



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

значит  $x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot k^2$ , возведём обе части в квадрат, получим  $(x+3)^2 = (25x-9) \cdot (x-6) \cdot k^4$ , мы помним, что  $k^4 = \left(\frac{1}{2|x-6|}\right)^4 = \frac{1}{16|x-6|^4}$ , тогда  $(x+3)^2 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{16|x-6|^4}$ , дальше разберём два случая, 1) - когда  $x > 6$ ; 2) - когда  $x < 6$  ( $x \neq 6$ , иначе  $b_7 = 0$ , но  $b_7 \neq 0$ ).

$$1) \begin{cases} (x+3)^2 = \frac{(25x-9)(x-6)}{16|x-6|^4} \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = \frac{(25x-9)(x-6)}{x-6} \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 19x + 18 = 0 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\text{Вывод } x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-18) = 0 \\ x > 6 \end{cases}$$

Поскольку  $1 < 6$ ,  $x=1$  нам не подходит остаётся  $x=18$

$$2) \begin{cases} (x+3)^2 = \frac{(25x-9)(x-6)}{16|x-6|^4} \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = \frac{(25x-9)(x-6)}{- (x-6)} \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 = - (25x - 9) \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 31x = 0 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x+31) = 0 \\ x < 6 \end{cases}$$

тогда  $x=0$  или  $x=-31$ , но если  $x=-31$ , то  $b_9 =$

$$= x+3 = -28, \text{ но } b_9 = b_7 \cdot k^2,$$

где  $b_7 > 0$  и  $k^2 > 0$ , значит  $b_9 > 0$ ,

тогда  $b_9 \neq -28$ , тогда  $x \neq -31$ . остаётся  $x=0$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Пусть <sup>N1</sup> первый член нашей геометрической прогрессии - это  $b_1$ , <sup>m-ый</sup> член прогрессии - это  $b_m$ , а шаг геометрической прогрессии - это  $K$ . Тогда по условию  $b_1 \cdot K^6 = b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ ;  $b_1 \cdot K^8 = b_9 = x+3$ ;  $b_1 \cdot K^{14} = b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ . Заметим тогда, что наша прогрессия - ненулевая и кроме каждого ее члена (кроме, возможно, первого) равен 0, но тогда  $b_9 = 0 \Rightarrow x+3=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{-84 \cdot (-9)} \neq 0$ , но  $\sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_7$  и должно равняться нулю. Также заметим, что  $b_7 > 0$  (так как это квадратный корень из числа, то  $b_7 \geq 0$  и мы доказали, что  $b_7 \neq 0$ ), тогда  $(25x-9)(x-6) > 0 \Rightarrow 25(x-\frac{9}{25})(x-6) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$ . Также  $K \neq 0$  (иначе последоват. прогрессия нулевая), тогда  $K^2 > 0$ . Заметим, что  $K^8 = \frac{b_1 \cdot K^{14}}{b_1 \cdot K^6} = \frac{b_{15}}{b_7} = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow K = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$ . Тогда заметим, что  $x+3 = b_9 = b_1 \cdot K^8 = b_1 \cdot K^6 \cdot K^2 = b_7 \cdot K^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot K^2$ ,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Пусть отрезки  $AD$  и  $EE$  пересекаются в точке  $K$ , тогда по условию

$$\frac{CK}{KE} = \frac{2}{5}. \text{ Пусть } \angle DEB = \beta, \text{ так как } \angle BDK = x, \angle CAB =$$

$= \alpha$ . Поскольку  $\angle DEB$  и  $\angle DAB$  опираются на  $\cup DB$ , то  $\angle DAB = \angle DEB = \beta$ , так же, так как  $DC$  — касательная к  $\omega_2$ , то  $\angle BDC = \angle BED = \angle DEB = \beta$ .

