



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак $9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 = 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) - 9x^2 + (x^2 - 2x)^2 =$
 $= 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 +$
 $+ 18x - 12$, ~~то~~ поделим на 3 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$
Спробуем заметить, что $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 =$
 $= (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = (x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) = 0$
Т.е. решения этого уравнения это 1 и корни
 $x^2 - 2x - 4$, которые мы найдем по формуле
корней квадратного уравнения:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{4 \cdot 4 + 4}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{2 - \sqrt{4 \cdot 4 + 4}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

Таким образом, мы получили три ответа,
каждый из которых подходит по условию
задачу. Итого $x = 1$, $x = 1 + \sqrt{5}$, $x = 1 - \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим, в каком случае числа $6-9x$, $(x^2-2x)^2$ и $9x^2$ являются соответственно 4-ым, 6-ым и 10-ым членами арифметической прогрессии. Заметим, что тогда и только тогда, когда $9x^2 - (x^2-2x)^2 = 2 \cdot ((x^2-2x)^2 - (6-9x))$. Действительно, пусть это так, тогда пусть $a = ((x^2-2x)^2 - (6-9x))$, а $b = 6-9x-4a$. Тогда рассмотрим арифметическую прогрессию, где n -ый член равен $an+b$. Тогда легко заметить, что $4a+b=6-9x$, $(x^2-2x)^2 = 2a + 6-9x = 6a+b$, $9x^2 - (x^2-2x)^2 + 4a = 10a+b$. Теперь докажем "в обратную сторону", т.е. пусть эти выражения являются членами прогрессии $an+b$ (формула n -го элемента прогрессии), тогда равенство #1 очевидно (левая часть = правая часть = $4a$). Таким, т.е. x - это решение уравнения #1, причем все меньшие решения подходят.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4.4) \quad x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$$

$$2x - y \geq 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

Сложим и получим, что $x + y \leq 3$. Теперь,

$$\text{если } x > \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} < x < y < \frac{8}{3}$$

$$\frac{4}{3} - y < 2x - y \leq 1 \Rightarrow \frac{4}{3} - y < 1 \Rightarrow y > \frac{5}{3}, \text{ но тогда}$$

$$x + y > \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = 3 - \text{противоречие. Пусть } y > \frac{5}{3}, \text{ тогда}$$

$$\frac{10}{3} - x < 2y - x \leq 2 \Rightarrow \frac{10}{3} - x < 2 \Rightarrow \frac{4}{3} < x,$$

тогда $x + y > 3$ - противоречие с #4.

$$\text{Д.е. } x \leq \frac{4}{3} \text{ и } y \leq \frac{5}{3} \Rightarrow 6x + 3y \leq 13.$$

Итак, во всех случаях $6x + 3y \leq 13$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \quad x \geq 0; y \geq 0$$

Рассмотрим 4 неравенства

$$4.1) \quad \cancel{x - 2y \leq 2} \quad \#2: \quad x - 2y \geq 0 \Rightarrow x - 2y \leq 2$$

$$\cancel{2x - y \leq 1} \quad \#2: \quad 2x - y \geq 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$$

Получаем, что $x \geq 2y \Rightarrow 2x - y \leq 2x - \frac{x}{2} =$

$$= \frac{3}{2}x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}, \quad y \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 6x + 3y \leq 5, a$$

y кас если пример на 13.

$$4.2) \quad x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$$

$$\#3: \quad 2x - y < 0 \Rightarrow y - 2x \leq 1$$

Получаем из $\#3$, что $y > 2x \Rightarrow 2y - x \leq$

$$\leq 2y - \frac{y}{2} = \frac{3}{2}y \leq 2 \Rightarrow y \leq \frac{4}{3}; \quad x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$6x + 3y \leq 4 + 4 = 8, a y \text{ кас если пример на 13.}$$

$$4.3) \quad \left. \begin{array}{l} x - 2y \geq 0 \Rightarrow x \geq 2y \\ 2x - y < 0 \Rightarrow y > 2x \end{array} \right\} \Rightarrow x + y > 2(x + y),$$

т.е. $(x + y) > 0$, то $(x + y) > 2(x + y) \Rightarrow 1 > 2$, что неверно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 13 $x = \frac{4}{3}; y = \frac{5}{3}$ (~~не подходит~~,
~~не подходит~~)

$$|x - 2y| = \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| = |-2| \leq 2$$

$$|2x - y| = \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| = |1| \leq 1$$

$$6x + y = 8 + 5 = 13.$$

Решение: рассмотрим 4 случая:

1) $x < 0; y < 0$.

