



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пример, что $\kappa = \kappa_1 = -1 - \sqrt{3}$ дает:

$$a = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \cancel{10} - 7,5\sqrt{3} - 6$$

$$3a + b = 6 + \frac{9\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = -3\sqrt{3} = 3(-1 - \sqrt{3}) = 3\kappa + 3$$

$$5a + b = 10 + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = 4 = 2^2 = (\kappa^2 + 2\kappa)^2$$

$$9a + b = 18 + \frac{27\sqrt{3}}{2} - 7,5\sqrt{3} - 6 = 12 + 6\sqrt{3} = 3(-1 - \sqrt{3})^2 = 3\kappa^2$$

Пример, что $\kappa = \kappa_2 = -1 + \sqrt{3}$

$$a = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}, b = \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6$$

$$3a + b = 6 - \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 3\sqrt{3} = 3(-1 + \sqrt{3}) + 3 = 3\kappa + 3$$

$$5a + b = 10 - \frac{15\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 4 = 2^2 = (2\kappa + 2)^2$$

$$9a + b = 18 - \frac{27\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} - 6 = 12 - 6\sqrt{3} = 3(-1 + \sqrt{3})^2 = 3\kappa^2$$

Ответы: $\kappa = -1$, $\kappa = -1 + \sqrt{3}$, $\kappa = -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть исходная прогрессия — ~~1~~ $a+b$. Тогда

$$\begin{cases} 3a+b = 3x+3 \\ 5a+b = (x^2+2x)^2 \\ 9a+b = 3x^2 \end{cases}$$

Вычтем из второго равенства первое, из третьего — второе. Получим:

$$2a = (x^2+2x)^2 - 3x + 3 \Rightarrow 4a = 2(x^2+2x) - 6x - 6$$

$$4a = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$2(x^2+2x)^2 - 6x - 6 = 4a = 3x^2 - (x^2+2x)^2$$

$$3(x^2+x)^2 = 3x^2 + 6x + 6$$

$$(x^2+x)^2 = x^2 + 2x + 2$$

Обозначим $t = x^2 + x$. Тогда $t^2 = t + 2 \Rightarrow$

$$t^2 - t - 2 = 0. \quad D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$t_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad t_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x^2 + 2x = t_2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Пример, что $x = -1$ подходит: $b = -1,5, a = 0,5$.

$$3a+b = 3 \cdot 0,5 - 1,5 = 0 = 3(-1)+3 = 0$$

$$5a+b = 5 \cdot 0,5 - 1,5 = 1 = (1^2 - 2)^2 = (-1^2 + 2(-1))^2$$

$$x^2 + 2x = t_1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0, D = 2^2 + 4 \cdot 2 = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-2-\sqrt{12}}{2} = -1-\sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{-2+\sqrt{12}}{2} = -1+\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Доказательство, что $8x + 4y \leq 11$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

①

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ 1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y - x \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - x \leq 3 \quad | \cdot 2,5 \\ 3x - y \leq 1 \quad | \cdot 3,5 \end{cases}$$

②

$$\begin{cases} 7,5y - 2,5x \leq 7,5 \\ 10,5x - 3,5y \leq 3,5 \end{cases}$$

③

$$8x + 4y \leq 11$$

Пример, что $8x + 4y = 11$:

$$x = \frac{3}{4}, y = \frac{5}{4}$$

$$|x - 3y| = \left| \frac{3}{4} - 3 \cdot \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{3 - 15}{4} \right| = \left| -\frac{12}{4} \right| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x - y| = \left| \frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = \left| \frac{4}{4} \right| = |1| = 1 \leq 1$$

Пример подходит.

Ответ: наибольшее значение выражения $(4y + 8x) = 11$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m = p^2, n = 1$. Тогда $m + n - 3 = p^2 + 1 - 3 = p^2 - 2 = 13 \Rightarrow$
 $\Rightarrow p^2 = 15$, Невероятно. 2 случая: ~~$p = 4$~~
 $m = p, n = p$ Тогда $m + n - 3 = 2p - 3 = 13 \Rightarrow 2p = 16$
 $\Rightarrow p = 8$ - не простое. Случай невозможен.
Ответ: $m = 3, n = 20$ или наоборот.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 случай: $m+n-9=13p^2$. Тогда $m+n=9, 10$

$13p^2 > 9$ при любых простых p , $m+n-9 < mn$

значит, случай невозможен. 2 случай:

$m+n-9=p^2$, тогда $m+n=13$, а $m+n-9=13-9=$

$=2^2$. Значит, для любых натуральных m и n ,

что $m+n=13$ $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 2^2 = 52$

Тогда надо перебрать все такие m и n

и проверить для них второе равенство.