Поскольку  $CD$  — касательная к  $\omega_1$ , то  $\angle BCD =$

$= \angle BAC = \angle CAB = \alpha$ .  $\angle EKD$  как внешний для  $\triangle DKC$ , равен  $\angle KDC + \angle KCD$ , тогда  $\angle EKD = \angle KDC + \angle KCD =$

$$= (\angle KDB + \angle BDC) + \angle BCD = x + \beta + \alpha. \text{ Запишем}$$

теорему синусов для  $\triangle EDK$ , получим  $\frac{ED}{\sin(\alpha + \beta + x)} = \frac{EK}{\sin \angle EDK} \Rightarrow \frac{EK}{ED} = \frac{\sin(180^\circ - \angle DEK - \angle DKE)}{\sin(\alpha + \beta + x)} = \frac{\sin(180^\circ - \alpha - 2\beta - x)}{\sin(\alpha + \beta + x)}$ . Запи-

шем теорему синусов для  $\triangle KDC$ , получим

$$\frac{KC}{\sin(x + \beta)} = \frac{DC}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta - x)} \Rightarrow \frac{KC}{DC} = \frac{\sin(\beta + x)}{\sin(\alpha + \beta + x)}. \text{ Тогда } \frac{2}{5} \cdot \frac{ED}{DC} = \frac{CK \cdot ED}{KE \cdot DC} =$$

$$= \frac{KC}{DC} \cdot \frac{ED}{KE} = \frac{\frac{KC}{DC}}{\frac{EK}{ED}} = \frac{\frac{\sin(\beta + x)}{\sin(\alpha + \beta + x)}}{\frac{\sin(180^\circ - \alpha - 2\beta - x)}{\sin(\alpha + \beta + x)}} = \frac{\sin(\beta + x) \cdot \sin(\alpha + \beta + x)}{\sin(\alpha + 2\beta + x) \cdot \sin(\alpha + \beta + x)} = \frac{\sin(\beta + x)}{\sin(\alpha + 2\beta + x)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем теорему синусов для  $\triangle ADC$ , по-  
лучим  $\frac{AD}{\sin \angle DCA} = \frac{AC}{\sin(\alpha+x)} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(180-\angle CDA-\angle CAB)} = \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(\pi-\alpha-\gamma-\alpha-\gamma)} =$

$$= \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(\alpha+2\alpha+x)}. \text{ Тогда } \frac{2}{5} \cdot \frac{ED}{DC} = \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin(\alpha+2\alpha+x)} = \frac{AC}{AD}. \text{ Запишем}$$

теорему синусов для  $\triangle AED$  ( $\angle BEK = \angle BOK = x$ , они  
оба опираются на  $BA$ ), получим  $\frac{AD}{\sin(\alpha+x)} = \frac{ED}{\sin(\alpha+\gamma)}$

( $\angle DAE = \angle DKE - \angle KEA = \alpha+\alpha+x-x = \alpha+\gamma$ ), тогда  $\frac{ED}{AD} =$

$$= \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin(\alpha+x)}. \text{ Запишем теорему синусов для}$$

$\triangle ABC$ , получим  $\frac{AD}{\sin \angle DCA} = \frac{DC}{\sin(\alpha+\gamma)} \Rightarrow \frac{AC}{\sin(\alpha+x)} \Rightarrow \frac{DC}{AC} =$

$$= \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin(\alpha+x)} \text{ тогда } \frac{ED}{AD} = \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin(\alpha+x)} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{DC}{ED}.$$

$$\text{Тогда } \frac{2}{5} \cdot \frac{ED}{DC} = \frac{AC}{AD} = \frac{DC}{ED} \Rightarrow \frac{ED^2}{DC^2} = 2,5 \Rightarrow \frac{ED}{DC} = \sqrt{2,5}$$

Ответ:  $\sqrt{2,5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: <sup>N5</sup> Заметим, что если какой-то набор из восьми клеток обладает хотя бы двумя симметриями, то он обладает сразу тремя симметриями, действительно, если клетки ~~симметричны~~ обладают двумя симметриями относительно двух средних линий, то у нас для каждой занятой клетки 1, должны быть заняты

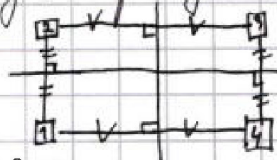


рис. 1

еще клетки 2, 3 и 4 (рис. 1) симметричные относительно средних линий и клетка 3 (рис. 1), симметричная уже клеткам 2 и 4 относительно средних линий, тогда занят прямоугольник с центром в центре прямоугольника  $100 \times 100$  (у них средние линии совпадают), но клетки 1-3 и 2-4 - симметричны относительно центра прямоугольника, так и так для всех клеток, значит есть и центральная симметрия. Также если набор обладает симметрией



