



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но тогда $\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = x+4$, что неверно, но если $x = -22$ не подходит.

при $x = 5$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{75 \cdot 5 + 6}{2^3}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$x+4 = 9 \Rightarrow q^6 = 9 \cdot 2\sqrt{2} \Rightarrow q^2 = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{(75x+6) \cdot (x-3)} = \sqrt{81 \cdot 2} = 9\sqrt{2} = (x+4) \cdot q^2 = 9 \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$$

$$(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}, \text{ что верно} \Rightarrow x = 5 \text{ подходит}$$

при $x = -1$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{75 \cdot (-1) + 6}{-4^3}} = \sqrt{\frac{9}{-64}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$$

$$x+4 = 3 \Rightarrow q^6 = 3 \Rightarrow q^2 = \sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{(75x+6) \cdot (x-3)} = \sqrt{-9 \cdot (-4)} = 3 \cdot 2 = (x+4) \cdot q^2 = 3 \cdot \sqrt[3]{3},$$

что верно $\Rightarrow x = -1$ подходит.

Ответ: $-1; 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{По условию} \quad \frac{(75x+6)^2 (x-3)^2}{(x+4)^4} = (x-3)^2, \quad x-3 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(75x+6)^2}{(x+4)^4} = 1$$

$$(75x+6)^2 = (x+4)^4$$

$$\begin{cases} 75x+6 = (x+4)^2 \\ -(75x+6) = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$\text{а) } x^2 + 8x + 16 = 75x + 6$$

$$x^2 - 67x + 10 = 0$$

$$x_1 = \frac{67-3}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

$$x_2 = \frac{67+3}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

$$\text{б) } x^2 + 8x + 16 = -75x - 6$$

$$x^2 + 83x + 22 = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -22$$

при $x = 2$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{75 \cdot 2 + 6}{(2-3)^3}} = \sqrt{-\frac{36}{1}} \notin \mathbb{R} \Rightarrow x=2 \text{ не подходит}$$

при $x = -22$:

$$\sqrt{\frac{75x+6}{(x-3)^3}} > 0; \quad x+4 = -22+4 = -18 < 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

43



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть знаменатель дроби равен q , тогда

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{15x+6}{(x+3)^3}} \cdot q^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \\ \cancel{(x+4)} \cdot q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \end{cases} \text{ из условия}$$

Понятно, что $15x+6 \neq 0$, иначе $x = -\frac{6}{15}$ и дроби 0, но еще $x+4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -4 = -\frac{6}{1.5}$.

что не дает смысла знаменателю $x+4 \neq 0$.

Поэтому первое равенство можно переписать на

$$\sqrt{(15x+6)}, \text{ получим}$$

$$\frac{q^8}{\sqrt{(x+3)^3}} = \sqrt{x-3}, \quad x-3 \neq 0$$

$$q^8 = (x-3)^2$$

из второго уравнения

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}, \text{ где еще}$$

$$q^8 = \frac{(15x+6)(x-3)^2}{(x+4)^4} = (x-3)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Выводим на второе равенство:

$$\text{левая часть} \leq 75, \text{ что } 225 - z^2 \leq 75^2$$

Оценим правую часть снизу:

$$A = |y - 20| + 2|y - 35|$$

$$\text{при } y \leq 20: 2|y - 35| \geq 2 \cdot 75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \geq 2 \cdot 75 = 30, \text{ что не бывает, что левая часть} \leq 75$$

$$\left(\text{при } 20 < y \leq 35: \right.$$

$$|y - 20| = y - 20, \quad 2 \cdot |y - 35| = 2(35 - y), \text{ что есть}$$

$$A = y - 20 + 2(35 - y) = 2 \cdot 35 - 20 - y = 50 - y \geq 75,$$

причем равенство достигается только при $y = 35$.

$$\left(\text{при } y > 35: \right. \quad \textcircled{1}$$

$$\& \quad |y - 20| > 75 \Rightarrow A > 75, \text{ что не бывает}$$

Снова вывод, что второе равенство может выполняться, только если обе части ≥ 75 .

$$\text{Но тогда } 225 - z^2 = 75^2 \Rightarrow z^2 = 0; z = 0, \text{ а}$$

$$y = 35 \text{ мы уже проверили} \quad \textcircled{1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим найденные значения в первое уравнение.

