



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парту рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Д1

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0, \text{ 2 разл. корня, } x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot (4t^2 - 4) > 0 \text{ - т.к. 2 корня (различных)}$$

$$(2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) > 0 \Leftrightarrow 4 - 3t^2 - 16t^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3t^2 - 4t^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow 4 > t^2 \Leftrightarrow -2 < t < 2$$

$$D = 4 - 3t^2 - 16t^2 + 16 = 4(4 - t^2)$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-2\sqrt{3}t + \sqrt{4(4-t^2)}}{2} = -\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2} \\ x_2 = \frac{-2\sqrt{3}t - \sqrt{4(4-t^2)}}{2} = -\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2} \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} -\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2} > 0 \\ -\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-t^2} > \sqrt{3}t \\ -\sqrt{4-t^2} > \sqrt{3}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4-t^2 > 3t^2 \\ 4-t^2 > 3t^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$4-t^2 > 3t^2 \Leftrightarrow 4 > 4t^2 \Leftrightarrow t^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 1$$

$$2. \begin{cases} -\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2} < 0 \\ -\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4-t^2} < \sqrt{3}t \\ \sqrt{4-t^2} < \sqrt{3}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4-t^2 < 3t^2 \\ 4-t^2 < 3t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 - 1 > 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$(-\sqrt{3}t + \sqrt{4-t^2})(-\sqrt{3}t - \sqrt{4-t^2}) = 3t^2 - 4 + t^2, 4t^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 < t < 2 \\ \begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < t < -1 \\ 1 < t < 2 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Д2

$$a+b=40, a, b - \text{натуральные}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5, p - \text{простое число}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) =$$

$$= (a-b)(a-b-15) = 17p^5$$

1. $a \rightarrow$ Т.к. $a+b=40, a, b - \text{натуральные}$ $\Rightarrow a_{\min}=1, b_{\min}=1$
 $a_{\max}=39, b_{\max}=39$

1. $a > b \Rightarrow a-b > 0$

$$(a-b)(a-b-15) = 17 \cdot p^5 > 0 \Rightarrow a-b-15 > 0$$

$$a-b \leq a_{\max} - b_{\min} = 39 - 1 = 38 \Rightarrow a-b \leq 38$$

$$a-b \leq 38 \Rightarrow a-b-15 \leq 23$$

$$\begin{matrix} (a-b) & (a-b-15) \\ \leq 38 & \leq 23 \end{matrix} = 17 \cdot p^5, p - \text{простое}$$

I $\begin{cases} a-b = 17 \cdot p^n \\ a-b-15 = 17 \cdot p^{5-n} \end{cases}$ или II $\begin{cases} a-b = p^n \\ a-b-15 = 17 \cdot p^{5-n} \end{cases}, n \leq 5$

I. $a-b \leq 38 \Rightarrow a-b = 17 \cdot 1, n=0$

$$a-b = 17 \cdot 2, n=1, p=2$$

$$a-b \neq 17 \cdot 3, \text{ т.к. } 17 \cdot 3 > 38$$

$$a-b \cdot 17 \Rightarrow a-b-15 = 17-15 = 2 = p^5 \Rightarrow p = \sqrt[5]{2} - \text{не может быть по условию}$$

$$a-b = 34 \Rightarrow a-b-15 = 34-15 = 19 = p^5 \Rightarrow p = \sqrt[5]{19} - \text{не может быть по условию}$$

II $a-b-15 \leq 23 \Rightarrow a-b-15 = 17 \cdot 1, n=0$

$$a-b-15 \neq 17 \cdot 2, \text{ т.к. } 17 \cdot 2 > 23$$

$$a-b-15 = 17 \Rightarrow a-b = 32 = p^5 \Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow p = 2 - \text{может быть}$$

$$\begin{aligned} a-b-15=1 & \begin{cases} a-b=32 \\ a+b=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a=72 \\ b=a-32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=36 \\ b=4 \end{cases} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad b > a \Rightarrow a - b < 0$$

