



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}, \quad ab : 2^{14} 7^{10}, \quad bc : 2^{17} 7^{17}, \quad ac : 2^{20} 7^{37}$$

$$abc = ?$$

Пусть $a : 2^k 7^e$, где $k, e \in \mathbb{Z}$, - максимальные степени 2 и 7 соответственно в разложении a на простые множители (т.е. $a \not\vdots 2^{k+1}$ и $a \not\vdots 7^{e+1}$).

Аналогично определим m и n для b ($b : 2^m 7^n$, но $b \not\vdots 2^{m+1}$, $b \not\vdots 7^{n+1}$) и p и q для c ($c : 2^p 7^q$, но $c \not\vdots 2^{p+1}$, $c \not\vdots 7^{q+1}$).

$$ab : 2^{14} 7^{10} \Leftrightarrow k+m \geq 14, \quad e+n \geq 10$$

$$bc : 2^{17} 7^{17} \Leftrightarrow m+p \geq 17, \quad n+q \geq 17 \Rightarrow$$

$$ac : 2^{20} 7^{37} \Leftrightarrow k+p \geq 20, \quad e+q \geq 37$$

$$2(k+m+p) \geq 51, \quad 2(e+n+q) \geq 64 \rightarrow$$

$$k+m+p \geq \frac{51}{2}, \quad e+n+q \geq 32 \rightarrow \begin{matrix} \text{но } e+q \geq 37 \rightarrow \\ \underline{n+q \geq 37} \end{matrix}$$

$$\text{Но } k, m, p \in \mathbb{Z} \rightarrow (k+m+p) \in \mathbb{Z} \rightarrow$$

$$\underline{k+m+p \geq 26.}$$

Заметим, что значение abc минимально, когда abc равно ~~минимуму~~ произведению минимальных, удовлетворяющих ^{условиям} степеней 2 и 7 , так как иначе существует abc меньше по значению. $\Rightarrow$

$$abc = 2^{k+m+p} \cdot 7^{e+n+q} = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{26} 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{a}{b}$ - несократима, $a, b \in \mathbb{N}$.

Сократить числитель и знаменатель дроби
равносильно нахождению НОД числителя
и знаменателя. $\Rightarrow$

$$\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) = m$$

Воспользуемся алгоритмом Евклида:

$$\begin{aligned}\text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2) &= \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2-(a+b)^2) = \\ &= \text{НОД}(a+b, a^2-6ab+b^2-(a^2+2ab+b^2)) = \\ &= \text{НОД}(a+b, -8ab) = m\end{aligned}$$

Заметим, что $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$:

Условие несократимости дроби $\frac{a}{b}$
равносильно $\text{НОД}(a, b) = 1$.

Тогда для любого простого делителя d ,
являющегося делителем $ab \Rightarrow$

либо $a \div d$ и $b \nmid d$ либо $a \nmid d$ и $b \div d \Rightarrow$
 $a+b \nmid d \Rightarrow \text{НОД}(a+b, ab) = 1$.

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b, -8)$$

т.к. для любого делителя $a+b$, ab на
него не делится. $\Rightarrow$

Наибольшее возможное значение $m = 8$,
так как наибольший возможный делитель -8
это 8.

Ответ: $m = 8$.

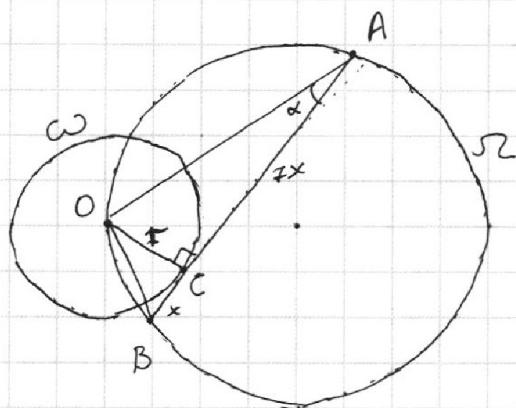
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



Пусть центр окружности ω точка $O: O \in \Omega$
Пусть угол $\angle OAC = \alpha$,
радиус ω $r = 1$,
радиус Ω $R = 5$,
 $AC = 7x$, $CB = x$.

Заметим, что $\angle ACO = 90^\circ$
по условию AC-касательная к ω O -
центр ω (т.е. OC -радиус).

Рассмотрим $\triangle ACO$: по т. Пифагора:
 $AO^2 = OC^2 + AC^2 \Rightarrow AO = \sqrt{r^2 + 49x^2}$.