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\text{Заменим } 35-2x-x^2 = -(x+7)(x-5) =$$

$$= \cancel{(x+7)}(x-5)(x+7)(5-x)$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$$

$$\text{Заменим } \begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-7; 5],$$

примем для всех этих значений $(x+7)(5-x) \geq 0$.

Возведем обе части в квадрат.

$$(x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 6^2 - 2 \cdot 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \cdot 6$$

$$24\sqrt{(x+7)(5-x)} - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 24$$

$$22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 2(x+7)(5-x) + 12$$

$$t = \sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$11t = 2t^2 + 12$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 121 - 96 = 25$$

$$t_1 = \frac{11-5}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$t_2 = \frac{11+5}{2 \cdot 2} = \frac{16}{4} = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = \frac{3}{2}$$

$$(x+7)(5-x) = \frac{9}{4}$$

$$4(x+7)(5-x) = 9$$

$$4(-x^2 - 2x + 35) = 9$$

$$4x^2 + 8x - 35 \cdot 4 = -9$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot 4 \cdot 131 =$$

$$= 4^2(2^2 + 131) =$$

$$= 4^2 \cdot 135$$

$$x_3 = \frac{-8 - 4\sqrt{135}}{8} = -1 - \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$x_4 = \frac{-8 + 4\sqrt{135}}{8} = -1 + \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

$$-1 - \frac{3\sqrt{15}}{2} > -7$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{2} < 6$$

$$\sqrt{15} < 4, \text{ верно}$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{2} - 1 < 5$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{2} < 6$$

у нас получается. Число 8 не, потому что

x_1, x_2, x_3, x_4

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$$

$$(x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 - 2x + 35 = 16$$

$$x^2 + 2x - 35 = -16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 19 = 80$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4\sqrt{5}}{2} = -1 - 2\sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4\sqrt{5}}{2} = -1 + 2\sqrt{5}$$

$$-1 - 2\sqrt{5} > -7$$

$$-1 + 2\sqrt{5} < 7$$

$$\sqrt{5} < 3;$$

$$-1 + 2\sqrt{5} < 5$$

$$2\sqrt{5} < 6$$

$$\sqrt{5} < 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} A &= \cos 3x = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x = \\ &= \cos x \cdot (2\cos^2 x - 1) - 2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x \end{aligned}$$

$$A = 2\cos^3 x - \cos x + 2\cos^3 x - 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x = 3(2\cos^2 x - 1) + p$$

$$4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x = p - 3$$

$$\cos x \in [-1; 1] \Rightarrow \text{монотонно}$$

найдем минимальное и максимальное

значения функции $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t$ на

$[-1; 1]$, тогда функция также примет

все промежуточные значения. Следует максимум!

$$(4t^3 - 6t^2 + 3t)' = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 4^2 - 4 \cdot 4 = 0$$

$$k_1 = \frac{4}{2-4} = \frac{1}{2}, \text{ но с.к. при } f = \frac{1}{2} \text{ достигается максимум на } [-1, 1]$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Минимальное значение достигается в $k_2 = -1$,

$$\text{ибо } 4k^3 \geq 4 \cdot (-1)^3, \quad -6k^2 \geq -6 \cdot (-1)^2;$$

$$3k \geq 3 \cdot (-1)$$

$$f(-1) = 4 \cdot (-1)^3 - 6 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -13$$

$$\text{Следовательно } -13 \leq f(k) \leq \frac{1}{2} \text{ на } k \in [-1, 1];$$

$$-10 \leq f(k) + 3 \leq \frac{1}{2} + 3 \quad \text{при } f(k) + 3 \geq 0$$

В с.к. при $p \in [-10; 2\frac{1}{2}]$ есть решение.

