



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

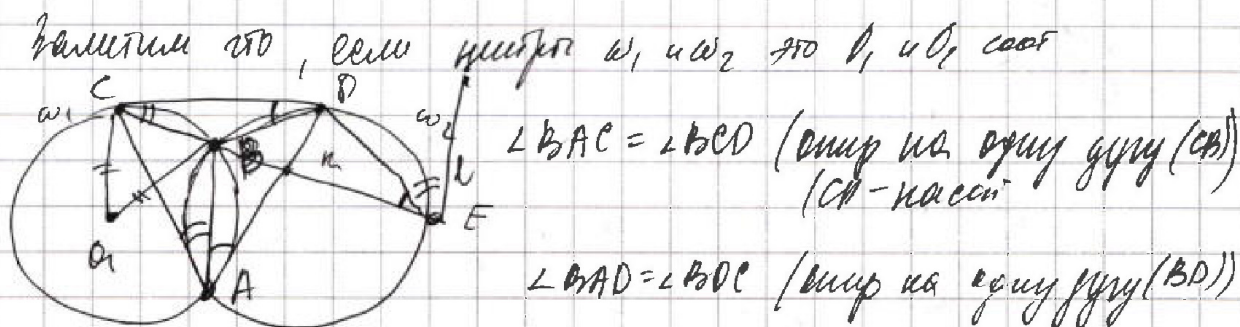


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что $O_1C \perp CD$ (CD касат) $O_2D \perp CD$
 $\Rightarrow \angle O_1CB + \angle BCD = 90^\circ \neq \angle O_1CP = 90^\circ \Rightarrow \angle O_1CB = \angle O_1PC$ ($O_1C = O_1P$)

и проведем AB до пересечения с CD в точке M тогда $\triangle AMC \sim \triangle MBP$
 по двум углам ($\angle CMB = \angle PMD$ и $\angle CMA$ и т.д.) $\Rightarrow \frac{AC}{CM} = \frac{AM}{MB}$
 $\frac{CD}{DB} = \frac{CE}{DE}$

Пусть K - пересечение AB с CE $\Rightarrow \angle CDB = \angle DEB$ (один на одну дугу (BD))
 $\triangle CDB \sim \triangle DEB$ по двум углам ($\angle CDB = \angle DEB$ и $\angle DCB = \angle EDB$) $\Rightarrow$

$$\frac{CD}{DB} = \frac{CE}{DE} \quad \frac{CD}{DE} = \frac{CB}{BD} \quad \frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$\angle DEB = \angle DAB$ (один на одну дугу (AD)) $\angle KCA = \angle DKE$ (верт.) $\Rightarrow \triangle EKD \sim \triangle AKB \Rightarrow$
 $\frac{DE}{EK} = \frac{AB}{AK}$

AB - хорда, а ось ω_1 и $\omega_2 \Rightarrow$ точки на ней имеют равную степень точки $\Rightarrow MC = MD$, верь CD-касат, а ось ось точки M и $\omega_1 = CM^2$ и $\omega_2 = MD^2$

Если из E провести касательную к ω_1 касат, то $\angle DE$ и $\angle = \angle CAM$, то

$\angle KET$ (где T пересек ℓ с AD) $= \angle KAC$ ($\angle DET = \angle CAM$; $\angle BED = \angle BAD$)

и $\angle KCA = \angle TKE$ (верт.) $\Rightarrow \triangle KET \sim \triangle KAC$ по двум углам $\Rightarrow$

$$\frac{KE}{EK} = \frac{KA}{KC} \Rightarrow \frac{10x}{TK} = \frac{KA}{3x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

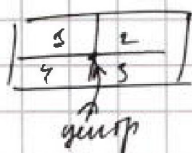
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если $\square$ диагональ симметричного относительно центра, то (симметричные по 4 диагональным линиям)