Рассмотрим $\triangle ABO$:
Запишем его площадь двумя способами

$$S = \frac{1}{2} r \cdot 8x = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{r^2 + 49x^2} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}.$$

По теореме синусов: $\frac{OB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow$

$$OB = \sqrt{r^2 + x^2} \quad (\triangle OCB \text{ прямоугольный, т. Пифагора})$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{r^2 + x^2}}{\frac{r}{\sqrt{r^2 + 49x^2}}} = 2R \Rightarrow \sqrt{(r^2 + x^2)(r^2 + 49x^2)} = 2Rr \Rightarrow$$

$$\text{Подставим значения: } \sqrt{(1+x^2)(1+49x^2)} = 10 \Rightarrow$$

$$\sqrt{49x^4 + 50x^2 + 1} = 10 \Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{99}{49} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 8x = 8.$$

Ответ: $AB = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

- домножим на сопряжённое к левой части
($\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$):

$$(\sqrt{2x^2 - 5x + 3})^2 - (\sqrt{2x^2 + 2x + 1})^2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$(2 - 7x) = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

- Если $x = \frac{2}{7}$, то $0 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$ - корень

- Если $x \neq \frac{2}{7}$, то $2 - 7x \neq 0$, поделим обе
части на $(2 - 7x)$:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

Возведём обе части в квадрат:

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} = 1$$

~~2 + 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3 = 3x - 3 - 4x^2~~
~~Возведём обе части в квадрат~~

~~4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 = 3x - 3 - 4x^2~~

$$2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3} = 3x - 3 - 4x^2$$

$$2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3} = 3x - 3 - 4x^2 \Rightarrow$$

(Возведём обе части в квадрат.)

$$\begin{cases} 3x - 3 - 4x^2 \geq 0 & | \cdot (-1) \end{cases}$$

$$16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = 16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 24x^2 - 18x$$

$$\begin{cases} 4x^2 - 3x + 3 \leq 0 \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \end{cases}$$

Заметим, что у неравенства
 $4x^2 - 3x + 3 \leq 0$ нет решений,
т.к. $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$4x^2 - 3x + 3 \leq 0$ - нет решений, так как
 $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$ и старший коэффициент
положительный, т.е. $4x^2 - 3x + 3 > 0$. $\rightarrow$

у паузы системы нет решений $\rightarrow$

для случая $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$
нет корней $\Rightarrow$

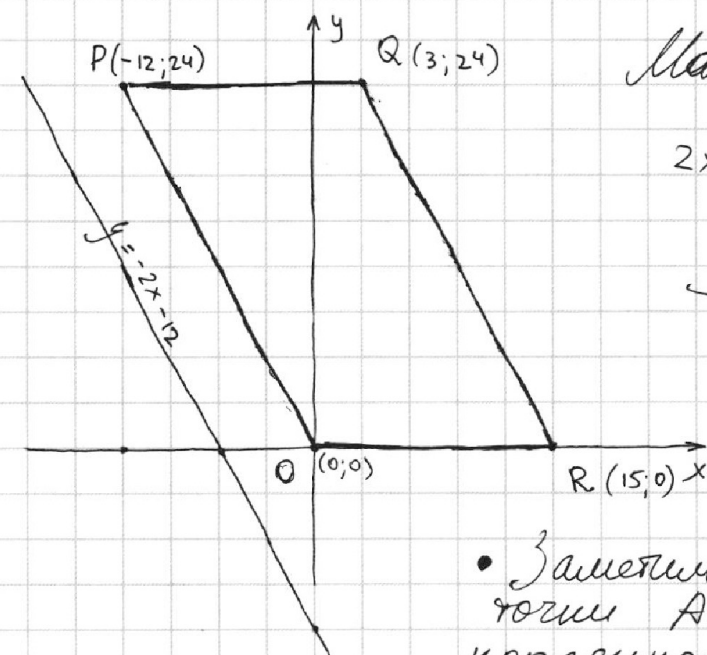
у уравнения есть единственный корень:

$$x = \frac{2}{7}$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}$.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Масштаб: $\frac{1}{3}$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$\rightarrow$

$$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$$

(Если $y = y_1 - y_2$,
а $x = x_1 - x_2$, то
 $y = -2x - 12$ $\rightarrow$
~~уравнение~~)

• Заметим, что для любой точки $A(x_1, y_1)$ с целыми координатами, лежащей в параллелограмме OPRQ можно провести прямую $y_1 = -2x_1 + b$ ($b \in \mathbb{Z}$) параллельную PO, QR (и $y = -2x - 12$). Прямой на этой прямой находится ровно 25 точек, лежащих внутри параллелограмма и имеющих целые координаты.