Равно, что $6x + 3y < 0$, а y как есть пример
на 13

2) $x < 0; y \geq 0$.

Рав., что $x - 2y < 0 \Rightarrow 2y - x \leq 2$, т.к. $x < 0$,
то $2y < 2 \Rightarrow y < 1 \Rightarrow 6x + 3y < 3y < 3$,
а y как есть пример на 13.

3) $x \geq 0; y < 0$

Рав., что $2x - y > 0 \Rightarrow 2x - y \leq 1$, т.к. $y < 0$,
то $2x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \Rightarrow 6x + 3y < 6x < 3$, а y как
есть пример на 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 \leq x - 2y \leq 2$$

$$0 \leq 2x - y \leq 1$$

$$x \geq 2y$$

$$x \leq 1$$

$$y \leq 1$$

$$0 \leq 2y - x \leq 2$$

$$0 \leq y - 2x \leq 1$$

$$y \geq x$$

$$y \leq 2$$

$$x + y \leq 3$$

$$0 \leq 2y - x \leq 2$$

$$0 \leq 2x - y \leq 1$$

$$y \geq \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{3}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$1/3$$

$$x \geq 2y$$

$$x \geq 1$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq 2$$

$$2y - x = 2$$

$$2x - y = 1$$

$$x \leq \frac{4}{3}$$

$$x \geq \frac{4}{3}$$

$$y - 2x \leq 2$$

$$2x \geq \frac{5}{3}$$

$$y \geq \frac{5}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $A = (m+2n)(m+2n-7)$, а $B = mn(m+2n+9)$. Заметим, что $A:2$ и $B:2$. $A:2$, т.к. $m+2n$ и $m+2n-7$ разойдутся по четности $\Rightarrow$ одно из этих чисел четное $\Rightarrow$ произведение четное. $B:2$, т.к. если m или n четное, то очевидно, что $B = mn(m+2n+9):2$, т.е. $m \times 2$ и $n \times 2 \Rightarrow m \equiv 1, n \equiv 1 \Rightarrow m+2n+9 \equiv 1+2+9 \equiv 12 \equiv 0 \pmod{2}$, т.е. $B:2$, т.к. $B: m+2n+9$, а $m+2n+9:2$. Таким образом $75q^2$ и $11p^2$ также оба $:2 \Rightarrow p=q=2$, т.к. p и q простые и $:2$ (т.к. $(11,2)=1$ и $(75,2)=1$).
Тогда $mn(m+2n+9) = 11 \cdot 2^2 = 44$. Заметим, что т.к. $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \geq 1 \Rightarrow m+2n+9 \geq 12$, а т.к. это делитель 44, то это либо 22, либо 44, если это 44, то $mn=1 \Rightarrow m=n=1$, но $1+1 \cdot 2+9 \neq 44$, если это 22, то $mn=2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 & n=2 \\ m=2 & n=1 \end{cases}$ но в обоих случаях $m+2n+9 \leq 14 < 22$. Т.е.
 $(m+2n)(m+2n-7) = 44$, а $mn(m+2n+9) = 300$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если допустить $m+2n=a$, то $a(a-7)=44$, т.е.

$a-7a-44=0$ - решим квадратное уравнение,

то получим, что $a=m+2n \geq 3$. Получим

2 корня $x_1 = \frac{7 + \sqrt{49 + 4 \cdot 44}}{2} = 11$ и $x_2 = \frac{7 - \sqrt{49 + 4 \cdot 44}}{2} =$

-4 , но т.к. $x_2 < 0$, то $a = x_1$, т.е.

$$m+2n=11 \Rightarrow mn(m+2n+9) = mn \cdot 20 = 300 \Rightarrow$$

$mn \leq 15$. Переберём:

$$m=1 \quad n=15 \Rightarrow m+2n=31 \neq 11$$

$$m=3 \quad n=5 \Rightarrow m+2n=13 \neq 11$$

$$m=5 \quad n=3 \Rightarrow m+2n=11$$

$$m=15 \quad n=1 \Rightarrow m+2n=17 \neq 11$$

Итак, заметим, что при $m=5$, $n=3$ условие выполняется, а при остальных значениях нет.