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Относительно центра и относительно одной из средних линий, то для заданной той же клетки 1 есть симметричная ей относительно какой-то средней линии клетка 2 и симметричная ей относительно центра клетка 3, а еще для 3-ей клетки есть симметричная ей относительно той же средней линии (той же, что и 2 для 1) клетка 4 (рис. 2). Тогда <sup>клетки</sup> 2-3 и 1-4 попадают на одну линию и их средние линии проходят через центр  $100 \times 400$ , тогда симметричная относительно второй средней линии так же присутствует (это мы разобрали для 4 клеток, для второй четверки аналогично), тогда набор из 8 клеток, обладающий хотя бы 2 (то есть как мы доказали <sup>условных клеток</sup> 2) симметриями состоит из <sup>двух</sup> прямо-многоугольников с центром в  $100 \times 400$  и

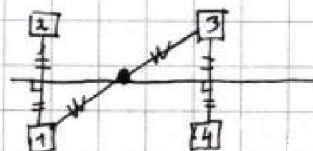


рис. 2



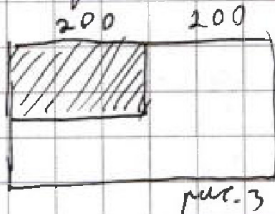
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сторонами, параллельными сторонами  $100 \times 400$ .  
Заметим, что такой прямоугольник однозначно задается одной условной клеткой, то есть а её можно выбрать любой из, например, условного прямоугольника  $50 \times 200$ , там этих клеток  $50 \cdot 200 = 10000$ , тогда прямоугольников  $10000$ , количество способов выбрать два из них это  $C_{10000}^2$ . Теперь посчитаем, сколько наборов из восьми клеток есть для каждой из симметрий. Каждая симметрия <sup>(первой - второй)</sup> сопоставляет каждой клетке ровно одну другую, причём второй клетке она сопоставляет первую, тогда каждая симметрия бьёт все клетки на пары (никакая клетка не симметрична сама себе), всего клеток у нас  $100 \cdot 400 = 40000$ , тогда пар будет  $20000$ , клеток у нас надо взять 8, то есть это тоже