• Мы можем провести 16 таких прямых (именно столько целых координат есть для каждой прямой $y' = x'$ ($x' \in \mathbb{Z}$, $x' \in [0; 24]$)). и на каждой такой прямой 25 точек с целыми координатами $\rightarrow$ всего $16 \cdot 25 = 400$ точек внутри параллелограмма (включая границы).

• Заметим, что для каждой прямой $y_1 = -2x_1 + b$ можно провести параллельную ей прямую $y_2 = -2x_2 + (b+12)$. Тогда для любой точки A лежащей на прямой $y_1 = -2x_1 + b$ и любой точки B лежащей на прямой $y_2 = -2x_2 + (b+12)$ (под любыми точками A и B подразумеваются точки с целыми координатами и лежащие...

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

... в параллелограмме $OPQR$)
будет выполнено соотношение из условия

$$y_1 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12, \text{ т.к.}$$

$$\begin{aligned} y_1 - y_2 &= -2x_1 + 6 - (-2x_2 + 6 + 12) = \\ &= -2x_1 + 6 + 2x_2 - 6 - 12 = -2(x_1 - x_2) - 12. \end{aligned}$$

• Очевидно, что прямые $y_1 = -2x_1 + 6$ и $y_2 = -2x_2 + 6 + 12$ не совпадают.

• Полагая, что точку A можно выбрать 400 способами, а парой орящую точку B для каждой такой точки A можно выбрать 25 способами (столько целых точек на одной прямой, причём ни одна из них не может совпасть с точкой A , т.к. прямые не могут совпасть) $\rightarrow$ пар A, B можно выбрать $400 \cdot 25 = 10.000$ способами $\rightarrow$ количество пар $A, B = 10.000$.

Ответ: 10.000 пар.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} ; \Rightarrow y = ax + 10b \Rightarrow$$

для каждого x y восстанавливается единствен-
ный образ. $\Rightarrow$

$$\underbrace{((x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1)}_I \underbrace{(x^2 + (ax+10b)^2 - 4)}_{II} \leq 0$$

$\Rightarrow$ для вопроса задачи можно преобразовать:
найти все значения параметра a , для
каждого из которых найдётся значение
параметра b , при котором ~~с~~
неравенство имеет ровно 2 решения.

Заметим, что левая часть неравенства -
произведение двух многочленов второй
степени (относительно x), графики
которых параболы ветвями вверх (видно,
что старший коэффициент положительный).

Рассмотрим всевозможные значения дискри-
минантов, чтобы понять, когда есть ровно
2 решения:

D_I	+	+	+	-	-	-	0	0	0
D_{II}	+	-	0	-	+	0	+	-	0
№ корней	6	5	4	1	5	3	4	3	2

- 1) Если оба дискриминанта отрицательны, то
значения обеих многочленов всегда положи-
тельны $\Rightarrow$ нет решений
- 2) Если оба дискриминанта равны нулю, то есть
ровно 2 решения, когда многочлены
различны, т.е. имеет ~~с~~ только 1 решение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} =$$

$$= 4x^2 - 3x + 4 - 4 - 49x^2 + 78x = 4x^2 - 3x + 3 =$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 4 - 49x^2 + 78x =$$

$$= 2\sqrt{4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3}$$

$$- 45x^2 + 25x = 2\sqrt{4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3}$$

$$25x(-9x + 1) = 2$$

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3 \mid -9x + 1$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 - 6 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + \frac{1}{9} + 3$$

$$\frac{4}{3^8} - \frac{6}{3^6} - \frac{2}{3^4} + \frac{1}{9^2}$$

$$4 - 6 \cdot 9 - 2 \cdot 81 + 243 =$$

$$16x^4 + 9x^2 + 9 - 24x^3 + 24x^2 - 18x$$

$$2009x^4 + 625x^2 - 18250x^3 = 16x^4 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12$$

$$2009x^4 - 2226x^3 + 633x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2009 - 2226 - 225 - 217 - 217 + 633 - 16$$

$$18 + 6 + 1 = 25$$

$$2 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 3 = 8 - 10 + 3 = 1$$

$$5 \cdot 50 + 10 = 250 + 10 = 260$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 =$$