$$(a-b)(a-b-15) = 14 \cdot p^5 > 0 \Rightarrow a-b-15 < 0$$

$$a-b \geq a_{\min} - b_{\max} = 1 - 39 = -38 \Rightarrow a-b \geq -38$$

$$a-b \geq -38 \Rightarrow a-b-15 \geq -53$$

$$(a-b)(a-b-15) = 14 \cdot p^5, \quad p\text{-нечетное}$$

$$\geq -38 \geq -53$$

$$I \quad \begin{cases} a-b = -14 \cdot p^n \\ a-b-15 = -p^{5-n} \end{cases} \quad \text{или} \quad II \quad \begin{cases} a-b = -p^n \\ a-b-15 = -14 \cdot p^{5-n} \end{cases}, \quad n \leq 5$$

$$I \quad a-b \geq -38 \Rightarrow a-b = -14, \quad n=0$$

$$a-b = -34, \quad n=1, p=2$$

$$a-b = -51, \quad n=1, p=3$$

$$a-b \neq -14.4, \text{ в.к. } -14.4 < -38$$

$$a-b \neq -14.3, \text{ в.к. } -14.3 < -38$$

$$a-b = -14 \Rightarrow a-b-15 = -14-15 = -32 = -p^5 \Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow p=2 \text{ - простое число}$$

$$\begin{cases} a-b = -14 \\ a+b = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 26 \\ b = 40-a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 13 \\ b = 27 \end{cases} \text{ - невозможно, в.к. } a \text{ и } b \text{ - натуральные}$$

$$a-b = -34 \Rightarrow a-b-15 = -34-15 = -49 = -p^4 \Rightarrow p^4 = 49 \Rightarrow p=7 \text{ - простое}$$

$$II \quad a-b-15 \geq -53 \Rightarrow a-b-15 = -14, \quad n=0$$

$$a-b-15 = -2 \cdot 14, \quad n=1, p=2$$

$$a-b-15 = -3 \cdot 14, \quad n=1, p=3$$

$$a-b-15 \neq -4 \cdot 14, \text{ в.к. } -4 \cdot 14 < -53$$

$$a-b-15 = -14 \Rightarrow a-b = -2 = -p^5 \Rightarrow p=2 \text{ - невозможно, в.к. } p\text{-нечетное}$$

$$a-b-15 = -36 \Rightarrow a-b = -19 = -p^4 \Rightarrow p^4 = 19 \neq 16 \quad (19 \neq 2^4)$$

$$a-b-15 = -51 \Rightarrow a-b = -36 = -p^4 \Rightarrow p^4 = 36 \neq 81 \quad (27 \neq 3^4)$$

Значит, подходит только 1 пара чисел a и b : $\begin{cases} a = 36 \\ b = 4 \end{cases}$

Ответ: (36; 4)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

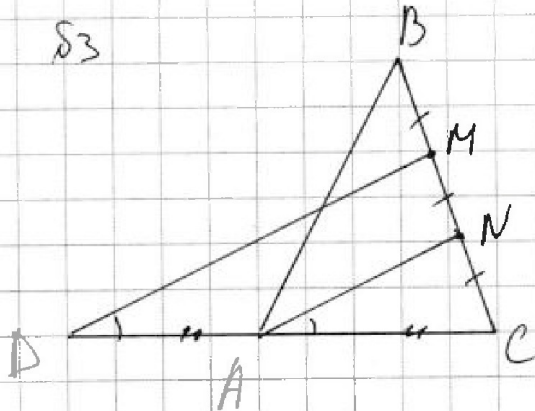


СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S3



Дано: $\triangle ABC$, $M, N \in BC$,
 $BM, MN = NC$, $D \in AC$, $AN \parallel DM$,
 $AB = CD$, $BC = 12$, $\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$
Найти: AB

Решение: 1) $CN = NM$; $AN \parallel DM \Rightarrow$
 $\Rightarrow CA = AD$ - по теореме Фалеса
2) $AB = CD = \frac{1}{2} AC$
3) $BC = 12 \Rightarrow CN = \frac{1}{3} BC = 4$

- 4) Т.к. $\cos(2\angle CAN) < 0 \Rightarrow 2\angle CAN > 90^\circ$
 $\cos(2\angle CAN) = -\cos(180^\circ - 2\angle CAN) \Rightarrow \cos(180^\circ - 2\angle CAN) = \frac{1}{4}$
5) $\angle CAN = \angle EDM$ как накрест лежащие при $AN \parallel DM$



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Ученики, сидящие за 1^й партой всегда видят хорошо. Если пустя 2^й парты, то за 1^й и 3^й партой ученики видят хорошо не зависимо от их роста. В остальных случаях ученики должны сидеть по росту (от меньшего к большому начиная от доски).