(случай $m=a$ и $n=a$ аналогичны, так как условие для n и m сим-

метричны, поэтому без

1 случай: $m=1, n=12$

$mn(n+m-3)=12 \cdot 10=120 \nless 75$ не подходит

2 случай: $m=2, n=11$

$22 \cdot 10=220 \nless 75$ не подходит

3 случай: $m=3, n=10$

$30 \cdot 10=300 \nless 75$ не подходит

4 случай: $m=4, n=9$

$36 \cdot 10=360 \nless 75$ не подходит

5 случай: $m=5, n=8$

$40 \cdot 10=400 \nless 75$ не подходит

6 случай: $m=6, n=7$

$42 \cdot 10=420 \nless 75$ не подходит

7 случай:

$mn(n+m-3)=13p^2$

$(m+n)(m+n-9)=75q^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 подслучай:

$$m+n-3 \div p^2$$

Предположим, $m+n-3 = 13p^2$, тогда ~~$m+n-3 = 13p^2$~~ ^{$mn=7$}

$\Rightarrow$ ~~$m+n-3 = 13p^2$~~ $m=1, n=1 \Rightarrow m+n-3 = 2-3 = -1 \neq 13p^2$

Значит, $m+n-3 = p^2$. Тогда $\text{доо } m=13, n=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow m+n-3 = 13+1-3 = 11 \neq p^2$. Не подходит.

2 подслучай: $m+n-3$ в числителе делится на p .

Предположим, $m+n-3 = p^k$. Тогда $mn=13$.

$\text{доо } m \div p$. ~~Предположим~~, 1 подслучай: $m \div 13$. Тогда

$m=13p, n=1$. Тогда $13p+1-3=p \Rightarrow 12p=$

$=2$. Невозможно. 2 подслучай: $m \div 13$. Тогда $m=p$,

$n=13$. $m+n-3 = p+13-3 = p+10 = p$.

$10=0$. Невозможно. Значит, $m+n-3 = 13p \Rightarrow$

$\Rightarrow mn=p$. $\text{доо } m=p \Rightarrow n=1$. $m+n-3 = p+1-3 =$
 $=13p \Rightarrow p-2=13p \Rightarrow 12p=-2$. Невозможно.

3 подслучай: $m+n-3 \div p$. Предположим, ~~$m+n-3 = 13p$~~

$m+n-3=1$. $mn=13p$. $\text{доо } m \div 13$, тогда $m+n-3 \geq 13k+1-3=$

$=13k-2 \geq 1$, так как k - натуральное. Невозможно. Зна-

чим, $m+n-3=13$. Пусть $\text{доо } m \geq n$. 1 подслучай:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9)$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1 Случай:

$$\begin{cases} mn(n+m-3) = 75q^2 \\ (m+n)(m+n-9) = 13p^1 \end{cases}$$

Предположим, $m+n : p$ и $m+n-9 : p$. Тогда $(m+n) - (m+n-9) = 9 : p$. Тогда $p = 3$.

Тогда одно из чисел $m+n$ и $m+n-3$ кратно 3, а другое $13 \cdot 3 = 39$.

Предположим, $m+n = 3$. Тогда

$m+n-9 = -6$, но если $(m+n)(m+n-9) < 0$, а $13p^2 > 0$.

Значит, $m+n = 13 \cdot 3 = 39$, но тогда $m+n-9 =$

$= 39 - 9 = 30$, а должно быть $= 3$. Значит,

каждое из чисел $m+n$ и $m+n-9$ делится

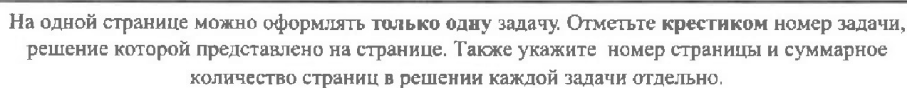
на p , а другое делится на p^2 . Предположим,

$m+n : p^2$. Тогда: 1 случай: $m+n = 13p^2$, тогда

$m+n-9 = 1 \Rightarrow m+n = 10 \Rightarrow 10 = 13p^2$ - невозможно.