Nurgen $\frac{ED}{EC} = \frac{AE}{ED} = \frac{AD}{EC}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Способов выбора 4 где нам в одну
 конверт 2 $C_{200-750}^2$
 4

Применим, что каждый набор, входящий
 в $\{A \cup B\}$ нам входит в $\{A \cup C\}$ и в
 $\{B \cup C\}$ и $\{A \cup B \cup C\}$ $\Rightarrow$ входит и в
 $A \cup B \cup C$

Поэтому $|A \cup B| = |A \cup C| = |B \cup C| = |A \cup B \cup C|$, т.е.

группировать нам. $|A \cup B| = C_{200-750}^2 \Rightarrow$
 4

$$\Rightarrow |A \cup B \cup C| = 3 \cdot C_{200-750}^2 - 2 \cdot C_{200-750}^2$$

$$+ C_{750-200}^2 = 3 \cdot C_{200-750}^2 - 2 \cdot C_{200-750}^2 =$$

$$= 1 \cdot C_{200-750}^2 - 2 \cdot C_{50-750}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

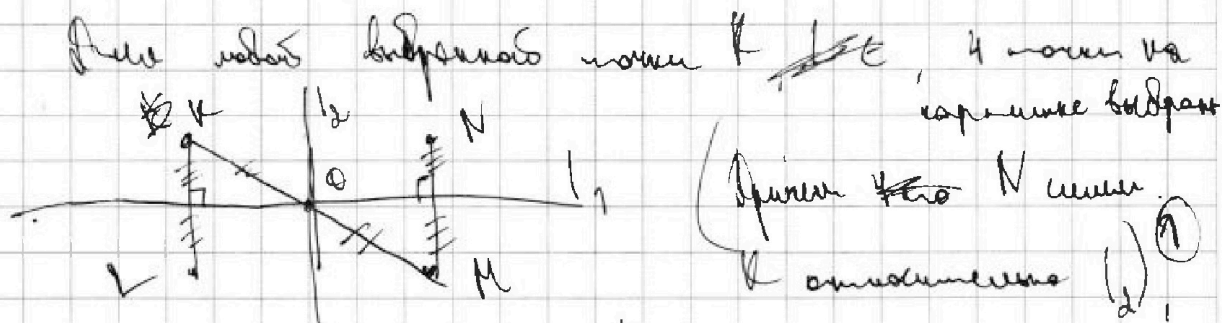
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

* Нагрем $m=60$, выделенные в B , содержащий
4 точки слева от l , 4 точки справа от l ,
две точки и минимальная E_m от l наперед
не к разным сторонам от l . По предположению 4 точки
слева одновременно лежат. 4 точки справа $\Rightarrow$
 $\Rightarrow |B| \geq C_4^{200-750}$

$$\frac{200-750}{2}$$

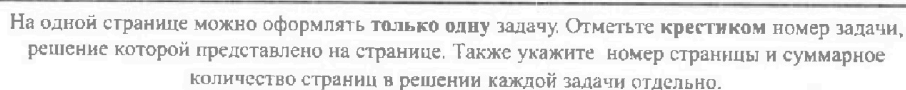
аналогично $|C| \geq C_4^{200-750}$

Итак, $|A \cap B|$:



K, L, M, N расположены в
разных четвертях, но с тем же расстоянием до $l_1 = -$;
 $l_2 = l$.

Но это ~~не~~ нам пока минимально $m=60$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Wang

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|) + |A \cap B \cap C|$$

но по-ле формула включени

Пример 4. $(A \cup B \cup C)$ - ответ к задаче, число комбинаций
наименее или неминимум в этом числе равно 7 раз.