Ответ: $m=5$, $n=3$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$h \neq 0$, т.к. h — это высота $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow h - 12 \neq 0 \Rightarrow h \neq 12$. Теперь, применим
т. Косинусов для $\triangle AZB$:

$$h^2 = AZ^2 + AB^2 - 2 \cdot AZ \cdot AB \cdot \cos \angle AZB$$

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = 18 + 18 \cos(2\alpha)$$

$$(т.к. \cos(180 - \beta) = -\cos \beta)$$

$$-2 = 18 \cos(2\alpha)$$

$$-\frac{1}{9} = \cos(2\alpha)$$

Теперь применим т. Косинусов для $\triangle ABC$
и BC :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle CAB$$

~~$$BC^2 = 36 + 81 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos(2\alpha) = 117 + 12 = 129$$~~

$$BC^2 = 129$$

$$BC = \sqrt{129}$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos(2\alpha) = 180 + 16 = 196$$

$$BC^2 = 196$$

$$BC = 14$$

Ответ: $BC = 14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.1) Два узла лежат в ^{одной} зоне.
Всего способов $4 \cdot C_{30}^2$ (в каждой зоне 30 узлов), но заметим, что при 4-х поворотах ($0^\circ, 90^\circ, 270^\circ, 180^\circ$) мы получаем 4 разных способа (т.к. всегда узлы лежат в одной зоне), которые на самом деле одинаковы по условию, т.е. делим $\frac{4 \cdot C_{30}^2}{4} = C_{30}^2$

2.2) Узлы лежат в соседних зонах, тогда при поворотах также всегда разные способы (в одной узлы лежат в 1 и 2-ой, в другой в 2 и 3-ей, в 3-ей 4-ой и 1-ой 4-ой зонах) т.е. общее кол-во способов $4 \cdot C_{30}^2$ (выбираем пару сосед. зон и выбираем 1-ый узел в одной, потом 2-ой узел в другой) делим на 4 и остается $30 \cdot 30 = 900$ способов.

2.3) Узлы лежат в противоположных зонах.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Венера, ~~может~~ имеет 2 поделухи:

2.3.1) Если при повороте получается только 2 разн. раскраски. Это значит, что при повороте на 180° получается то же самое, что и при пов. на 0° и повороте на 90° и 270° соответственно тоже одинаковы. ~~Есть~~ Таким образом 2-30 (выбираем пару противоположных зон, возводим в одну из зон угол, второй определяет ортогонально (там надо, чтобы при повороте на 180° они совместились) поворотом на 180° , откос. сфера (сфера) и делим на 2, ~~чтобы~~ ~~считать~~ ~~имеет~~ 30 семейств.

2.3.2) Если при повороте 4 раскраски получаемся. Таким образом 2-30-29 (2-м способом возводим пару противоположных зон, 30-ю выбираем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

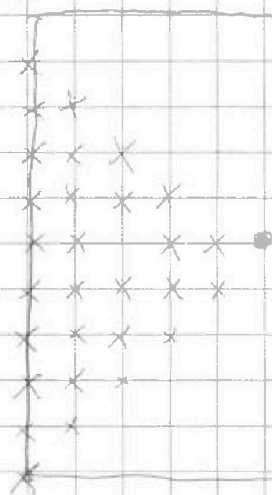
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим 2 случая:

1) Один из ^{двух} узлов в центре. Тогда для 2-го ^{двух} узла 120 вариантов, но заметим, что каждым вариантом, мы можем повернуть на 90° , 180° и 270° , таким образом ~~все время~~ ~~каждый~~ ~~раз~~ 120 вариантов делится на 4-ки одинаковых итого получается 30 различных вариантов.