процедуры состав от 1 до 4

если ставим клетку в 1 область то для симметрии поставим в 3, если в 2 $\Rightarrow$ мы в 4, если 3 $\Rightarrow$ мы в 1, если 4 $\Rightarrow$ мы в 2. Тогда у нас по 4 диагонали клеток в 1+2 областях и в 3+4 $\Rightarrow$ нужно оставить 4 посчитать различные варианты расстановки 4х клеток в области 1+2, верь в 3+4 ставится зеркалом:

$$\text{таких способов} \frac{250 \cdot 200}{2} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 1 \right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 3 \right) = \left(\frac{250 \cdot 200}{2} \right)! : \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 4 \right)!$$

Заметим что для горизонтальной симметрии у нас будут 1+4 и 2+3 области сверху и опять получим такое же пол-во; для вертикальной симметрии будут сверху 1+2 и 3+4 области опять же получим то же пол-во. (Для горизонтальной симметрии 1+2 с 3+4 областями и будем ставить 4 клетки в 1+2, а в 3+4 ставится зеркалом.) (Аналогично для вертикальной симметрии 1+4 с 2+3).

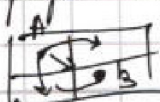
но мы посчитали 3 раза варианты когда раскраска и симметрия относительно центра и симметрия по горизонтальной и вертикальной.

Примем расчеты, что если есть хотя бы 2 из 3 симметрий, то 3-я симметрия тоже есть.

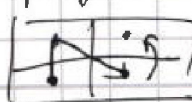
горизонт + вертикаль

горизонт + центр

центр сим (сокращает верт + гориз по бу 1+3, гориз центр из из 1+2, верт центр из из 1+2).



по верт остается симметр 4 диаг



и по горизонт.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad a - b \not\equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a \not\equiv b \pmod{3}$$

$(a-c)(b-c)$ - квадраты простого

↓

либо оба множителя это p

либо оба - p

либо один из множителей $= 1$, а второй $= p^2$ (либо один $= 1$ и второй $= 1$)

Там же если p -простое

и $p \neq 3 \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$

верно если $p-1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$

если $p-2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$

$p \equiv 1 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 1^2 \pmod{3}$

$p \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3}$

$$\text{I} \quad a-c = p^2 \Rightarrow b-c \equiv 1 \Rightarrow a-b = a-c-b+c = p^2-1 \text{ или}$$

$p \neq 3$, то $a-b \not\equiv 0 \pmod{3}$ противоречие $\Rightarrow p=3 \Rightarrow a-b = 9-1=8$

$$b = a-8 \quad a+b^2 = a+(a-8)^2 = 560 \quad a = b+8$$

$$b+8+b^2 = 560 \quad b^2+b-552 = 0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{1+4 \cdot 552} = \sqrt{1809}$$

$$48^2 = 1849$$

нечисло $\Rightarrow b$ - нецелое противоречие.

$$\text{II} \quad a-c = -p^2 \Rightarrow b-c = -1 \quad a-b = (-p^2) - (-1) = -(p^2-1) \text{ - аналогично}$$

$$\text{похожий только } p=3 \Rightarrow a-b = -8 \quad a+8=b \quad a=b-8$$

$$b-8+b^2-560=0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{1+4 \cdot 568} = \sqrt{2273} \text{ - нецелое } \Rightarrow a \text{ нецелое}$$

противоречие.

$$\text{III} \quad a-c = 1 \Rightarrow b-c = p^2 \quad a-b = 1-p^2$$

$$\text{IV} \quad a-c = -1 \Rightarrow b-c = -p^2 \quad a-b = -1+p^2$$

еще были такие

варианты

$$\text{V} \quad a-c = p \quad b-c = p \Rightarrow a-b = 0 \pmod{3}$$

$$\text{VI} \quad a-c = -p \quad b-c = -p \Rightarrow a-b = 0 \pmod{3}$$

не подходит из-за условия

$$\text{I}^* \quad a-c = p^2 \Rightarrow b-c = 1 \quad a-b = a-c-b+c = p^2-1 \text{ если } p \neq 3 \Rightarrow$$

$$a-b \not\equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3 \quad a-b=8 \quad a=b+8 \quad a+b^2 = b+8+b^2 = 560$$

$$b^2+b-552=0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{1+4 \cdot 552} = \sqrt{2209} = \sqrt{47^2} = 47$$