Пусть Назовем ряды А, В и С. Пусть пустая парты на ряду С, тогда на ряду А могут ~~ли~~ сидеть какие то 3 ученика, т.е. на ряду А могут сидеть только 3 из 8 учеников, причем, единственным образом (по росту) и на ряду А можно посадить ~~С 3 способами~~ ³ учеников, тогда на ряду В можно посадить ~~любого из оставшихся~~ ⁵ ~~любого 3 из оставшихся~~ ⁵ 5 учеников, причем, единственным образом, т.е. ~~С 5 способами~~ ³ способами.

На ~~оставшихся~~ на ряду С будут сидеть оставшиеся 2 ученика, пусть это ученики а и б, всего на этом ряду их можно рассадить ~~3! = 6~~ ^{2! = 2} способами, но 2 из них не подходят по условию: пусть а вместе с б, а - пустое место $\Rightarrow$ а и б не могут сидеть в порядке а-б-о (от доски) $\Rightarrow$ т.е. не могут сидеть а-б-о и о-а-б (от доски).

Значит, всего учеников можно рассадить ~~$C_8^3 + C_5^3 + 4$~~ ^{$C_8^3 + C_5^3 + 4$} способами. Заметим, что если свободная парты окажется на ряду А или на ряду В $\Rightarrow$ кол-во способов рассадки учеников не изменится. Значит, всего учеников можно рассадить $(C_8^3 + C_5^3 + 4) \cdot 3$ способами

$$(C_8^3 + C_5^3 + 4) \cdot 3 = \left(\frac{8!}{3! \cdot 5!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + 4 \right) \cdot 3 = \frac{8!}{2 \cdot 5!} + \frac{5!}{2 \cdot 2!} + 12$$

$$= 3 \cdot 4 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 5 + 12 = 2(12 + 15 + 6) = 210 \text{ - способов}$$

Ответ: 210 способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Представим задачу в виде графа (дороги - ребра, деревни - вершины). По условию из любой вершины можно попасть в модуль, при этом единственным способом в граф связи, в графе нет циклов.

Пусть же в обозначим те вершины, степени которых больше 1: A_1, A_2, A_3, A_4 (по условию жилая вершина 4).

Остальные вершины (со степенью 1) обозначим $B_1, B_2, \dots, B_n$. Заметим, что если B_i и B_j соединены ребром, то они изолированы от остального графа (степень вершин B_i и B_j = 1, т.е. они уже соединены ребром, то они не могут быть соединены с другими вершинами) $\Rightarrow$ граф не связен - противоречие $\Rightarrow$ никакие 2 вершины B_i и B_j не соединены. Значит, в любая вершина B_i соединена с какой-то вершиной A_i из вершин A_1, A_2, A_3, A_4 , причем, только с одной.

Рассмотрим вершины A_1, A_2, A_3 и A_4 . Вершины - «боксовые» вершины B и ребра, соединяющие B_i и A_j .

В графе из вершин A_1, A_2, A_3 и A_4 нет циклов, т.е. циклов не было в изначальном графе $\Rightarrow$ этот граф - дерево. Заметим, что дерево из 4х вершин может быть всего 2х видов: $O_1 - O_2 - O_3 - O_4$ или O_1 — , причем,

в обоих случаях сумма степеней вершин будет 6. Значит, для связи между собой вершин A_1, A_2, A_3, A_4 требуется 3 ребра (или 4х степеней вершин 6). Пусть сумма степеней всех вершин графа S , вершин $A - S_A$, а сумма степеней вершин, не входящих для связи между собой вершин $A - S_A$ ($S = 3 + 4 + 5 + 7 = 19$; $S_A = 6$ - как и ранее).

Заметим, что сумма степеней вершин $B - S_B$: $S_B = S - S_A$, т.е. $S = S_A + S_B$ (т.к. вершин A связаны соединены только между собой и с вершинами B). Значит, $S_B = 19 - 6 = 13$. Сумма степеней вершин $B - 13$, а степень каждой вершины = 1 $\Rightarrow$ всего 13 вершин B . Значит, всего в графе $13 + 4 = 17$ вершин.