2 случай: $m+n = p^2$. Тогда $m+n-9 = 13 \Rightarrow$

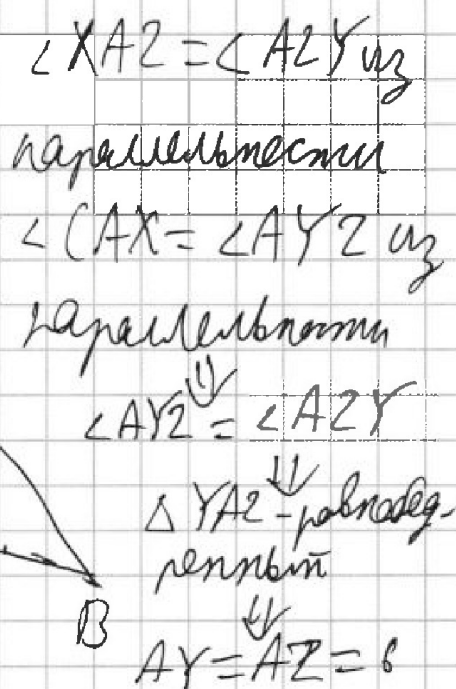
$\Rightarrow m+n = 22 \Rightarrow 22 = p^2$ - неправда. Значит, $m+n-9 : p^2$



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пороча QR-кода недопустима!


$$YA^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot YA \cdot AZ = YZ^2$$

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \angle YAZ = 72 - 72 \cos \angle YAZ = 64 = 8^2$$

$$77(1 - \cos 42^\circ) = 64$$

$$1 - \cos \theta = \frac{2}{9}$$

$\cos \angle YAZ = \frac{7}{9}$ $AY \parallel YM \Rightarrow$ no measure given

$$\frac{YA}{AC} = \frac{XM}{CX} \Rightarrow \frac{XM}{CX} = \frac{2}{3}$$

Definieren $x/4 = t$, dann

$$C_X = 3t, \quad M_B = 4t_{max}$$

Док М - середина АВ

$$\begin{array}{r} 11 \\ 6 \\ \hline 78 \\ 61 \\ \hline 1 \\ 3 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, $XC = 3t$, $XB = 5t$, по заданию выст-
бу диссектрисы $\frac{AC}{AB} = \frac{XC}{XB} = \frac{3t}{5t} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{18}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{90}{3} = AB \Rightarrow AB = 30$$

По теореме косинусов для $\triangle ABC$:

$$AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle CAB \cdot AC \cdot AB = BC^2$$

$$18^2 + 30^2 - 2 \cos \angle (180 - \angle YAZ) \cdot 18 \cdot 30 = BC^2$$

$$324 + 900 - 2 \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot 18 \cdot 30 = 324 + 900 + 4 \cdot 30 =$$

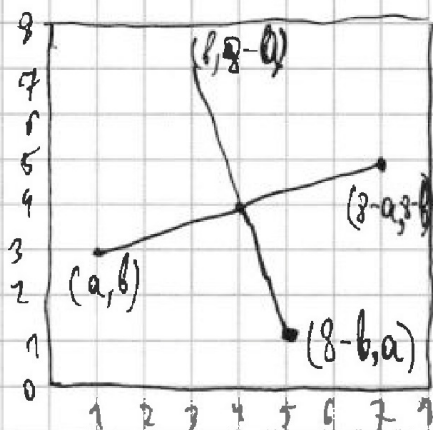
$$= 920 + 900 + 324 = 1020 + 324 = 1344 = BC^2$$

$$\Downarrow$$
$$BC = \sqrt{1344}$$

$$\text{Answer: } BC = \sqrt{1344}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пороча QR-кода недопустима!

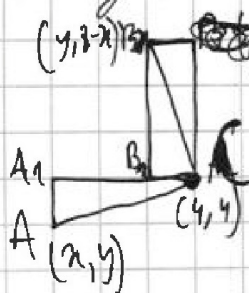
Ось x совпадает с осью z только при повороте на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ по часовой стрелке.



узла ^{узла} ~~Средне~~ ^{Средне} ~~центрального~~ ^{центрального}
Все ~~узлы~~ ^{узлы} ~~объединяются~~ ^{объединяются} на
четверки с координатами
 $(a, b), (b, 8-a), (8-a, 8-b), (8-b, a)$,
где ~~каждый~~ ^{каждый} ~~узел~~ ^{узел}

получен из предыдущего поворота на 90° по часовой стрелке. Проверим, что если повернуть узел (x, y) на 90° по часовой, то получится узел $(y, 8-x)$

Явления:
 свет в за-
 тмении
 происходит излучение
 света, но световые волны
 распространяются на
 расстоянии 90°
 получаются разные
 спектры