2) Ни один из 5-узлов не в центре. Тогда рассмотрим на 4 зоны:

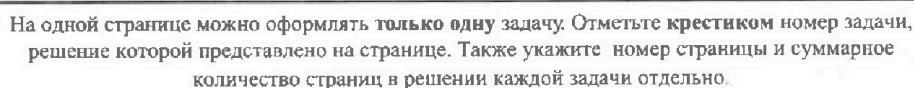


x - узлы 1-ой зоны

2-ая, 3-ая, 4-ая зоны

возможные повороты 1-ой на 90° , 180° и 270° . Тогда заметим, что при повороте на 90° 1-ая $\rightarrow$ 2-ая, 2-ая $\rightarrow$ 3-ая, 3-ая $\rightarrow$ 4-ая, 4-ая $\rightarrow$ 1-ая.

Теперь рассмотрим ещё ~~и~~ ^и подслучай:



СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

Ans: 1830.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+2n)(m+2n-1) = 75q^2$$

$$q=2$$

$$mn(m+2n+q) = 11p^2$$

$$11 \cdot 4 = 44 \rightarrow 11p^2$$

$$10 \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} < 2$$

$$(m+2n)(m+2n-1) = 300$$

$$3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 60$$

$$3 \cdot 2 \cdot 5^2$$

$$15 \cdot 20$$

$$11 \cdot 4$$

$$20$$

$$15$$

$$12$$

$$3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 10 \quad 15$$

$$x(x-1) = 300$$

$$\begin{array}{r} 176 \\ + 49 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$44$$

$$x^2 - x - 300 = 0$$

$$x(x-1) = 44$$

$$49 + 4 \cdot 300 = 8$$

$$225$$

$$x^2 - x - 44 = 0$$

$$1249$$

$$49 + 44 \cdot 4$$

$$m=3$$

$$11$$

$$225$$

$$160/16$$

$$n=5$$

$$186$$

$$mn(m+2n+q) = 859^2$$

$$m=5$$

$$2+15$$

$$x=11$$

$$mn=15$$

$$300$$

$$n=3$$

$$m+2n=11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 2m - 14n$$

$$(m+2n)^2 - 2(m+2n)$$

$$(m+2n)(m+2n-2)$$

$$a \quad a-2 \quad a+9$$

$$q \cdot 25 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$mn = 19 \cdot 25$$

$$11p^2 = 11 \cdot p \cdot p$$

$$mn(m+2n+9) = 45$$

$$2n+19=22 \quad n=6$$

$$m(n+11)$$

$$m=1$$

$$\begin{cases} m+1 & n+1 \\ m+1 & n+1 \\ m+1 & n+1 \end{cases}$$

$$p=2$$

$$n=6 \quad m=1$$

$$(m+2n)(m+2n-2) = 75q^2$$

$$m+2n-2=2$$

$$m+2n=11$$

$$11p^2$$

$$p^2$$

$$11$$

$$p^2$$

$$p^2$$

$$11$$

$$2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$7q$$

$$7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4-y \quad 5-9x$$

$$5-y(x^2-2x)^2$$

$$9x^2$$

$$x^2(x-2)^2$$

$$9x^2$$

$$8$$

$$a+b$$

$$2a+b$$

$$3a+b$$

$$3+2-1$$

$$3a+b=6-9x$$

$$5a+b=(x^2-2x)^2=x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$$

$$9a+b=9x^2$$

$$x^2(x^2-4x+4)$$

$$x^2(x-2)^2$$

$$6a=9x^2+9x-6$$

$$2a=3x^2+3x-2$$

$$6x^2+6x-4$$

$$9x^2-9x+6$$

$$4a=x^2(9-(x-2)^2)$$

$$x^2(x+1)(5-x)$$

$$-x^2+4x+5$$

$$9(x^2-x+\frac{2}{3})$$

$$5x-x^2+5-x$$

$$6x^2+6x-4=x^2(x+1)(5-x)$$

$$6x^2+6x-4=-x^4+4x^3+5x^2$$

$$x^4-4x^3+x^2+6x-4=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\max(3y+6x)$$