Ответ: 17 деревень на острове.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

1. Пусть $x+y-2 \geq 0$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \geq 0 \\ 1-x-y+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y)-(x+y)^2+2xy \geq 0 \\ x+y \geq 2 \\ x+y \leq 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \begin{cases} (x+y)(2-x-y) \geq -2xy \\ 2 \leq x+y \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy \geq (x+y)(x+y-2) \\ 2 \leq x+y \leq 3 \end{cases}$$

$$2 \leq x+y \leq 3, \quad x, y - \text{целые} \Rightarrow x+y - \text{целое} \Rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x+y=3 \end{cases}$$

1) $x+y=2$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y+2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+y)(2-x-y)} + \sqrt{2-x-y} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{3-(x+y)} = 1 \quad (2)$$

$$(1) \sqrt{2 \cdot 2 - 2^2 + 2xy} + \sqrt{3-2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2xy} = 0 \Leftrightarrow xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} ; \begin{cases} y=0 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

2) $x+y=3$

$$\sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{3-(x+y)} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 3 - 3^2 + 2xy} + \sqrt{3-3} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2xy-3} = 1 \Rightarrow 2xy-3=1 \Leftrightarrow 2xy=4 \Leftrightarrow xy=2$$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ (3-y)y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ y^2-3y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$y^2-3y+2=0, \quad D=9-4 \cdot 2 > 0$$

По т. Виета: $\begin{cases} y_1+y_2=3 \\ y_1 \cdot y_2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1=1 \\ y_2=2 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad x + y - 2 \leq 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1+x+y-2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{x+y-1} = 1$$

$$OD3: \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1+x+y-2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy \geq (x+y)(x+y-2) \\ x+y \geq 1 \\ x+y \leq 2 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \quad \begin{cases} 2xy \geq (x+y)(x+y-2) \\ 1 \leq x+y \leq 2 \end{cases}$$

$$1 \leq x+y \leq 2, \quad x \text{ и } y - \text{целые} \Rightarrow x+y - \text{целое} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+y = 2 \end{cases}$$

$$1) \quad x+y = 1$$

$$\sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{x+y-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 1 - 1 + 2xy} + \sqrt{1-1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2xy+1} = 1 \Rightarrow 2xy+1 = 1 \Rightarrow 2xy = 0 \Rightarrow xy = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} y=0 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$2) \quad x+y = 2$$

$$\sqrt{2(x+y)-(x+y)^2+2xy} + \sqrt{x+y-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2 \cdot 2 - 2^2 + 2xy} + \sqrt{2-1} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2xy} + 1 = 1 \Leftrightarrow xy = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (0; 2); (2; 0); (2; 1); (1; 2); (0; 1); (1; 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-b)(a-b-15) = 17p^5$$