Ориентированный отрезок

$$CA_7 = n - 4$$

Среднеарифметический отрезок

$$A^T A = y - y$$

оп. отпр. (B₁ = y-y)

оп. опр. $\beta_1 \beta_2 = 8 - \pi - 4 = 4 - \pi$. Значит, $\delta(A) = \delta(\beta_1 \beta_2)$

$$\angle A_1(A) = \angle B_1BC$$

$$\Downarrow$$

$$90^\circ - \angle BCB_1$$

$$= 90^\circ - \angle BCB_1$$

Док - во леммы: пусть γ повернется собою,
тогда сек повернет: 360° , то первая точка сошла
первая поверну-

Второй и третий случаи, когда $\alpha = 90^\circ$ и $\alpha = 180^\circ$ - разности углов наклона $\alpha_0 = 14,1^\circ + 28,2^\circ = 42,3^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Значит, очевидно 4 точки~~ $(a, b), (b, a), (8-a, 8-b), (8-b, a)$ попарно друг из друга повертаны на 90° . Если ~~одна~~ одна из покрашенных точек будет центральной, то внутри точку выбрать 80 способов (всего $9 \cdot 9 = 81$ точка). Но другую точку можно повернуть 4 раза, но если ~~одна~~ одна выбрана центр., то $\frac{80}{4} = 20$ способов. ~~Если выбрана 2 случая~~ 2 случая: обе выбранные точки не центральные. Рассмотрим: они не противоположные (противоположные точки - первые поворачиваются друг из друга поворачивая на 70°). Тогда $\frac{80-78}{2}$ способов выбрать 2 точки, центральные поворачиваются ^(см. задачу на пред. стр.) поворачивая $\frac{80-78}{4} = \frac{80-78}{8} = 10-78 = 780$ способов. 2 случая: выбрана противоположные: выбрать пару противоположных $\frac{80}{2} = 40$ способов, их можно повернуть на 90° , значит $\frac{80}{2} = 20$ способов. Итого: $780 + 20 + 20 = 820$. Ответ: 820



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{5+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2) + 5(x-y)(x+y) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$\cancel{(\sqrt{y} - \sqrt{x})(x-y)(x^2+y^2+5)}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) ($$

4



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(n+m-3) = 75q^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$m+n : p$$

$$m+n-9 : p$$

$$9 : p$$

$$p = 3$$

$$m+n-9 = 3$$

$$m+n = 3+9 = 12$$

$$(m+n)(m+n-9) = 12 \cdot 3 = 36 \neq 13 \cdot 3^2$$

1 случай: $m+n-9 = p^2$

$$m+n = 13 \Rightarrow m+n-9 = 4 = 2^2$$

перевор

2 случай: $m+n = p^2$

$$m+n-9 = 13 \Rightarrow m+n = 22 - \text{не квадрат}$$

$$m^2 + mn - 9m + nm + n^2 - 9n = m^2 + n^2 + 1mn - 9n - 9m$$

$$mn(n+m-3) = m^2n + n^2m - 3mn$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$|x-34|$

$\sqrt{x+11}$

$+ \begin{array}{r} 1020 \\ 324 \\ 1344 \end{array}$

$\begin{array}{r} 30 \\ 4 \\ 120 \end{array}$

18

$3x$

$4x$

6

8

2

$18 = AB$

$3x = 5x$

$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6^2 \cdot \cos \angle YAZ =$

$= 72 - 72 \cos \angle YAZ = 64$

$72(1 - \cos \angle YAZ) = 64$

$1 - \cos \angle YAZ = \frac{8}{9}$

$\cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$

$30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 900 + 120 + 18^2 = 1020 + 324 = 1344$

$6 = \frac{18}{3} = \frac{AB}{5}$

$AB = 30$

$\begin{array}{r} 188 \\ \times 188 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 324 \end{array}$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ + 108 \\ \hline 1296 \end{array}$

$\begin{array}{r} 79 \\ \times 79 \\ \hline 711 \\ + 19 \\ \hline 361 \end{array}$

$\begin{array}{r} 361 \\ \times 361 \\ \hline 1444 \end{array}$

$\begin{array}{r} 32 \\ \times 32 \\ \hline 64 \\ + 96 \\ \hline 1024 \end{array}$

$\begin{array}{r} 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ + 64 \\ \hline 1444 \end{array}$