13

$$\begin{aligned} y &\leq 1 \\ 2y &\leq 2 \\ 2y-x &\leq 2 \end{aligned}$$

$$x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y$$

$$2x \geq y$$

$$x-y \leq 0$$

$$2x-y \geq 0$$

$$-3 \geq -2 = 2$$

$$x < 0$$

$$y \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y < 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$2x-y \leq 1$$

$$2-2y \leq 2$$

$$3(x-y) \leq 3$$

$$(x-y) \leq 1$$

$$x-y \leq 1$$

$$3y-6x$$

$$y = -x$$

$$y = -x$$

$$x < 1 \quad y = \frac{8}{3} - 1$$

$$y = 0$$

$$2x-y=1 \quad y=2x-1$$

$$3y+6x \leq -3y-6x$$

$$x-2y=-2$$

$$5(y+2x) \leq 0$$

$$x-2(2x-1)=-2$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

13

$$\begin{aligned} x-4x+2 &= -2 \\ -3x &= -4 \end{aligned}$$

$$x-2y \leq 2$$

$$x \leq 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 + \sqrt{5}$$

$$a \quad b \quad c$$

$$1 + 2\sqrt{5} + 5$$

$$a - b = 2(b - c)$$

$$6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4$$

$$54 + 18\sqrt{5}$$

$$\text{P. 10}$$

$$\text{P. 10}$$

$$(x - 1)^2 = 5$$

$$6 + 2\sqrt{5}$$

$$1 + \sqrt{5}$$

$$1 + \sqrt{5}$$

$$6 - 9 - 9\sqrt{5}$$

$$4^2 \quad 16$$

$$-3 - 9\sqrt{5}$$

$$6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5}$$

$$16$$

$$\frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$$

$$54 + 18\sqrt{5}$$

$$\frac{38 + 18\sqrt{5}}{4}$$

$$24 + 18$$

$$4$$

$$1728$$

$$24$$

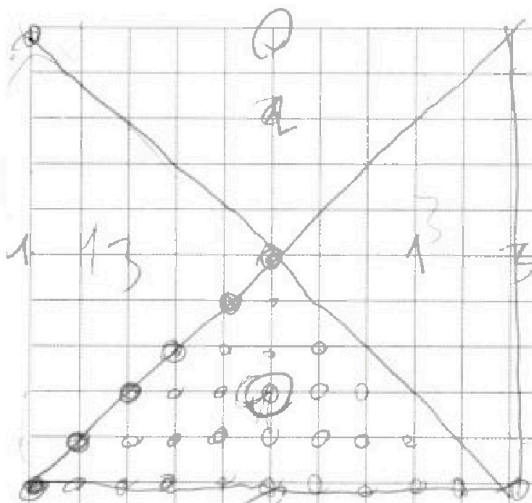


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2(1 + \dots - 5)$$

$$\frac{5 \cdot 6}{2}$$

$$30$$

$$\frac{4 \cdot C_{30}^2}{4}$$

$$\frac{4 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{30}^2}{4}$$

$$\frac{2 \cdot C_{30}^2}{2}$$

$$\frac{2 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{29}^2}{4}$$

$$C_{30}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{30}^2 + C_{30}^2$$

$$4$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 15 \\ \hline 145 \\ 200 \\ \hline 435 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^6 + 3t^2 + 2t =$$

