



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + db = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + db = 3x^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 + db = 2b$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x - 2 \\ - -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + d = 12$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$a_9 - a_3 = a_1 + db - a_1 - db = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6b = 3x^2 - 3x - 3 \quad 2b = x^2 - 3x - 1$$

$$a_5 - a_3 = a_1 + 4b - a_1 + 2b = 2b$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ x^4 + 2x^3 \\ \hline 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\ - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 + 2x + 2 \\ - x^2 + 2x \\ \hline 2 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 -$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \\ - -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3}) = 0$$

$$\text{Other: } x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

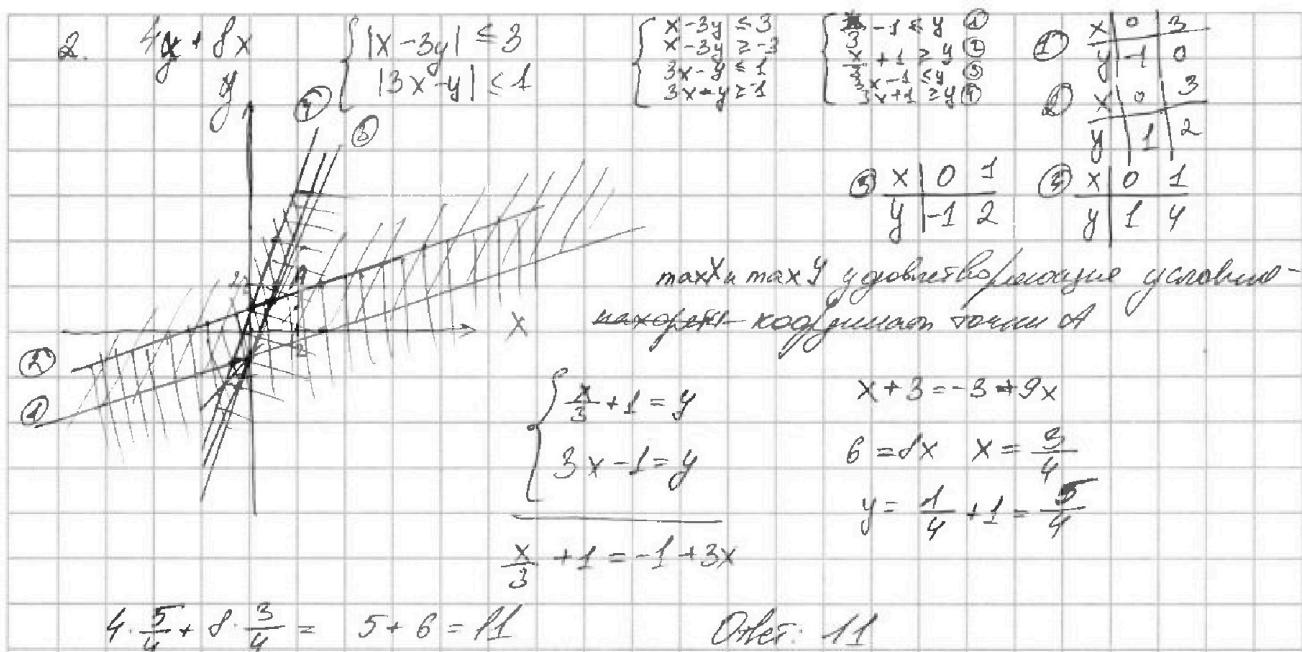
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \quad m, n \in \mathbb{N}; \quad p, q - \text{простые числа}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 85q^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad \text{Пусть } m+n = a$$

$$a(a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1 \quad a, a-9 - \text{натуральные числа}$$

$$\text{Если } a=13, \text{ то } a-9=p^2 \quad 4=p^2 \Rightarrow p=2 \quad 2 - \text{простое число} \quad \checkmark$$

$$\text{Если } a=p, \text{ то } a-9=13p \quad p-9=13p \quad -9=12p \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=13p, \text{ то } a-9=p \quad 13p-9=p \quad 12p=9 \quad p=\frac{3}{4} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=p^2, \text{ то } a-9=13 \quad p^2-9=13 \quad p^2=22 \quad p=\sqrt{22} \quad \text{не подходит}$$

$$\text{Если } a=1, \text{ то } a-9=13p^2 \quad a=-8 \quad \text{не подходит}$$

$$m+n=13$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = n \cdot m(m+n-3) = 55 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1 \quad n \cdot m \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot q \cdot q \cdot 1$$

$$n \cdot m = 5 \cdot 3 \cdot q = 30$$

$$85q^2:2, 85 \cdot 2 \Rightarrow q^2:2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow$$

q - простое число

$$\Rightarrow q=2$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ 30 + n = 13 \end{cases}$$