Unax ~~unax~~ A1

Линия м-ва, восточнее ВР, содержит 4 точки
 Базис —, 4 точки мезо —, 4 точки по

и норма, соответствующая базе —, соответствующая норма-
наблюдения и норма мин — из св-в унитарных
минимал. Тогда $|A| = C^4$

4) Barumale 181. ~~Ona~~ ~~habna~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2~~

$$a, b, c \in \mathbb{R}; \quad a > b;$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p \in \mathbb{P} - \text{простое}$$

$a-c > b-c \Rightarrow$, применим лемму о представлении p^2 в виде 2 ~~чисел~~ ^{квадратов}:

$$p^2 = p^2 \cdot 1^2 = p \cdot p = (-p) \cdot (-p) = (-p^2) \cdot (-1).$$

Как изобразить первый и последний варианты:

$$1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

$$a-b = p^2 - 1 \quad \text{так } p \neq 3, \text{ то } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ в левом члене $p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$,
 $a-b \equiv 0 \pmod{3}$, что и должно
получиться.

$$\text{значит, } p \equiv 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$a-b = 3^2 - 1 = 8 \quad \text{т.е. } a = b + 8$$

$$b^2 + a = b^2 + b + 8 = 920$$

$$b^2 + b + 8 = 920$$

$$b^2 + b - 912 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 912}}{2} = \frac{-1 \pm 61}{2} = 30$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 = \frac{-7-57}{2} = -20; \quad a_1 = -27; \quad c_1 = b_1 - 7 = -30$$

$$b_2 = \frac{-7+57}{2} = 28; \quad a_2 = b_2 + 8 = 36; \quad c_2 = 27$$

$$2) \quad \begin{cases} a - c = -7 \\ b - c = 8 \end{cases}$$

$$a - b = -7 + 8 = 1, \text{ аналогично } b = 2; \\ a - b = 8$$

$$b_3 = -20; \quad a_3 = b_3 + 8 = -27; \quad c_3 = a_3 + 7 = -20$$

$$b_4 = 28; \quad a_4 = 36; \quad c_4 = 27$$

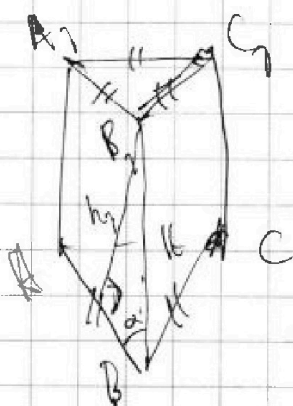
Итого найдем, чему: (a_i, b_i, c_i) при
 $1 \leq i \leq 4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \sim S_1 \quad \sim S_2 \\ & \hookrightarrow AA_1 \perp BC \quad \hookrightarrow BB_1 \perp AC \\ & \sim S_1 \\ & \hookrightarrow ACC_1A_1 \sim \square \end{aligned}$$

$AA_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AC$; $CC_1 \perp AB$ — высоты
высоты $\Rightarrow S_1 = h_1 \cdot a$; $S_2 = h_2 \cdot b$;

$S_3 = h_3 \cdot c$, где a, b, c — стороны, h_1, h_2, h_3 — высоты,
высоты от вершин.

$$h_1 \geq h_2 \geq \frac{S}{2}; \quad h_3 \geq 2$$

Известно, что расстояния от B_1 до AB и BC
равны $\Rightarrow B_1$ лежит на биссектрисе угла $\angle ABC$, но также $AA_1 \perp BC$, $CC_1 \perp AB \Rightarrow$
 $\Rightarrow AA_1CC_1$ — прямоугольник $\Rightarrow AA_1 = h_3 = 2 = CC_1$,
то есть AA_1CC_1 — квадрат.