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пары, тогда для каждой симметрии существует  $C_{20000}^4$  вариантов, тогда для трёх симметрий, с повторениями, это  $3 \cdot C_{20000}^4$ , при этом варианты для нескольких симметрий мы посчитали ровно 3 раза (для каждой из симметрий), а всего таких симметрий, как уже говорилось  $C_{10000}^2$ , тогда надо их вычесть два раза, получим  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$   
Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение: По условию <sup>N 6</sup>  $(a-c)(b-c)$  - это квадрат простого числа, пусть это число  $p$ , тогда  $(a-c)(b-c) = p^2$ , у  $p^2$  есть множители  $1, p, p^2$ , и у нас есть два числа -  $(a-c)$  и  $(b-c)$  в которые входят эти множители, значит или в одно из чисел равно  $p^2$ , другое  $1$  или оба равны  $p$ , но если  $(a-c) = p$  и  $(b-c) = p$ , то  $a = p + c = b$ , но по условию  $a < b$ , тогда одно из  $(a-c)$  и  $(b-c)$  равно  $p^2$ , другое равно  $1$ , если  $b-c = 1$  и  $a-c = p^2$ , то  $a-b = (a-c) - (b-c) = p^2 - 1 \geq 0$ , тогда  $a \geq b$ , но по условию  $a < b$ , значит  $a-c = 1$  и  $b-c = p^2$ , тогда  $a = c+1$  и  $b = c+p^2$ , тогда  $b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ , по условию  $b-a \not\equiv 0 \pmod{3}$ , если  $p \not\equiv 0 \pmod{3}$ , то или  $p-1$  или  $p+1$  делится на  $3$ , но тогда  $p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$ , тогда  $b-a \equiv 0 \pmod{3}$ , но это не так верно, тогда  $p \equiv 0 \pmod{3}$ , так как  $p$  - простое и  $p \equiv 0 \pmod{3}$ , то  $p = 3$ , тогда  $b = c + p^2 = c + 9$ , тогда  $710 = a^2 + b = (c+1)^2 + (c+9) + (c+9) = c^2 + 2c + 1 + c + 9 + c + 9 = c^2 + 3c + 10$ , тогда  $c^2 + 3c - 700 = 0$ , тогда  $c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 700}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{2809}}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда  $c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2}$ , тогда  $c_1 = -28$ ;  $c_2 = 25$ . Если  $c = -28$ ,  
то  $a = c + 1 = -27$ ,  $b = c + 9 = -19$ , тройка  $(-27; -19; -28)$   
нам подходит, так как  $-27 < -19$ ;  $-19 - (-27) =$   
 $= 27 - 19 = 8 \div 3$ ;  $(a-c)(b-c) = (-27 - (-28))(-19 - (-28)) =$   
 $= (28 - 1)(28 - 19) = 9 = 3^2$ ;  $a^2 + b = 27^2 + 19 = 710$   
 $= 729 - 19 = 710$ . ~~Пройти~~ Если  $c = 25$ , то  $a =$   
 $= c + 1 = 26$ ,  $b = c + 9 = 34$ , тройка  $(26; 34; 25)$ .  
нам подходит, так как  $26 < 34$ ;  $b - a =$   
 $= 34 - 26 = 8 \div 3$ ;  $(a-c)(b-c) = (26 - 25)(34 - 25) = 1 \cdot 9 = 3^2$ ;  
 $a^2 + b = 26^2 + 34 = 676 + 34 = 710$ . Две тройки под-  
ходят, остальные не подходят.  
Ответ:  $(-27; -19; -28)$  и  $(26; 34; 25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда у нас осталось всего два варианта,  $x=0$  и  $x=18$ , докажем, что оба варианта подходят. Для  $x=0$ , можно взять  $b_1 = 3 \cdot 36$ .

$$\text{и } k = \frac{1}{\sqrt[5]{6}}, \text{ тогда } b_7 = b_1 \cdot k^6 = \frac{3 \cdot 6^2}{(\sqrt[5]{6})^6} = \frac{3 \cdot 6^2}{6 \cdot \sqrt[5]{6}} =$$

$$= 3 \sqrt[5]{6} = \sqrt[5]{9 \cdot 6} = \sqrt[5]{(25 \cdot 0 - 9)(0 - 6)} = \sqrt[5]{(25x - 9)(x - 6)},$$

$$b_9 = b_1 \cdot k^8 = 3 \cdot 6^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{6}}\right)^8 = \frac{3 \cdot 6^2}{6^2} = 3 = 0 + 3 = x + 3, b_{15} = b_1 \cdot k^{14} =$$

$$= 3 \cdot 6^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{6}}\right)^{14} = \frac{3 \cdot 6^2}{6 \cdot 6 \cdot \sqrt[5]{6}} = \frac{3}{6 \cdot \sqrt[5]{6}} = \sqrt[5]{\frac{9}{6^3}} = \sqrt[5]{\frac{25 \cdot 0 - 9}{(0 - 6)^3}} = \sqrt[5]{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}},$$

всё сходится. Для  $x=18$ , можно взять  $b_1 = 21 \cdot 12^2$  и  $k = \frac{1}{\sqrt[5]{12}}$ , тогда  $b_7 = b_1 \cdot k^6 = 21 \cdot 12^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{12}}\right)^6 =$

$$= \frac{21 \cdot 12^2}{12 \cdot \sqrt[5]{12}} = 21 \sqrt[5]{12} = \sqrt[5]{441 \cdot 12} = \sqrt[5]{(450 - 9)(18 - 6)} =$$

$$= \sqrt[5]{(18 \cdot 25 - 9)(18 - 6)} = \sqrt[5]{(25x - 9)(x - 6)}, b_9 = b_1 \cdot k^8 = 21 \cdot 12^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{12}}\right)^8 =$$