$$= (2 - 7x)(5 + 5)$$

$$(-7x + 2) = (2 - 7x)(5 + 5 + 3 + 10 + 8 - 4 + 1)$$

$$29x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a: 2^k 7^e, b: 2^m 7^n, c: 2^p 7^r$$

$$\begin{cases} k+m \geq 14 \\ e+n \geq 10 \\ m+p \geq 17 \\ n+r \geq 17 \\ k+p = 20 \\ e+r \geq 37 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(k+m+p) \geq 34+17=51 \\ 2(e+n+r) \geq 27+37=64 \\ e+n+r=32 \\ k+m+p=26 \end{cases}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+7x+1} = 2-7x$$

$$2(x-1)(x-\frac{3}{2}) \sqrt{(x-1)(2x-3)} = 2x^2+7x+1$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

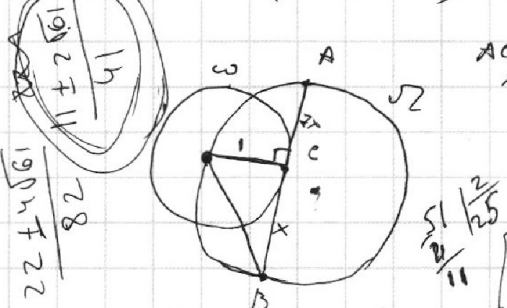
$$(a, b) = 1$$

$$(a+b, a^2-6ab+b^2) = m$$

$$(a+b, -8ab) = m$$

$$(a+b, ab) = m$$

$$a^2-6ab+b^2-(a^2+2ab+b^2) =$$



$$AC=CB=r$$

$$x=?$$

$$p=12$$

$$k=8$$

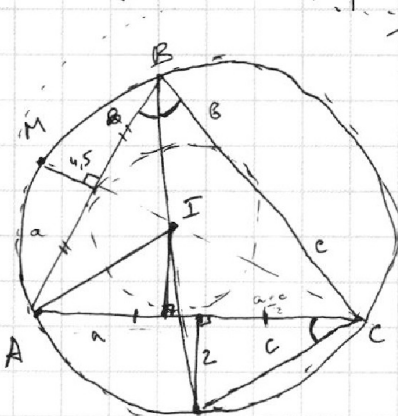
$$m=6$$

$$p=12$$

$$k=8$$

$$m=6$$

$$9-4 \cdot 4 \cdot 3 = 9-4 \cdot 12 = 9-48 = -39$$



$$10 = \frac{8x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 8x \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot 8x \cdot \sqrt{1+49x^2}$$

$$10 = \frac{\sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+49x^2} (x^2-1) (49x^2+99)}{x^2-1}$$

$$N \left(\frac{a-c}{2} \right)^2 + 4 = NC^2 = \sqrt{1+49x^2+x^2+49x^4} = \sqrt{49x^4+50x^2+1} =$$