$$m_1 = 13 - n_1 = 3$$

$$m_2 = 13 - n_2 = 10$$

$$30 + n^2 = 13n$$

$$D = 169 - 120 = 49$$

$$n_1 = \frac{13 + 7}{2} = 10$$

$$n_2 = \frac{13 - 7}{2} = 3$$

$$\text{Ответ: } (m, n) = (3, 10); (10, 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta YMC: YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$$

$$YC = YA + AC = 6 + 18 = 24$$

$$\angle AYE = \alpha$$

$$CM^2 = MC^2 + YM^2 - 2 \cos \alpha \cdot YC \cdot YM = 576 + 400 - 840 = 976 - 640 = 336$$

$$CM = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 2CM = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$ZM \parallel AX$

$MB = 14$

$ZM \perp AB = Z$

$ZM \perp AC = Y$

$AC = 14$

$AZ = 6$

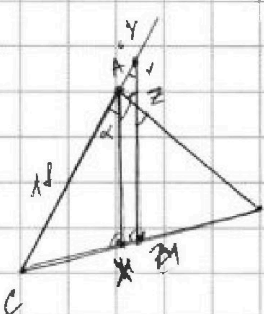
$YZ = 8$

$BC = ?$

AH - биссектриса

$AH \perp BC = H$

$\angle CAH = \alpha$



$\angle XAZ = \angle BZH = \cos \alpha$

$\angle AYH = \angle CAH = \cos \alpha$

$AX \parallel MZ$

AY - биссектриса

$\angle XAZ = \angle BZH$

$\angle CAH = \angle AYH$

$\angle AYH = \angle CAH = \angle XAB = \angle BZH = \alpha$

$\angle AZY = \angle MZB \rightarrow \angle AZY = \angle AYH = \alpha$

(вертикальные)

$\Rightarrow \angle AZY = \angle AYH \Rightarrow AZ = AY = 6$

$$-2 \cos \alpha \cdot AZ \cdot YZ + AY^2 + YZ^2 = AZ^2$$

$$-6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \cos \alpha + 36 + 64 = 36$$

$$64 - 96 \cos \alpha = 0$$

$$4 = 8 \cos \alpha$$

$$\frac{2}{3} = \cos \alpha$$

1) $\angle B$ - острый $\Rightarrow \triangle BZH \sim \triangle ABX$

$\angle BZH = \angle BAX$

2) $\angle C$ - острый $\Rightarrow \triangle CAH \sim \triangle CMY$

$\angle CAH = \angle CMY$

$$\frac{AX}{YZ + ZM} = \frac{AC}{CA + AY} = \frac{XC}{CX + XM}$$

$$\frac{AX}{8 + ZM} = \frac{14}{24} = \frac{CX}{CX + XM}$$

также $MB = X$
 $MC = X$

$$\frac{AX}{8 + ZM} = \frac{14}{24} = \frac{X - XM}{X}$$

$$14X = 24X - 24XM$$

$$24XM = 10X$$

$$4XM = X$$

$$24AX = 144 + 14ZM$$

$$4AH = 24 + 3ZM \quad AX = 6 + \frac{3}{4}ZM$$

$$\frac{BZ}{BZ + YZ} = \frac{BM}{BM + XM} = \frac{ZM}{AX}$$

$$\frac{BZ}{BZ + 8} = \frac{X}{X + XM} = \frac{ZM}{AH}$$

$$\begin{cases} \frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{8 + ZM} = \frac{4XM - XM}{4XM} \\ \frac{4XM}{4XM + XM} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM} \end{cases}$$

$$1) \frac{6 + \frac{3}{4}ZM}{8 + ZM} = \frac{3}{4}$$

$$2) \frac{4}{5} = \frac{ZM}{6 + \frac{3}{4}ZM}$$

$$1) 24 + 3ZM = 24 + 3M$$

$$2) \frac{24 + 3ZM}{24} = \frac{5ZM}{24} \quad ZM = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -1 \\ y, x &\geq 0 \\ 6-y &\geq 0 \quad 6 \geq y \end{aligned}$$

$$1) (x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - x^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\underbrace{0 \quad 0 \quad 0}_{\neq 0} \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \end{cases} \quad (1+x) - x(1+x)$$

$$\text{пусть } x+1=a, \quad 6-x=b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a - 4ab + b - 25 = -22\sqrt{ab}$$

$$x+1 - 24 - 20x + 4x^2 + 6-x - 25 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4x^2 - 20x - 42 = -22\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(2x^2 - 10x - 21)^2 = -11\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$-226 - 605x + 124x^2$$