$$= \frac{21 \cdot 12^2}{12^2} = 21 = 18 + 3 = x + 3, b_{15} = b_1 \cdot k^{14} =$$

$$= 21 \cdot 12^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{12}}\right)^{14} = \frac{21 \cdot 12^2}{12 \cdot 12 \cdot \sqrt[5]{12}} = \frac{21}{12 \cdot \sqrt[5]{12}} = \sqrt[5]{\frac{441}{12^3}} = \sqrt[5]{\frac{450 - 9}{(18 - 6)^3}} =$$

$$= \sqrt[5]{\frac{25 \cdot 18 - 9}{(18 - 6)^3}} = \sqrt[5]{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}. \text{ Всё сходится}$$

Ответ: 0; 18

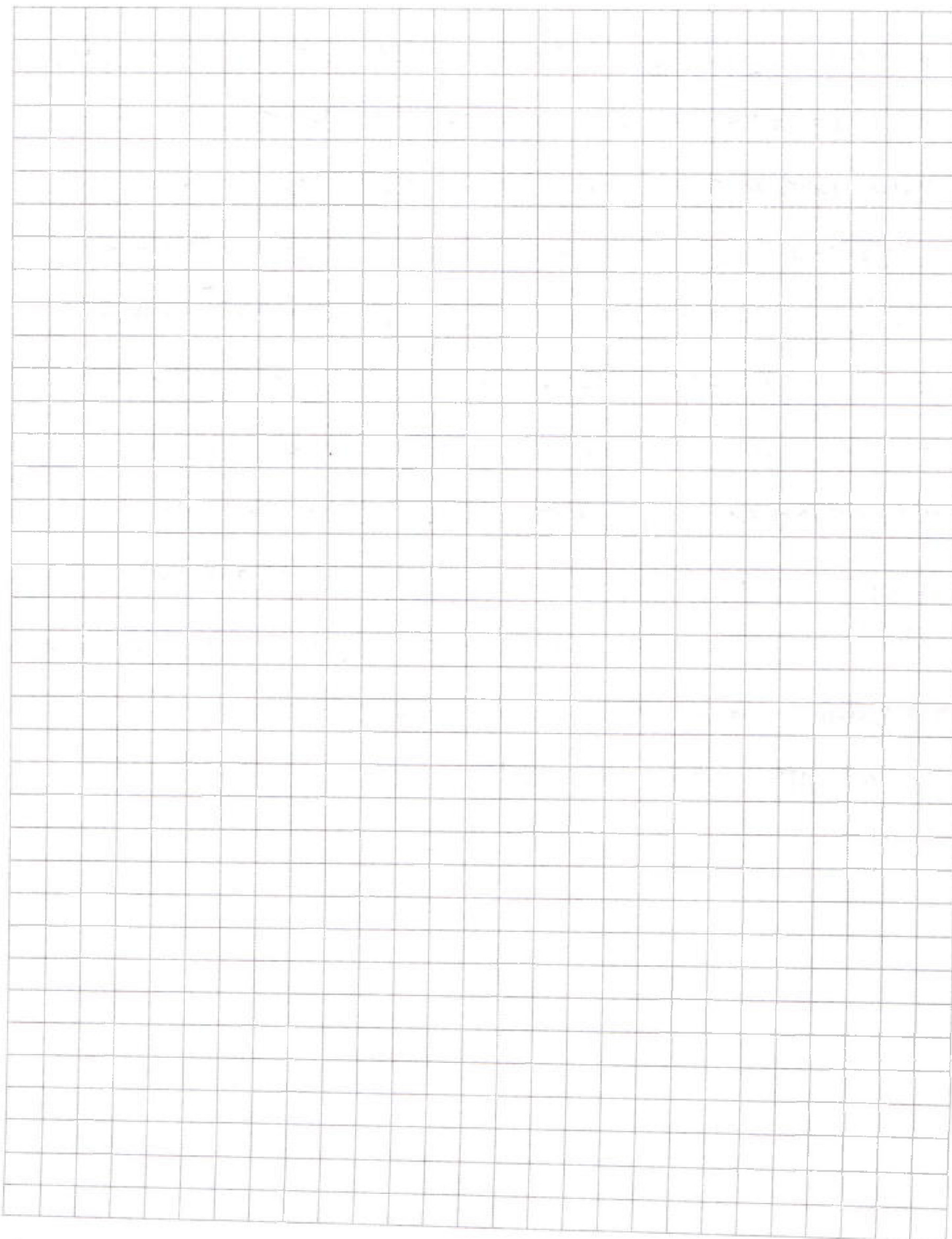


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





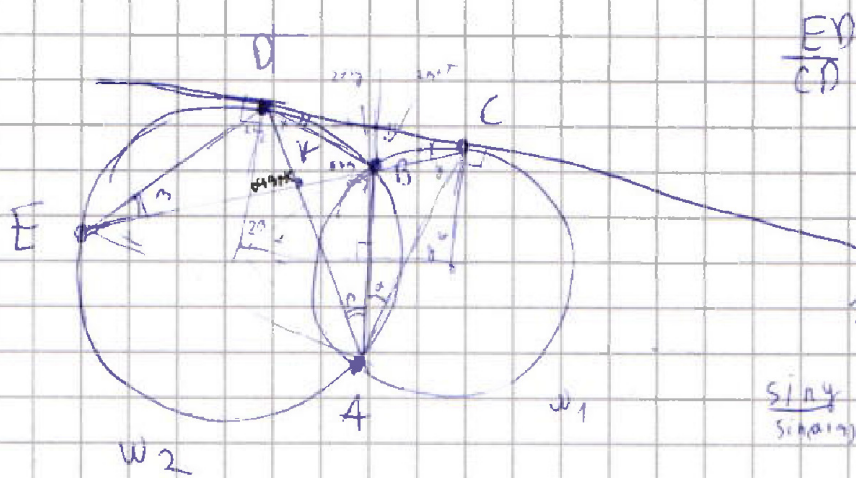


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CK}{EK} = \frac{2}{5}$$

$$2\alpha + 2\gamma + \gamma = 180$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin(2\gamma)} = \frac{KA}{KC}$$

$$\frac{\sin(2\gamma)}{\sin \gamma} = \frac{EK}{DE}$$

$$\frac{CK \cdot DE}{EK \cdot KA}$$

$$\frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{DK}{AD} \cdot \frac{DC}{AC}$$

$\Delta EAD$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{AC}{1}$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{DC}{ED}$$

$\Delta DC$

$\sim 4$

$$\frac{\sin(2\gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{EK}{ED}$$

$\Delta DEK$

$$\frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(2\gamma)} = \frac{KC}{DC}$$

$\Delta KDC$

$$\frac{2}{5} = \frac{CK \cdot ED}{EK \cdot DC} = \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin(2\gamma)}$$