~~Но тогда $h_1 = h_2$~~ $BB_1 = AA_1 = 2$, ~~тогда $h_1 = h_2$~~

$$h_1 \geq \frac{S}{2}, \text{ тогда } \sin \alpha \geq \frac{h_1}{BB_1} \geq \frac{\frac{S}{2}}{2} > 1.$$

Контра. — из-за того, что $\sin \alpha > 1$,
но $\sin \alpha$ не может быть больше 1, значит предположение неверно.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

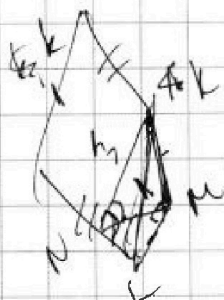
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \frac{h}{KL}$$

$$KM^2 = KL^2 - LM^2 = KN^2 + NM^2$$

$$MN \perp NL \Rightarrow LM^2 = NL^2, \text{ так } \angle NLM = 90^\circ,$$

и отсюда все выразилось

$$LM^2 = 2NL^2.$$

$$KM^2 = KL^2 - LM^2 = KL^2 - 2NL^2, \text{ а}$$

KL, NL — катеты, а гипотенуза — KN .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos 3x = \cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\begin{aligned} & (\cos x \cdot (2\cos^2 x - 1) - 2\sin^2 x \cdot \cos x) + \\ & + 6\cos x = 3(2\cos^2 x - 1) + p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2\cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x) + \\ & + 6\cos x = 6\cos^2 x - 3 + p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\cos^3 x - 2\cos x - 2\cos^3 x \cos x + 6\cos x &= 6\cos^2 x - \\ & - 3 + p \end{aligned}$$

27



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$f(x) = 4(3 - 6x^2 + 3x)$~~ при $-1 \leq x \leq 1$

~~$f(x) = 4(3 - 6x^2 + 3x)$~~

~~$f(2) = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$~~

~~$4(3x^2 - 6x + 3) = 0$~~

~~$3x^2 - 7x + 3 = 0$~~

~~$x^2 - 4x + 2 = 0$~~

~~$x^2 - 4x = 0$~~

~~$x = \frac{4}{1 \pm 2} = \frac{1}{2}$~~

при $x = \frac{1}{2}$ значение максимума

при $x = -1$ значение минимума

$4(-1)^3 - 6(-1)^2 + 3(-1) = -4 - 6 - 3 = -13$

$4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x+2)(5-x) = 3$$

$$2(-x^2 - 2x + 10) = 3$$

$$2(-x^2 - 2x + 10) = -3$$

$$2x^2 + 4x - 20 = -3$$

$$2x^2 + 4x - 17 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8.5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 34}}{2} = -1 \pm \frac{\sqrt{38}}{2}$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) - \sin x \cdot 2 \sin x \cos x =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1) - 2\cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x = 3\cos x \Rightarrow 4\cos^3 x - 6\cos x = 0$$

$$4\cos^3 x - 6\cos x + 3\cos x = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1^2 = 23$$

$$a = -25 + 8 = -27$$

$$c = -30$$

$$b_2 = 28$$

$$a = 28 + 8 = 36$$

$$c = 27$$

$$a - c = -p^2$$

$$b - c = -1$$

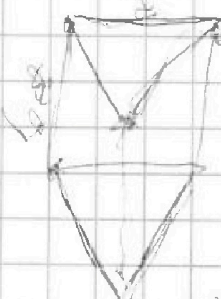
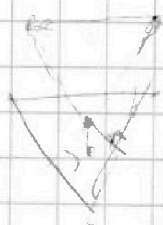
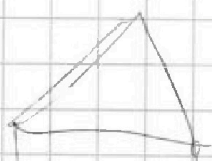
$$a - b = -p^2 + 1$$

$$b - a = p^2 - 1$$

$$p = 3$$

$$b - a = 8$$

$$b = 8 + a \Rightarrow b > a$$



$$h_1 = 5$$
$$h_2 = \frac{5}{2}$$
$$h_3 = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3x}$$

$$A = |y-20| + 2|y-35|$$

при $y \leq 20$ $A = 75 - 2y = 30$

при $20 \leq y \leq 35$

$$y-20 \geq 0 \quad |y-35| = 35-y$$

$$y-20 + 2(35-y) = 2 \cdot 35 - 20 - y =$$

$$= 50 - y \geq 75 \quad \text{получено только}$$

$$y \leq$$

при $y \geq 35$

при $y > 35$:

$$(|y-20| > 75, \text{ минимальное значение } > 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A > 75$$

$$A \geq 75$$

$$A = 75 \quad \text{наименьшее}$$

$$\Rightarrow A \geq 75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{285-2x} \geq 75$$

$$x^2 \geq 0; \quad x \geq 0$$

$$y = 35$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3x} \quad \& \quad G = 2\sqrt{y-2x-x^2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