$$t(t^5 + 3t + 2)$$

2

$$t(t^5 + 3t + 2)$$

$$x^2 - 2$$

$$y^2 - 8$$

$$x^2 - 0$$

$$14 + 5x - y^2$$

58





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

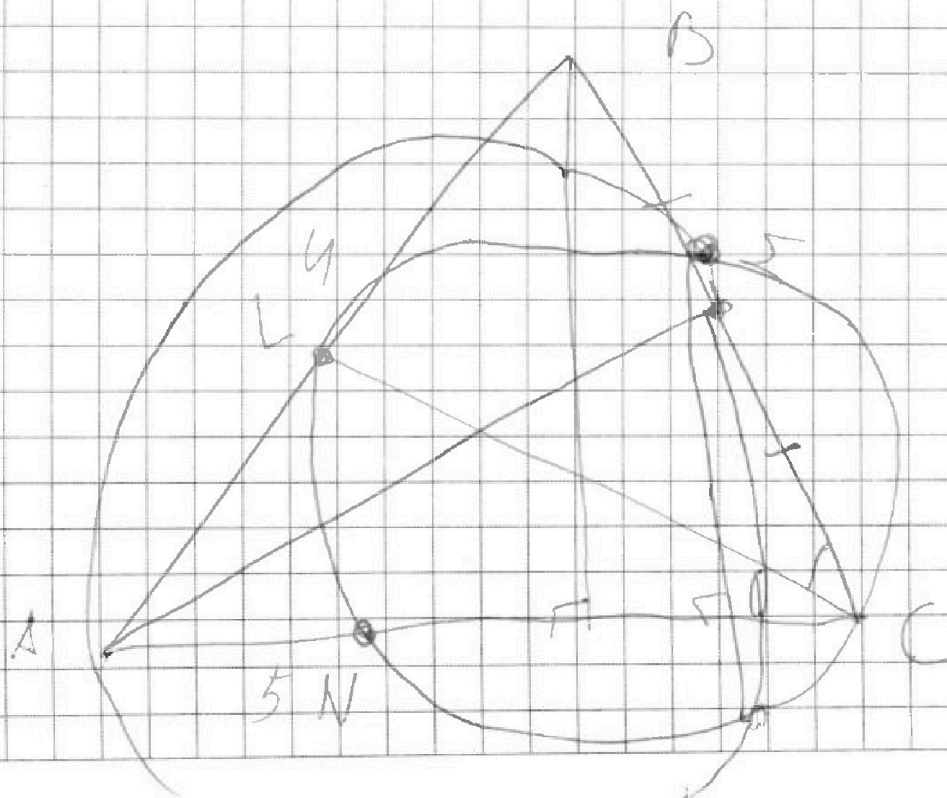
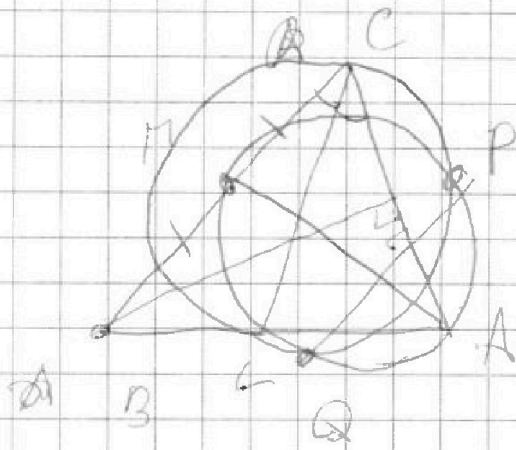
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = 3y + \sqrt{2y} + \sqrt{2y}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a triangle ABC and a point X on BC.

Diagram: Triangle ABC with vertex A at the top, B at the bottom right, and C at the bottom left. Point X is on BC. Line segments AX and CX are drawn. There are some markings near vertex A, possibly indicating angles or points.

Calculations:

Left side calculations:

$$\begin{array}{r} 129 \overline{) 143} \\ \underline{12} \\ 9 \end{array}$$
$$43 \cdot 3 = 129$$
$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 140 \\ \hline 196 \end{array}$$

Right side calculation:

$$\frac{2n}{n+6} = \frac{n}{n-3}$$

Equations and relationships:

$$x > 6$$
$$\frac{CX}{BX} = \frac{6}{n}$$
$$\frac{BX}{BC} = \frac{n}{n+6}$$
$$\frac{2BX}{BC} = \frac{2n}{n+6}$$
$$\frac{BX}{BC} = \frac{n}{n+6}$$
$$\frac{n-3}{3} = \frac{2n}{n+6}$$
$$n^2 - 3n - 18 = 0$$
$$(n-6)(n+3) = 0$$
$$n = 6 \text{ or } n = -3$$

Other notes and scribbles:

- $40 + 18 = 58$
- $9 + 4 \cdot 18 = 81$
- $3 + 9 = 12$
- $26 - 18 = 8$
- $2n^2 - 6n = n^2 + 6n$
- $n^2 - 12n = 0$
- $n(n-12) = 0$
- $6 + n$
- $\frac{6+n}{n} BX = BC$
- $40 + 18 = 58$
- $9 + 4 \cdot 18 = 81$
- $3 + 9 = 12$
- $26 - 18 = 8$