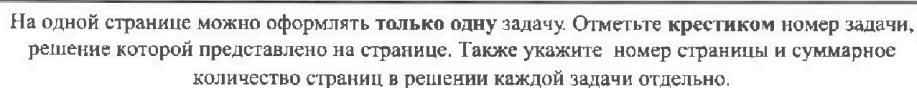
$$4x^4 + 100x^2 + 441 + 220x - 40x^3 - 84x^2 = -66 - 55x + 11x^2$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 225x + 507 = 0$$

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1467 = 0$$

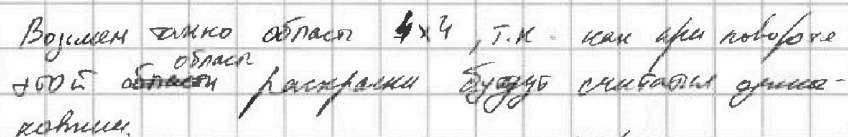
$$x(2x^2 - 10x)^2$$

$$\text{Ответ: } x = 3$$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



горизонталь 15 и вертикаль 15 - ^{из дерева} поперечные ошши
поперечные ошши - ^{из дерева} вертикаль, ^{из дерева} поперечная
длина 4x4 ^{из дерева} ширина 4x4.

Кол-во способов раскраски вершин области $4 \times 4 = 5 \cdot 5 \cdot 24 = 600$
 с 1 точкой приращивания вершин области 4×4 (когда рассматривается
 окруж), а второе же с: 4×5 и 4×6 (в совокупности с окружностью)
 актуальное количество чисел

в противополож. (антисим.)! $4 \times 4 = 16$

$$16 + 400 + 600$$

Order: 10/6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$6+5x-y^2$$

$$\begin{aligned} x &\geq -1 \\ y &\leq 6 \end{aligned}$$

$$x+1-6-y = 6x+6-yx-y^2$$

$$6+5x-y^2 \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 5x+6-y^2 \\ 6x+6-yx-y^2 \\ \hline x-yx-y^2-y \end{array}$$

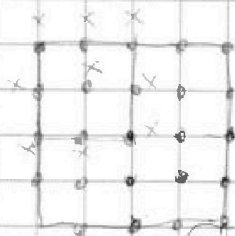
6.

$$x+1-2\sqrt{(x+1)(6-y)}+6-y = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$x+1+6-y-24-20x+4y^2-25 = 2(\sqrt{(x+1)(6-y)} - 10\sqrt{6+5x-y^2})$$

$$4y^2 - y - 19x - 42 = 2$$

6.



14

$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 1 = 9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 1 = 72 + 24 + 8 = 104$$

$$9 \times 8 + 4 \times 6 + 8 \times 1 =$$

$$-1$$

$$a_3 = 0$$

$$(1-2)^2 = 1$$

$$b = 0.5$$

$$a_1 = -1$$

$$3+1=4$$

$$b = 0.5$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & +4 & +3 & -2 & +4 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 & & \\ -4 & 1 & 0 & 3 & \\ -1 & 1 & 5 & 8 & -6 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 6 \end{array}$$

$$4-2\sqrt{3}-6+4.5\sqrt{3} = -2$$

$$-1+\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3}=a_3$$

$$b-2\sqrt{3}+1$$

$$3-6\sqrt{3}+3-3\sqrt{3}$$

$$6+4.5$$

$$9-6\sqrt{3}+3+2\sqrt{3}-2$$

$$10-4\sqrt{3}$$

$$12-9\sqrt{3}=76$$

[illegible]



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10$$
$$10x$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 - 40x^3 - 84x^2 + 420x + 898 + 605x - 141x^2$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-3 \\ \hline - 4x^4 - 12x^3 & 4x^4 \\ \hline -28x^3 - 105x^2 & -12x^3 \\ -28x^3 - 84x^2 & -28x^2 \\ \hline -21x^2 + 1025x & -28x^2 \\ -21x^2 + 63x & \\ \hline -185x + 1168 & \\ -185x + 555 & \\ \hline 21 & \end{array}$$

$$\frac{21}{x-3}$$

$$\frac{121}{x-3}$$
$$\frac{1025}{x-3}$$
$$\frac{141}{x-3}$$
$$+ 24$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1168 & x-1 \\ \hline - 4x^4 - 4x^3 & 4x^4 \\ \hline -36x^3 - 105x^2 & -4x^3 \\ -36x^3 + 36x^2 & \\ \hline -141x^2 + 1025x & \\ -141x^2 + 141x & \\ \hline 884x + 1168 & \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l} 4 & -40 \\ \hline 1 & 4 \\ -1 & 4 \\ 3 & 4 \\ -3 & 4 \\ \hline 388 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} -40 & -105 \\ \hline -36 & -141 \\ -44 & 61 \\ -28 & -189 \\ -52 & -51 \\ \hline 1546 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} -105 & +1025 \\ \hline -141 & +1164 \\ 61 & \\ -189 & \\ -51 & \\ \hline 884 & +964 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 156 \\ -105 \\ \hline 51 \\ 388 \\ \hline 1556 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 81 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 109 \\ \hline 582 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1015 \\ \times 584 \\ \hline 468 \end{array}$$

