Ω

$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2}$ $\frac{a+b}{a^2-bab+b^2}$

$b=15$
 $b+c=14$
 $a+c=20$
 $a+b+c=26$
 $c=6$ $b=6$
 $a=9$ $c=11$
 $a=9$

$1\sqrt{x^2+1}$
 5
 $x\sqrt{7}$
 22
 5
 $4x$
 5

$\frac{1}{2}(t+2) = \frac{1}{2}A$
 $(t+1)^2 = 49x^2+1$
 $R_{ext} =$

$\sqrt{x^2+1}$ $\sqrt{49x^2+1}$ $8x$ $h=1$ $S=4x$

$\frac{\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}}{2} \sin 2 = 4x$ $\sin 2 = \frac{8x}{\sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}}$

$\frac{8x}{\sin 2} = 2R_\Omega$ $2R_\Omega = \sqrt{(x^2+1)(49x^2+1)}$

$100 = (x^2+1)(49x^2+1)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$ab \geq 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot p$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{14}$$

$$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{14}$$

$$(abc) \geq 2^{14} \cdot 7^{10} \cdot 2^{17} \cdot 7^{14} \cdot q$$

$$ac : 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$ac \geq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37} \cdot t$$

$$(abc)^2 : 2^{51} \cdot 7^{64} = 2^{14+17+20} \cdot 7^{10+14+37}$$

$$(abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot pqt$$

$$pqt = k \in \mathbb{N}$$

$$\text{значит } (abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot k$$

при этом $k \in \mathbb{N}$ и степень 2 должна

быть четной, минимальная $k=1$ не подходит
по этому условию, а $k=2$ - подходит

$$\text{при } k=1 \quad (abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \quad \text{а значит } abc = 2^{25} \cdot 7^{32} \notin \mathbb{N}$$

но a, b, c натуральные числа по условию,

а значит их произведение тоже натуральное

$$k=2 \text{ подходит тогда } (abc)^2 = 2^{51} \cdot 7^{64} \cdot 2 = 2^{52} \cdot 7^{64}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{32} \in \mathbb{N} \text{ и это значение } abc$$

$$\text{возможно при } ab = 2^{15} \cdot 7^{10}$$

$$\sqrt{2x^2 - 4x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{14}$$

$$2x^2 - 4x + 3 = 1 + 2x^2 + 2x + 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$abc = 2^{52} \cdot 7^{64}$$

$$1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0 \quad \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \leq 1$$

$$\sqrt{\frac{1}{2} - 2,5 + 3}$$

$$x^2 + x \leq 0 \quad [0; -1]$$

$$x(x+1) \leq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$abc = 2^{52} \cdot 4^{64} \quad c = 2^{52} \cdot 4^{64} : ac = 2^{52} \cdot 4^{64} : 2^{15} \cdot 4^{10} =$$

$$\frac{a}{b} - \text{нелог.} \quad \frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\text{сократили на } m \quad 8 = p(a+b)$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} \quad \text{или } 8ab : a+b$$

$$\sqrt{2k^2 - 5k + 3} - \sqrt{2k^2 + 2k + 1} = 2 - 4k \quad k = 4a$$

$$\sqrt{2k^2 - 5k + 3} - \sqrt{2k^2 + 2k + 1} + 4k = 2 \quad 4a^2 + 4ab - 6ab = 0$$

$$\sqrt{2k^2 - 5k + 3} = a \quad \sqrt{2k^2 + 2k + 1} = b$$

$$4k = -(a^2 - b^2) + 2 = -(2k^2 - 5k + 3 - 2k^2 - 2k - 1) + 2$$

$$= -(-7k + 2) + 2 = 4k$$

$$a - b + b^2 - a^2 + 2 = 2$$

$$(b+a)(b-a) - (b-a) = 0$$

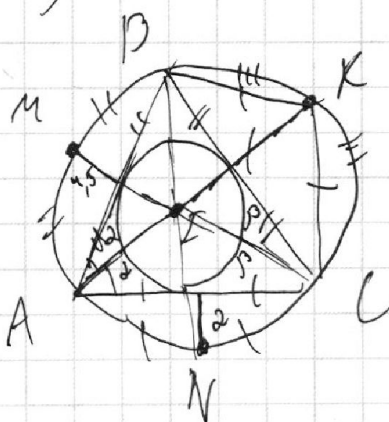
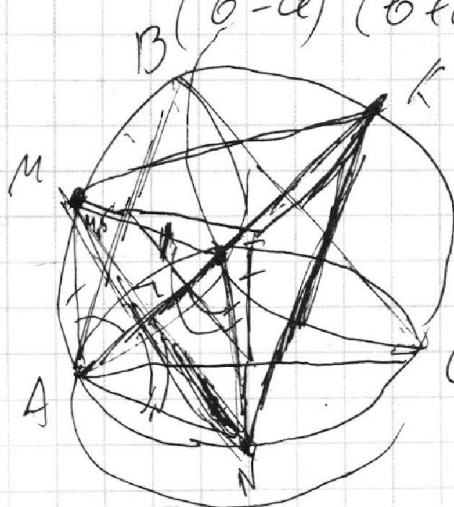
$$(b-a)(b+a-1) = 0$$

$$8ab : a+b$$

$$8ab = ka + kb$$

$$b = a \quad a(k-8b) + kb = 0$$

$$b = 1 - a$$



$$\sqrt{2 \cdot (11-9\sqrt{2})^2 + 5 \cdot (91-9\sqrt{2})}$$

$$= 23 - \sqrt{2 \cdot (11-9\sqrt{2}) + 2 \cdot (11-9\sqrt{2})} +$$

$$+ 1 = 2 - \frac{7 \cdot (11-9\sqrt{2})}{541}$$