$$\left(\frac{a-c}{2} \right)^2 + \frac{81}{4} = MB^2$$

$$100 = 49x^4+50x^2+1 \quad x=1$$

$$49x^4+50x^2-99=0$$

$$49(x^2-1)(x^2+\frac{99}{49})$$

$$x_1 = \frac{h_1}{2} x, x_2 = \frac{h_2}{2} (8+x)$$

$$0 = 901 \neq h-xv$$



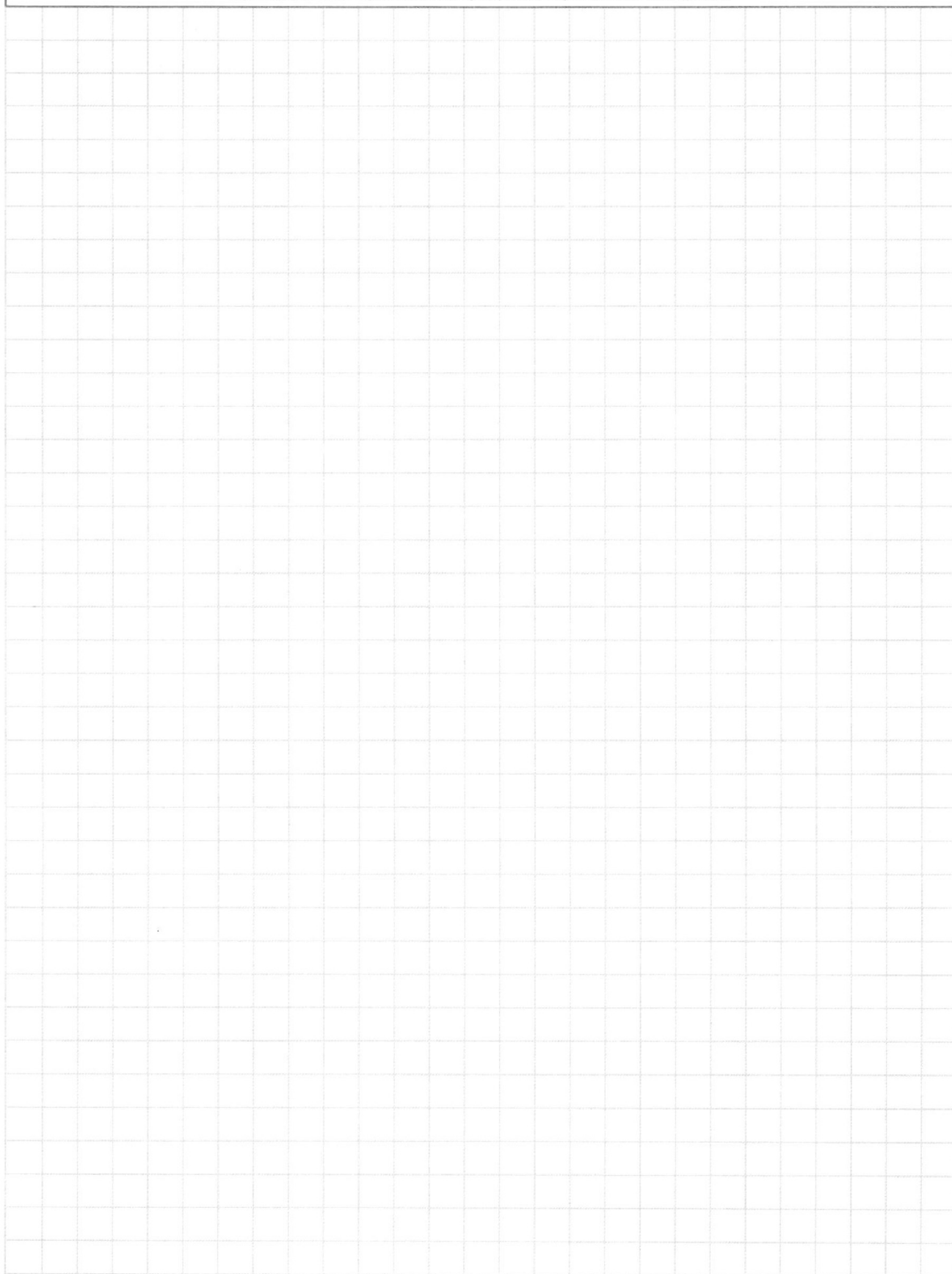
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ $405 \cdot (14.25 +$

$y_1 - y_2 = 2(x_2 - x_1) - 12$

$y = -2x - 12$

$x_1 - x_2$

$(-3; 6)$ $(3; 6)$ $(3; -6)$

$y_1 = -2(x_1 - 6) - 12$ $y_1 = -2x_1 + 6$

$y_1 = -2x_1$ $y_1 = -2x_1 + 6$

$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \rightarrow y = ax + 10b \\ ((x+b)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$

$(x+b)^2 + a^2x^2 + 100b^2 + 20abx - 1)(x^2 + a^2x^2 + 100b^2 + 20abx - 4) \leq 0$

$x^2 + 64 + 2 \cdot 16x \quad y_2 = -2x_2(b+12) \quad y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$(x^2(1+a^2) + x \cdot (20ab + 16) + 63 + 100b)(x^2(a^2+1) + x \cdot 20ab + 100b) \leq 0$

$\begin{cases} (\cdot) \leq 0 \\ (\cdot) \geq 0 \end{cases}$ $D = 400a^2b^2 - 4(1+a^2)(63+100b) = 400a^2b^2 - 4 \cdot 63 - 400b - 4 \cdot 63a^2 - 400a^2b$

$y_1 - 2x_1 + 6 - y_2 = -2(x_1 - x_2) - 12$

$-2x_1 + 6 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$

$y_1 - y_2 = -2x_1 + 2x_2 - 12$ $y_2 = -2x_2 + (6+12)$

$y_1 = -2x_1 + 6$