$$< 40$$

$$17$$

$$17p$$

$$17p^2$$

$$17p^3$$

$$p^5$$

$$p^4$$

$$p^3$$

$$p^2$$

$$p$$

1. $a > b$
 $a > b + 15$

$$(a-b)(a-b-15)$$

$$< 40$$

$$< 25$$

$$17$$

$$17$$

$$p^4$$

1) $a-b-15 = 17 \Rightarrow a-b = 32$

$$a-b = p^5 = 32, p = 2$$

2) $a-b = 17$

$$a-b-15 = p^5 \Rightarrow 2 \cdot p^5 - \text{не может быть}$$

3) $a-b = 34, p = 2$

$$a-b-15 = 19 \neq 2^4$$

$$(a-b)(a-b-15)$$

$$\geq 40$$

$$\geq -53$$

$$\geq -38$$

$$a-b = -b+a \geq -40$$

$$40 < 40$$

$$> 40$$

$$42:11$$

$$-39$$

2. $b > a$

$$36$$

$$+15$$

$$51$$

$$a < 40$$

$$b < 40$$

$$a-b < 0$$

$$17$$

$$34$$

$$51$$

1) $a-b = -17$

$$a-b-15 = -32 = -p^5, p = 2$$

2) $a-b = -34, p = 2$

$$a-b-15 = -49 \neq -2^4$$

3) $a-b-15 = -17 \Rightarrow a-b = -2 \neq -p^5$

4) $a-b-15 = -34 \Rightarrow a-b = -19 \neq -p^4$

5) $a-b-15 = -51 \Rightarrow a-b = -36 \neq -p^3$

$$\begin{array}{r} 7-15 \\ = 41-5 \cdot 8 \end{array}$$

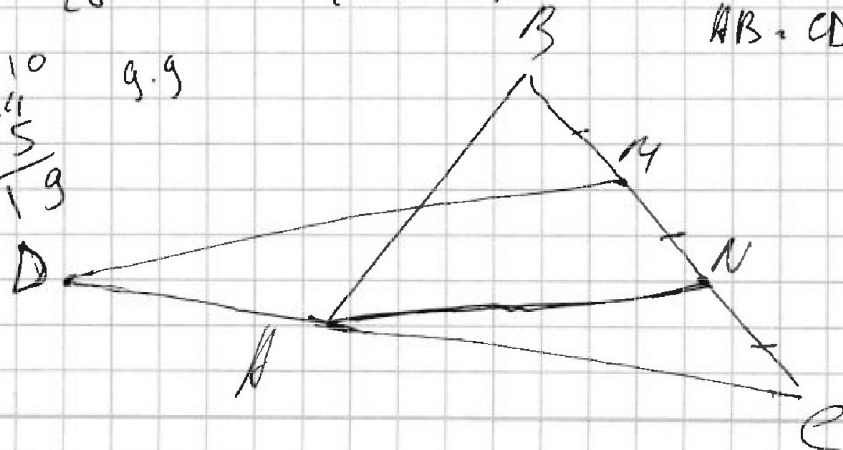
$$\begin{array}{r} 2 \quad 910 \\ \times 17 \quad 400 \\ \times 3 \quad -11,5 \\ \hline 51 \quad 285 \end{array}$$

$$\begin{cases} a-b = 32 \\ a+b = 40 \end{cases}$$

$$36 - 4$$

$$AB = CD$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 9.9 \\ 36 \\ -15 \\ \hline 19 \end{array}$$





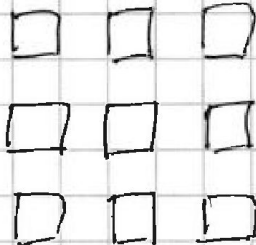
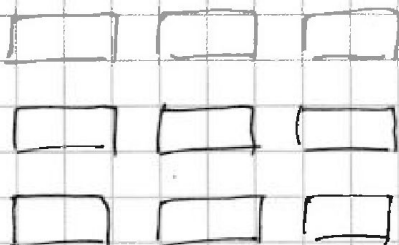
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

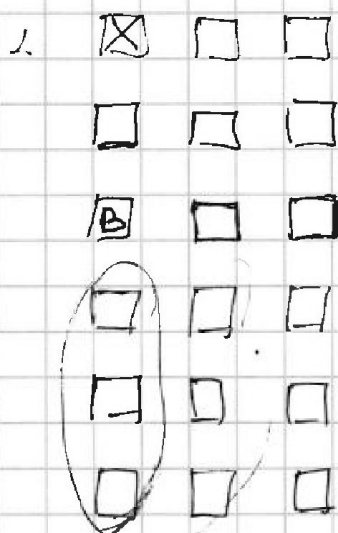
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. 3^я ларца
2. ларца перед шит пухом
3. перед шит сидит лещаго

8 укл.
Все разного роста



$$1. \frac{4!}{6! \cdot 3!} + \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 3! ,$$

$$41$$

$$(C_9^3 + C_6^3) \cdot 3!$$

$$\frac{9!}{6! \cdot 3!} + \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 3! = 42829 +$$

а а а
б о а
о б б

$$(C_8^3 + C_5^3 + 3) \cdot 3!$$

$$\left(\frac{8!}{3! \cdot 5!} + \frac{5!}{2! \cdot 3!} + 3 \right) \cdot 3!$$

$$\frac{8!}{5!} + \frac{5!}{2!} + 3 \cdot 3!$$

$$4 \cdot 8 \cdot 9 + 4 \cdot 5 \cdot 6 =$$

$$24(4 \cdot 3 + 5) =$$

$$24 \cdot 26 = 13 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 4$$

$$13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6$$

$$414$$

$$6 \cdot 7 \cdot 8 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 3 \cdot 2 =$$

$$6(7 \cdot 8 + 10 + 3) = 6(56 + 10 + 3) =$$

$$6 \cdot 69 = 414 \text{ способ}$$