переносимое в левую:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-x-x^2}$$

$$x^2 + x - 35 = 0$$

$$x_1 = 5, x_2 = -7$$

$$35 - 9 + 4 = 30$$

$$(x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(35-x-x^2) + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{35-x-x^2}$$

$$x^2 + x - 35 = 0$$

$$x^2 + x - 35 = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$x+7 \geq 0$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$5-x \geq 0$$

$$(x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(-x+7)(x-5) + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{-(x+7)(x-5)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$72 - 2\sqrt{(x+7)(s-x)} = 4(-(x+7)(s-x)) + 36 -$$
$$- 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{(x+7)(s-x)}$$

$$24\sqrt{(x+7)(s-x)} =$$

$$24\sqrt{(x+7)(s-x)} - 2\sqrt{(x+7)(s-x)} = 24 + 4(x+7)(s-x)$$

$$22\sqrt{(x+7)(s-x)} = 24 + 2(x+7)(s-x)$$

$$11\sqrt{(x+7)(s-x)} = 12 + (x+7)(s-x)$$

$$9x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 9 \cdot 12 = 121 - 96 = 25 = 5^2$$

$$x_1 = \frac{11-5}{2 \cdot 9} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{11+5}{2 \cdot 9} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

$$(x+7)(s-x) = 4$$

$$-x^2 - 2x + 28 = 4$$
$$x^2 + 2x - 24 = -4$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$
$$\sqrt{25} = 5$$

$$11 \cdot 314 = 3454$$
$$= 4 \cdot 863.5$$
$$= 3454$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (15x+6) = (x+4)^2 \\ -(15x+6) = (x+4)^2 \end{cases}$$

~~2~~ ~~3~~

$$x^2 + 76 + 8x = 15x + 6$$

$$x^2 + 8x + 76 = -15x - 6$$

$$x^2 - 7x + 70 = 0$$

$$x^2 + 22x + 82$$

$$D = 49 - 70 \cdot 4 = 9$$

$$\frac{x^2 - 7}{7}$$

$$x_1 = \frac{7-3}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_1^2 - 22 = 22 \quad \times$$

$$x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$$

при $x_1 = 2$

$$\sqrt{75}$$

$$\frac{15x+6}{(x-3)^2} < 0$$

при $x_2 = 5$

$$98 = (x-3)^2$$

$$98 = (5-3)^2 = 2^2$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6) \cdot 2}}{9} = \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_7 \quad \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{15x+6}{x-3}} \cdot \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{\sqrt{15x+6}}{\sqrt{x-3}} \cdot \frac{1}{x-3} = q^8 = \sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}$$

$$\frac{1}{(x-3)^2} = q^8 = 1$$

$$q^8 = (x-3)^2$$

$$(x+4) q^2 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}}{(x+4)^2} \quad \frac{(15x+6)^2 \cdot (x-3)^2}{(x+4)^4}$$
$$(15x+6)^2 = (x+4)^4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~N6~~ $a > b$

$\sqrt{3240} = 2 \cdot 57$

N6 $(b-c)(b-c) = p^2$

$a-c > b-c > 0$

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ $a-c = p^2 - 1$ $b-c = 1$

$0 > a-c > b-c$

$b-c = -1^2, a-c = -1$

Решим

$a-c = p^2$

$b-c = 1$

$a-b = p^2 - 1$, при $p < 3$, $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$