$$\frac{2 \cdot ED}{5 \cdot DC} = \frac{\sin(\alpha + \gamma) \cdot \sin(2\gamma + \alpha)}{\sin(2\gamma) \cdot \sin(\alpha + \gamma)}$$

$$\frac{ED^2}{DC^2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{ED}{DC} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{DC}{ED} = \frac{AC}{AD} \quad \Delta DC \quad \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)} = 1$$

$$2\alpha + 2\gamma + \alpha + \gamma = 180$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



X

$b_1 \cdot k^6$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_9 = x+3$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$b_1 \cdot k^{14}$

$$-9x = 150x$$

$$x = -7.5$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{288}}{2} = \frac{12 \pm 17}{2}; \quad x_1 = 14.5; \quad x_2 = -2.5$$

$$b_2 = b_1 \cdot k$$

$$k^8 = \frac{k^{14}}{k^6} = \frac{b_{15}}{b_7} = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(25x-9)(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$b_1 \cdot k^8 = x+3$$

$$k^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$k^2 = x+3$$

$$(25x^2 - 150x + 44)k^4 = x^2 + 6x + 9$$

$$(25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}}$$

$$x^2 - 18x + 18 = 0$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$x = 0, x = -31$$

$$+ (25x-9) = 3x^2 + 2$$

$$b_1 = \frac{x+3}{(x-6)^3} \cdot \frac{b_1 \cdot k^8}{k^0} = \frac{x+3}{\frac{1}{(x-6)^2}} = (x-6)^3 (x+3)$$