Продолжение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b - 552 = 0 \quad \sqrt{D} = 47 \quad b_1 = \frac{-1 + 47}{2} = \frac{46}{2} = 23 \Rightarrow a = 23 + 8 = 31$$

$$c = b - 1 \quad (b - c = 1) \quad c = 23 - 1 = 22 \quad (31; 23; 22) = a, b, c$$

$$b_2 = \frac{-1 - 47}{2} = \frac{-48}{2} = -24 \quad a = -24 + 8 = -16 \quad c = b - 1$$
$$c = -24 - 1 = -25$$
$$a, b, c = (-16; -24; -25)$$

* IV
$a - c = -1 \quad a - b = 8 \quad \text{или} \quad b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = a - 1$

$$c = 32$$

$$\text{или} \quad b = -24 \Rightarrow a = -16 \quad c = -16 + 1 = -15$$
$$a, b, c = (-16; -24; -15)$$

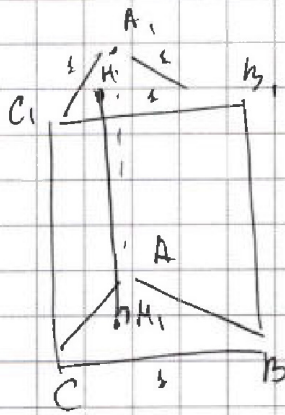
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

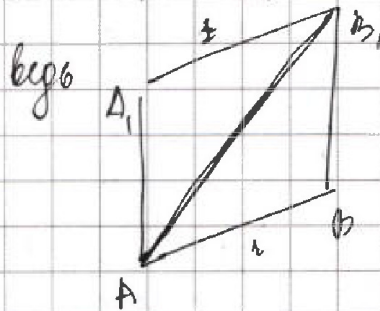
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



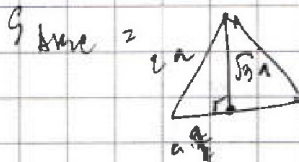
$\triangle A_1H_1C_1$ - равнобедрен.

$$S_{C_1H_1C_1} = 3 \quad \text{или} \quad S_{A_1C_1A_1} \text{ и } S_{A_1H_1A_1} = 4 \quad \text{и}$$

$$C_1A_1 = A_1H_1 = CA = AB = 1 \Rightarrow C_1H_1 = A_1B_1$$



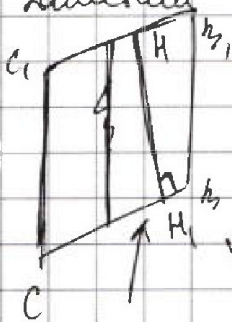
HH_1 - высота
 призма



$$\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{2} a^2 \quad \text{где} \quad a^2 = \frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ведь $C_1H_1 = A_1B_1$ и $C_1H_1 = C_1B_1 = 1$)

Заметим что $\Rightarrow C_1H_1B_1$ - параллелограмм $\Rightarrow C_1H_1 \parallel C_1B_1$ и $C_1H_1 \parallel B_1C_1$.



тогда внутри него есть наша высота HH_1 ,
 при этом $S = 3$ $C_1H_1 = C_1B_1 = 1$

$$S = \frac{1}{2} (C_1H_1 + C_1B_1) \cdot h = 3 \Rightarrow h = 3$$



наша
 высота
 призма.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$ $a - b \not\equiv 3 \Rightarrow a \equiv b \pmod{3}$

$(a-c)(b-c)$ - квадрат простого $\Rightarrow a-c = \pm p^2$ $b-c = \pm 1$ либо
 $a-c = \pm 1$ $b-c = p^2$
 $a-c = -p = b-c = p$

везде квадрат простого
 делится только на p, p^2 и 1

$a+b^2=560$
 $a > b \Rightarrow \sqrt{a+b^2} > 560 \Rightarrow a^2+a-560 > 560 \Rightarrow \sqrt{1+4 \cdot 560} = \sqrt{2241}$

$\pm : a-c = \pm p^2$ $b-c = \pm 1$

если $a-c = p^2 \Rightarrow b-c = 1 \Rightarrow a-b = a-c-b+c = p^2-1$
 если $p \neq 3$ $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ (если p имеет окт $1 \Rightarrow p^2 \equiv 1$)
 $a-b \equiv 3$ противоречие
 p имеет окт $2 \Rightarrow p^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3}$

если $a-c = -p^2 \Rightarrow b-c = -1 \Rightarrow a-c-b+c = -p^2+1$

$a-c = -(p^2-1)$ p^2-1 делится на 3 кроме $p=3$.