$p = 3$

$a-b = 8 \mid p^2 - 1 = 8$

$a-b = 8$ $a = 8+b$

$a+b^2 = b^2 + b + 8 = 820$

$b^2 + b = 812$ $b^2 + b - 812 = 0$ $D = 1 + 4 \cdot 812 = 3249$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

$$|A \cup B \cup C| = |(A \cup B) \cup C| = |A \cup B| + |C| - |(A \cup B) \cap C| + |(A \cap B \cap C)|$$

A - число минимальных натуральных чисел

B - число чисел

C - число чисел

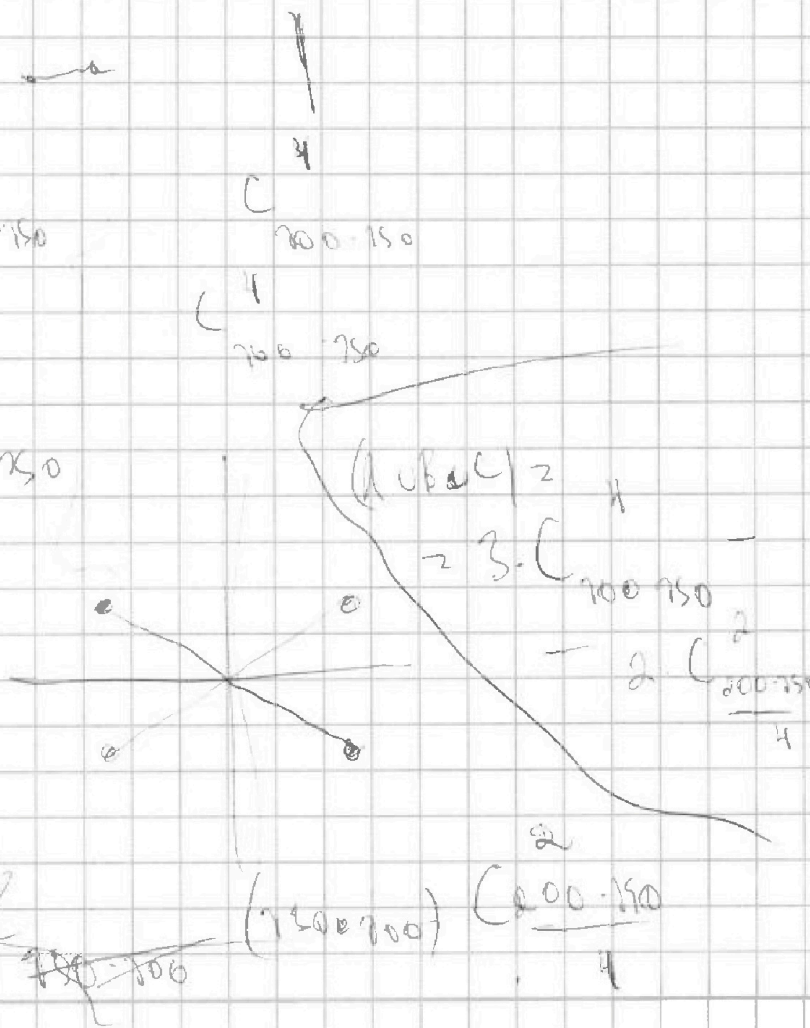
$$|A| = 4$$

$$|B| = 4$$

$$|C| = 4$$

$$|A \cap B| = 2$$

$$|A \cap B| = 2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нам нужно, что $\frac{AE}{AB} < \angle DAC = \angle EAD \Rightarrow$

$\Rightarrow AK$ - биссектриса в $\triangle EAC \Rightarrow \frac{CK}{KE} = \frac{AC}{AE}$

из условия

$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{25} = k, \text{ тогда } \frac{AC}{AE} = k; AC = k \cdot AE$$

$$\text{Из } \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} \text{ следует } AD^2 = AE \cdot AC = AE \cdot k \cdot AE$$

то есть $AD = AE \sqrt{k}$, что все верно ≥ 0

$$\frac{ED}{DC} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{AE \sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{25}}} = \frac{5}{3}$$