$$b_1 \cdot k^6 = (x-6)^3 (x+3) \cdot \left( \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} \right)^6 =$$

$$= (x-6)^3 \cdot (x+3) \cdot \frac{1}{x-6} \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{x-6}} = \frac{(x-6)^2 (x+3)}{\sqrt{(x-6)^3}} =$$

$$= \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad \frac{(x-6)^2 (x+3)^3}{x-6} = (25x-9)(x-6)$$

$$(x^2 - 12x + 36) / (x^2 + 6x + 9) = 25x - 9$$

$$x=1 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{5}}$$

$$b_1 = -9^3 \cdot 4$$

2

$$x=0 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$b_1 = -6^3 \cdot 3$$

3

$$x=-31 \quad k = \sqrt[4]{\frac{1}{37}}$$

$$b_1 = -37^3 \cdot (-28)$$

$$0 \leq b_1 \cdot k^2 = x+3 = -28 < 0$$

$$1, 18, 0, -37$$

$$x=18$$

$$k = \sqrt[4]{\frac{1}{32}}$$

$$b_1 = -12^3 \cdot 127$$

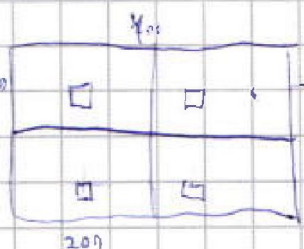
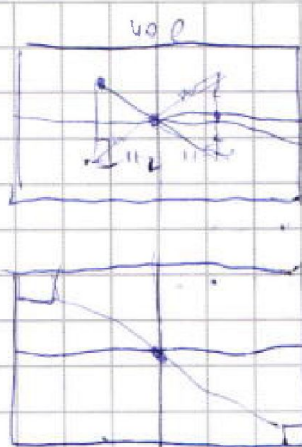


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$10000 \sim 5$$

$$C_{10000}^4 + C_{20000}^4 + C_{30000}^4$$

$$3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^4$$

$$50 \cdot 200 = 10000$$

$$C_{20000}^4$$

$$C_{10000}^2$$

$$b_1 \cdot k^6 = b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; b_1 \cdot k^8 = b_9 = x+3; x \in (-3, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$$

$$b_1 \cdot k^{14} = b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}; k^8 = \frac{b_1 \cdot k^{14}}{b_1 \cdot k^6} = \frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(25x-9)(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow k^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}}$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot k^2 = b_7 k^2 = b_1 \cdot k^8 = b_9 = x+3$$

$$(25x-9)(x-6) \cdot k^4 = (x+3)^2$$

$$\frac{(25x-9)(x-6)}{(x-6)} = x^2 + 6x + 9$$

$$\begin{cases} 25x-9 = x^2+6x+9 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(25x-9) = x^2+6x+9 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 19x + 18 = 0 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 37x = 0 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{17}}{2}; x_1 = 1; x_2 = 18$$

$$\begin{cases} x(x+37) = 0 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$x = 18$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$b_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = b_1 \cdot k^1 = 3$$

$$b_1 = 3 \cdot \sqrt{6}$$

$$b_7 = b_1 \cdot k^6 = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 3; b_9 = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 3; b_{15} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 3$$

$$k^4 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow k = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$b_7 = \sqrt{441 \cdot 12} = 21 \sqrt{12}$$

$$b_9 = 21$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{441}{12}} = 21 \cdot \sqrt{\frac{1}{12}}$$

$$k^2 = \frac{1}{\sqrt{12}}; k = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$k^6 \cdot b_7 = 21 \sqrt{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot b_7 \Rightarrow b_7 = 21 \cdot \sqrt{12}$$

$$b_1 \cdot k^8 = \frac{21 \cdot \sqrt{12}}{(\sqrt{12})^8} = 21$$

$$b_{15} = b_1 \cdot k^{14} = \frac{21 \cdot \sqrt{12}}{(\sqrt{12})^{14}} = \frac{21}{12 \cdot \sqrt{12}}$$