если $p=3 \Rightarrow a-b = \pm 3$ и так как $a > b \Rightarrow a = b+3$
 $b = a-3$

$a + (a-3)^2 = 560 \Rightarrow a^2 + a^2 - 6a + 9 = 560 \Rightarrow 2a^2 - 6a - 551 = 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{36 + 8 \cdot 551}$ — нецелое число $\Rightarrow a$ — нецелое противоречие.
 если $p=3$ $a-b = -3$ $a+3 = b$

$a + (a+3)^2 = 560 \Rightarrow 2a^2 + 6a + 9 = 560 \Rightarrow 2a^2 + 6a - 551 = 0$ — дискриминант
 $D = 69$ — нецелое противоречие

Противоречие

69

452
 4
 1808
 16
 1808

43 1809
 43
 121
 12
 16
 1809

560
 4
 32
 224
 22 5221
 21
 9

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_i - это i элемент последовательности, а d - ее шаг
 или профессор $\Rightarrow a_4 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ $a_{13} = 5-x$ $a_{15} = \sqrt{\frac{(13x-35) \cdot 2}{(x+1)^3}}$
 ОДЗ: $(x+1)^3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ $a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$$\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \quad (13x-35)(x+1) \geq 0 \quad (13x-35 \neq 0, \text{ иначе не профессор } (a_{15})=0 \Rightarrow \text{также не может быть 6 професс.})$$

Теперь заметим, что $\frac{a_{13}}{a_4} = d^6$ $\frac{a_{15}}{a_{13}} = d^2$ $5-x \neq 0$
 $5 \neq x$

$$d^6 = \frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} \quad d^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

$$\text{Пусть } t = \frac{5-x}{\sqrt{13x-35}} \Rightarrow d^6 = t \cdot \sqrt{(x+1)^3} \quad d^2 = \frac{\sqrt{(x+1)}}{t}$$

$$d^6 = t \sqrt{(x+1)^3} = (d^2)^3 = \frac{(\sqrt{(x+1)})^3}{t^3} \quad \text{Последнее равенство.}$$

$$t = \frac{1}{t^3} \quad (t^3 \neq 0, \text{ ведь } 5-x \neq 0 \text{ и } \sqrt{13x-35} \neq 0) \Rightarrow$$

$$t^4 = 1 \Rightarrow t^2 = \pm 1 \quad \text{и так как число } t \text{ действит., ведь}$$

$$x \text{ - действит.} \Rightarrow t = \pm 1$$

$$\frac{5-x}{\sqrt{13x-35}} = 1 \Rightarrow 5-x = \sqrt{13x-35} \Rightarrow 25-10x+x^2 = 13x-35 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 23x + 60 = 0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{23^2 - 4 \cdot 60} = \sqrt{289} = 17$$

$$x_1 = \frac{23+17}{2} = \frac{40}{2} = 20 \quad x_2 = \frac{23-17}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \text{оба корни подходят по ОДЗ} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 13 \cdot 20 - 35 > 0 \\ 5 - 20 \neq 0 \\ 20 + 1 > 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 13 \cdot 3 - 35 > 0 \\ 5 - 3 \neq 0 \\ 3 + 1 > 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ответ: } x = 20; 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пира при горю и верт симметрично по горю из $1 \Rightarrow 4$, а по верт из $4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1 \Rightarrow 5$ есть или (центр или это).

При центр + гор: центр $1 \Rightarrow 3$ горю $3 \Rightarrow 2 \Rightarrow 1 \Rightarrow 2$ (верт.)

При верт + центр: центр $1 \Rightarrow 3$ верт $3 \Rightarrow 4 \Rightarrow 1 \Rightarrow 4$ (горю.)