$$4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 485$$

$$4x^4 - 40x^3 - 105x^2 + 1025x + 1164 \times 388$$

$$121.6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$\begin{array}{r} 1188 \\ 388 \overline{) 388} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 118 \\ \times 18 \\ \hline 119 \\ + 19 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 485x + 508 & x-1 \\ \hline 4x^4 - 4x^3 & \\ \hline -36x^3 + 5x^2 & \\ -36x^3 + 36x^2 & \\ \hline -31x^2 + 485x & \\ -31x^2 - 31x & \\ \hline 506x + 508 & \end{array}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 25q^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13; P$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) = 13; P$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13; P; L; P; m+n = 13$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

$$m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$$

$$m+n = a$$

$$a + (a-9) = 13 \cdot p \cdot p \cdot 1$$

$$2a = 13, 20$$

$$a = 16p, 20$$

$$m+n = 13$$

$$p \cdot p = 21 \quad p = 2$$

$$p = (13p-9)$$

$$p \cdot 14p = 9 \quad 4p = 3 \quad p = \frac{3}{4}$$

$$p^2 - 9 = 13$$

$$p^2 = 22 \quad x \in$$

$$m \cdot n \cdot (m+n-3) = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$$

$$m = 5$$

$$m \cdot n \cdot 10 = 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$$

$$m \cdot n \cdot 2 = 5 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 9$$

$$4x^4 - 20x^3 - 42x^2 + 100x^2 - 20x^3 + 240x + 441 + 240x + 30 = mn$$

$$100 + 188 \quad 268$$

$$4x^4 + 100x^2 + 441 + 420x - 40x^3 - 84x^2 = -86 - 55x + 11x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3x+3$$

$$(x^2+2x)^2$$

$$3x^2$$

$$3x+3+2x = (x^2+2x)^2$$

$$-x^4+4x^3+3x^2-2x+4$$

$$x+1$$

$$x+3x^2 = a_1+2b$$

$$a_5 = a_1+4b$$

$$a_9 = a_1+6b$$

$$a_1+6b-a_1-2b =$$

$$4b$$

$$b = \frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2}$$

$$3x^2-3x-3 = 3x^4+12x^3+12x^2-9x-9$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6$$

$$(x+1)(3x^3+9x^2-6)$$

$$(x+1)^2(x)$$

$$\begin{array}{ccc|ccc|c} 3 & 12 & 9 & -6 & -6 & -6 \\ 1 & 3 & 15 & 24 & 18 & -6 \\ -1 & 3 & 9 & 10 & 6 & -6 \\ -1 & 3 & 6 & -6 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ 12 \\ \hline 58 \end{array}$$

$$2$$

$$4y+8x$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

$$\begin{array}{l} 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \\ 3x-1 \leq y \\ 3x+1 \geq y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 12 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$x-3 \leq 3y$$

$$\frac{x}{3} - 1 \leq y$$

$$3x-1 \leq y$$

$$3x+1 \geq y$$

$$x+3 \geq 3y$$

$$\frac{x}{3} + 1 \geq y$$

$$3x-1 \leq y$$

$$3x+1 \geq y$$

$$\frac{x}{3} - 1 \leq y$$

$$\begin{array}{ccc|c} 4 & 40 & 5 & 415-500 \\ -13 & 4 & 12 & -112 \\ -3 & 4 & 28 & -89 \\ -1 & & & \\ +1 & & & \\ 3 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$3x-1 = \frac{x}{3} + 1$$

$$9x-3 = x+3$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

$$5+6=11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^4 - y^4) + (5x^2 - 5y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$y, x \geq 0$

$$(x^2 + y^2)(x - y)(x + y) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + 5(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + 5)(x - y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$((x^2 + y^2 + 5)(x + y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\underbrace{0 \quad 0 \quad 0}_{\neq 0}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$x^2 =$$

$$25(1+x)^2 \cdot x(1+x)$$

$$6(1+x) - x(1+x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(1+x)}$$

$$a = x+1$$

$$b = 6-x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 - 2\sqrt{ab} + b = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$a^2 + 14\sqrt{ab} + b = 4ab + 25$$

$$14\sqrt{ab} = a + b - 4ab + 25$$

$$x+1 + 6 - x + 4(6+5x-x^2) + 25$$

$$24 + 20x - 4x^2 + 32 = 14\sqrt{ab}$$

$$a+b+5=2ab$$

$$\frac{(x+1)(6-x)}{6x}$$