$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 72 \end{array}$

$\begin{array}{r} 78 \\ \times 78 \\ \hline 624 \\ + 18 \\ \hline 324 \end{array}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x \geq 3y \Rightarrow 3x \geq 9y$$

$$3x \geq y$$

$$10,5x - 3,5y \leq 10,5$$

$$21x - 7y \leq 21$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq 2,5$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 2$$

$$x \geq 1\frac{1}{9}$$

$$x \geq 3,5$$

$$y \geq \frac{1}{9}$$

$$x \geq 2,5$$

$$21x - 7y = 7$$

$$15y - 5x = 15$$

$$105y - 35x = 105$$

$$105y - 35x = 105$$

$$280x = 210$$

$$x = \frac{21}{28}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x = 3y$$

$$3x = y$$

$$21x - 7y = 7$$

$$15y - 5x = 15$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$15y - \frac{15}{4} = 15$$

$$-3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$y - \frac{1}{4} = 1 \quad y = \frac{5}{4}$$

$$3x - 2,5 = 8$$

$$3x = 10,5$$

$$x = 3,5$$

$$t = 2,5 \quad x = 3,5$$

$$\frac{3}{4} \cdot 8 = 6$$

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$$

$$-t - (-9t) = -t + 9t = 8t$$

$$\frac{5}{4} \cdot 4 = 5$$

$$20 = 8t \quad t = 2,5$$

$$K(3x - y) + t(3y - x) = 8x + 4y$$

$$3Kx - yK + 3yt - tx = 8x + 4y$$

$$3K - t = 8$$

$$3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} - K = 4 \quad 3t - K = 4$$

$$K = -5,5$$

$$3K - 9t = 12$$

$$11t = 20$$

$$8t = 4$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 случай:

$$(m+n)(m+n-9) = 75d^2$$

$$mn(m+n-3) = 73p^2$$

~~1 случай:~~ $m+n-3 \div p^2$

$$m = 73$$

$$n = 1$$

$$m = 73$$
$$n = p^2$$

$$73+1-3 = 71 \neq p^2$$

$$73+p^2-3 = 1$$
$$p^2 = 11 \text{ неверно}$$

2 случай: $m+n-3 \parallel p$

$$m+n-3 = 73p$$

$$m = p$$

$$n = 1$$

$$p+1-3 = 73p$$

$$-2 = 72p$$

$$m+n-3 = p$$

$$m = p$$

$$n = 73$$

$$m = 73p$$

$$m = 1$$

$$73+p-3 = p$$

$$70+p = p$$

$$70 = 0$$

4 случай: $m+n-3 = 1$

$$m = 73p^2$$

$$n = 1$$

$$73p^2+1-3 = 1$$

$$73p^2 = 3$$

$$m = 73p$$

$$n = p$$

$$73p+p-3 = 1$$

$$74p-3 = 1$$

$$74p = 4$$

3 случай:

$$m+n-3 = 73$$

~~1 случай:~~ $m = p$
 $n = p$

$$2p-3 = 73$$

$$2p = 76$$

$$p = 38$$

$$m = p^2$$

$$n = 1$$

$$p^2+1-3 = 73$$

$$p^2-2 = 73$$

$$73p+1-3 = p \quad p^2 = 75$$

$$73p-2 = p$$

$$72p = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3a + b = 3x + 3$$

$$3(-1 - \sqrt{3})^2 = 3(1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$5a + b = (x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$9a + b = 3x^2 \quad 3(-1 - \sqrt{3}) + 3$$

$$6a = 3x^2 - 3x - 3$$

$$a = \frac{1}{2}(x^2 - x - 1)$$

$$2a = (x^2 + 2x)^2 - 3x - 3 \quad -4a = x^4 + 4x^3 + x^2$$

$$4a = 2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6$$

$$3 \cdot (-1 - \sqrt{2}) + 3 = -3\sqrt{2}$$

$$4a = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \quad ((-1 - \sqrt{2})^2 + 2(-1 - \sqrt{2}))^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} = 1$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$3(x^2 + 2x)^2 = 3x^2 + 6x + 6 \quad 3(-1 - \sqrt{2})^2 = 6 + 6\sqrt{2}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2 \quad 0 \quad (1 - 2)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$a^2 = a + 2$$

$$a^2 - a - 2 = 0 \quad ((-1 - \sqrt{3})^2 + 2(-1 - \sqrt{3}))^2 = 1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} = 2$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

$$\frac{1 \pm 3}{2} = \frac{1 - 3}{2} = -1$$

$$x^2 + 2x - a = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$-3\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3} - 6}{2} = -7.5\sqrt{3} - 3$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$