Пира нужно посчитать кол-во раскрасок симметрично по 3 вариантам, заменим 250 или 100 раскрас 1 область, то 2, 3, 4 области раскраски симметрично $\Rightarrow$ нужно поставить 2 метки 1 область $\frac{250 \cdot 200}{4}$:

$$\frac{250 \cdot 200}{4} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{4} - 1 \right) = \frac{250 \cdot 200}{4} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{4} - 2 \right)!$$

← посчитано 3 page =

$$\text{Ответ: } 3 \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{2} - 4 \right) \right) - 2 \left(\frac{250 \cdot 200}{4} \cdot \left(\frac{250 \cdot 200}{4} - 2 \right) \right)$$

$$3 \cdot \frac{250 \cdot 100}{(250 \cdot 100 - 4)!} - 2 \frac{(250 \cdot 50)!}{(250 \cdot 50 - 2)!}$$



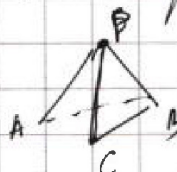
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

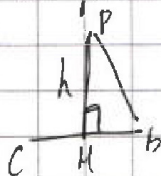
Заметим что в боковых сторонах есть равнобедр Δ , верш Δ площади имеет $= 5$.



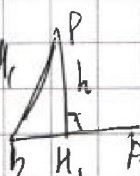
$\Rightarrow CB=AB=5$ PB -общ
и площади $\Rightarrow$ равен

высоты из P равно $\Rightarrow$

Δ равно, верш 2 стороны и $\angle PBC = \angle PBA$ равны следовательно



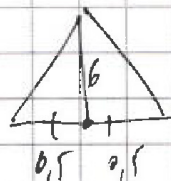
$\Rightarrow$ $h \cdot b = 10$



$\Rightarrow HC = HA$ $\Rightarrow$ по Пифагору $PC = PA$.

с площадью $= 3 \Rightarrow$ высота из P на $AC = 6$ ($\frac{1}{2} h \cdot 10 = AC = 3$)

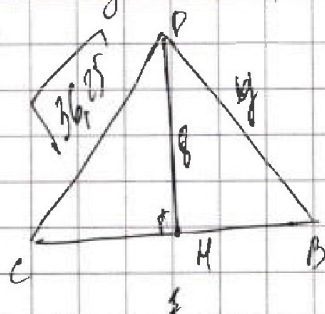
Полна высота = медиана $\Rightarrow$



$\Rightarrow PC = PA = \sqrt{0,5^2 + 6^2} = \sqrt{36,25}$

Полна $PH = PH_1 = 8$ ($\frac{1}{2} h \cdot 10 = AC = 4$) тогда в ΔPBC

$CH = x \Rightarrow HB = 1-x$ $CH^2 = 36,25 - PH^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} = \sqrt{(13-z)(13+z)}$$

ДРЗ: $x+3 \geq 0$ $4-x-z \geq 0 \Rightarrow 4-z \geq x$

$$y+x-x^2+z \geq 0 \Rightarrow y+z \geq x^2-x = x(x-1)$$

$$169-z^2 \geq 0 \Rightarrow 13 \geq |z|$$

Пусть $y \geq -1$ и $y \leq 12 \Rightarrow$

$$(y+1) + 3|y-12| = y+1 + 3(12-y) = 37-2y$$

$$37-2y = \sqrt{169-z^2} \Rightarrow 1369 - 148y + 4y^2 = 169 - z^2$$

$$1200 - 148y + 4y^2 + z^2 = 0 \quad 1200 + 4y^2 + z^2 = 148y$$

$$\sqrt{1200 - 148y + 4y^2 + z^2} = \sqrt{544y^2 - 148y - 1200} =$$

$$= \sqrt{(44y - 42)(74y + 42) - 19200} \geq 0 \leftarrow \text{если есть решение}$$

$$1200 - 148y + 4y^2 + z^2 \geq 1200 - 148y + 4y^2$$

значит $z^2 \geq 0 \Rightarrow z \neq 0$

$$\sqrt{2} = \sqrt{148^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1200}$$

$$148^2 < 160 \cdot 1200 \Rightarrow \text{нет решений}$$

Пусть $y \leq -1 \Rightarrow y \leq 12$

$$|y+1| + 3|y-12| = -1-y+36-3y = 35-4y = \sqrt{169-z^2}$$

$$35^2 - 8 \cdot 35y + 16y^2 = 169 - z^2 \Rightarrow 1225 - 169 - 8 \cdot 35y + 16y^2 + z^2 = 0$$

$$1056 - 280y + 16y^2 + z^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 52 \\ 1056 \\ 104 \\ 10 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 551 \\ 9908 \\ 36 \\ 1154 \end{array}$$

$$4624$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = ? \quad a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)/(x+1)}$$

$$d^6 = \sqrt{\frac{5-x}{13x-35}} \cdot \sqrt{(x+1)^3}$$

$$d^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

$$\frac{5+x}{\sqrt{13x-35}} = t$$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$d^6 = \frac{1}{t^3} \cdot \sqrt{(x+1)^3}$$

$$d^2 = \frac{\sqrt{(x+1)}}{t}$$

$$4.70 = 280$$

$$d^6 = t \sqrt{(x+1)^3} = (d^2)^3 = \frac{\sqrt{(x+1)}}{t^3}$$

$$(\sqrt{2})^3 = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$(x+1) \neq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{t^3}$$

$$t^2 = \pm 1$$

$$t = \pm 1; \pm i$$

$$5-x = \pm \sqrt{13x-35}$$

$$25+x^2-10x = 13x-35$$

$$x^2-23x+60=0$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2}$$

$$\frac{23-17}{2} = 3 \checkmark$$

$$\frac{23+17}{2} = 20 \checkmark$$

$$(x+1)^3 \geq 0 \Rightarrow x+1 \geq 0$$

$$\sqrt{289} = 17$$

$$\begin{aligned} & \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \\ & \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a-c = \pm 1 \quad b-c = \pm p^2$$

$$\text{если } a-c = 1 \Rightarrow b-c = p^2 \quad a-b = 1-p^2 = -(p^2-1)$$

аналогично только

$$p=3$$

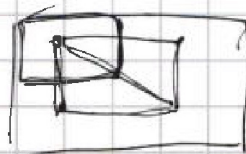
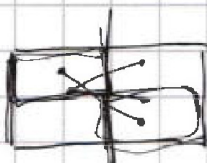
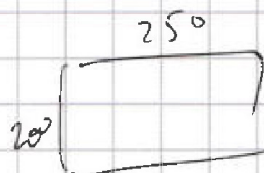
$$\begin{array}{r} \times 552 \\ 4 \\ \hline 2208 \\ 2208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ 53 \\ \hline 159 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 47 \\ 47 \\ \hline 48 \\ 28 \\ \hline 16 \\ 2209 \end{array}$$

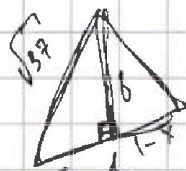
$$\begin{array}{r} \times 568 \\ 4 \\ \hline 2032 \\ 24 \\ \hline 2152 \\ 2259 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 48 \\ 48 \\ \hline 64 \\ 32 \\ \hline 32 \\ 16 \\ \hline 2304 \end{array}$$

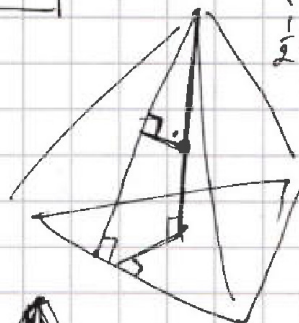
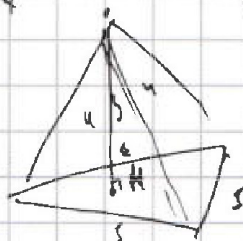


$$h_1 \cdot \frac{1}{2} = 4$$
$$h_2 = 8$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

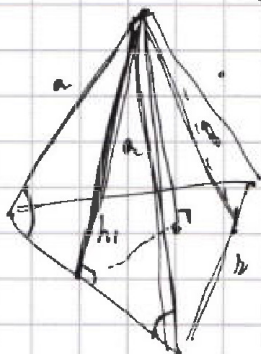
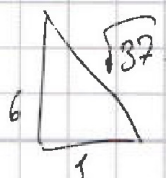
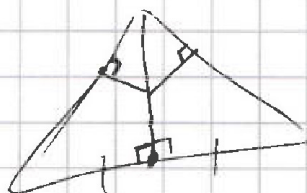


$$g^2 \cdot x^2 = 9x^2$$



$$\frac{1}{2} \cdot h \cdot S = V$$
$$V$$
$$\begin{array}{r} \times 6,5 \\ 6,5 \\ \hline 325 \\ 30 \\ \hline 56 \\ 56 \end{array}$$
$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = V$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$$
$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$$
$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25$$



$$h_1 \cdot \frac{1}{2} = 9$$
$$h_1 = 9 \cdot \frac{1}{2} = 4,5$$
$$h_1 = 6$$

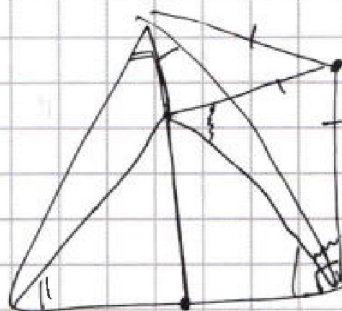
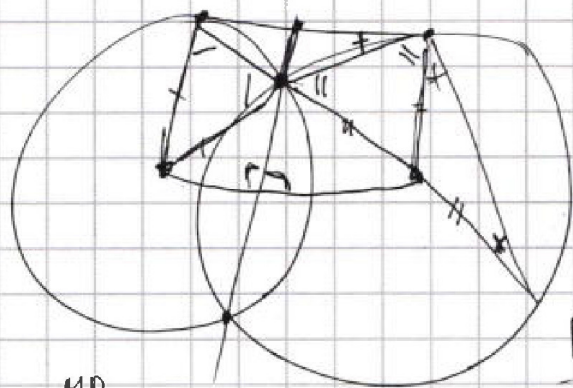


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AM}{MD} = \frac{MD}{MD}$$

$$MD^2 = AM \cdot MD$$

$$AM \cdot MD = DM \cdot MB \quad AD = \frac{DB}{MM}$$

$$\frac{BD}{CD}$$

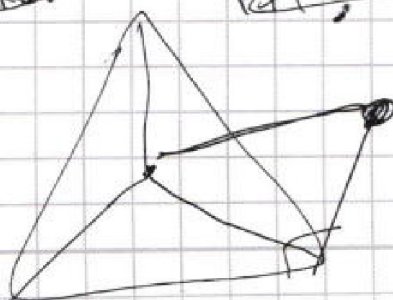
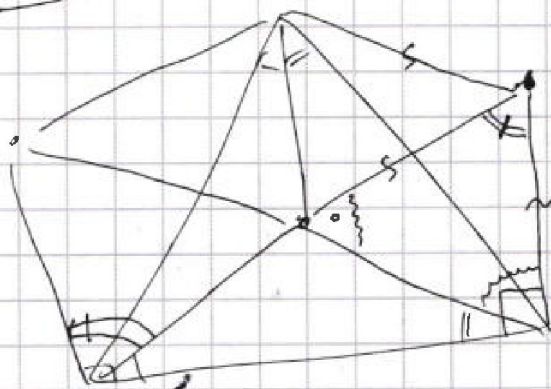
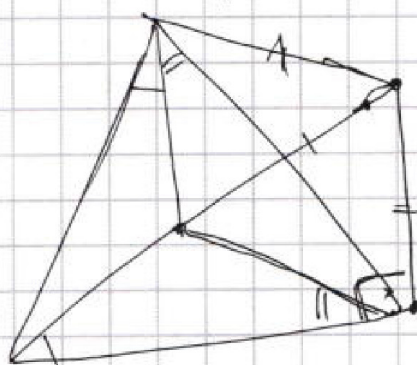
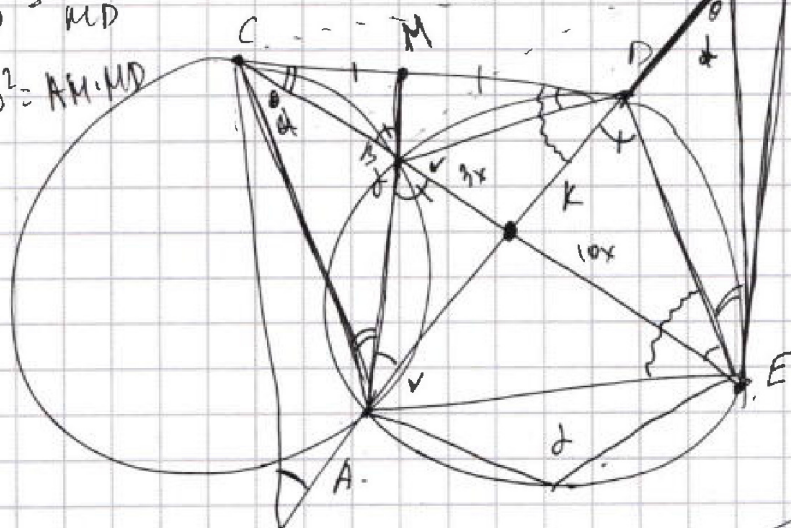
$$\frac{CK}{KE} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{DM}{MD}$$

$$\frac{ED}{CD}$$

$$\frac{AM}{DM} = \frac{BD}{PB}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

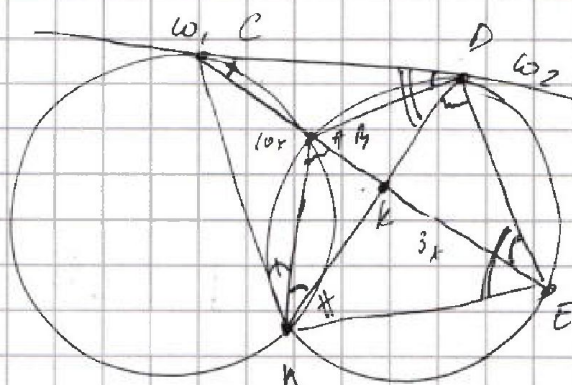


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Пусть K - пересек AD и $CE \Rightarrow$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{10}{5} \text{ пусть } CE = 13x$$

$\angle BED = \angle BDC$ (на одной дуге)

$\triangle CKD \sim \triangle CDE$ по 2 углам $\angle C$ общ и $\angle BED = \angle BDC \Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{CK}{CD} \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD^2 = CK \cdot CE = 10x \cdot 13x = 130x^2 \Rightarrow CD = x\sqrt{130} \quad CD = \sqrt{CK \cdot CE} \quad \frac{CD}{DE} = \frac{CK}{KD}$$

$\angle BAD = \angle BED$ (дуга на одной дуге) $\angle ABE = \angle ADE$ (дуга на одной дуге)

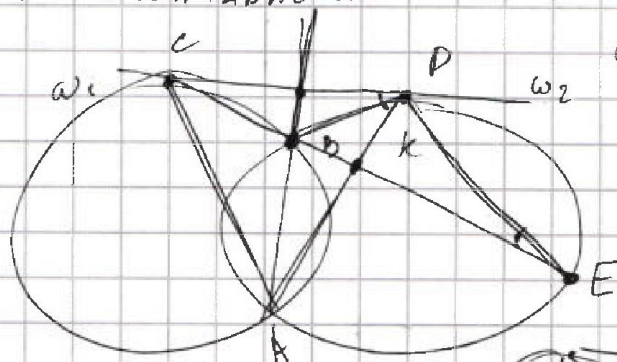
$\Rightarrow \triangle ABK \sim \triangle EDK$ по 2 углам ($\angle BAD = \angle BED$ и $\angle ABE = \angle ADE$) $\Rightarrow$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BK}{KE} \Rightarrow DE = \frac{AB \cdot KE}{BK}$$

$\angle CDA = \angle DEA$ (дуга на одной дуге) ~~$AB \perp CD$ веро $AB \perp$~~

$$\angle ECD (= \angle CAB) + \angle CDA (= \angle CDA) + \angle ADE + \angle DEC (= \angle BAD) = 180^\circ$$

$$\angle DCK + \angle CDA + \angle DAC + \angle CA = 180^\circ \Rightarrow \angle ACK = \angle ADE - \angle CAB \text{ (вспомогательная)}$$



$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

