



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\div \{a_n\}: \begin{array}{l} a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18 \\ a_7 = a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x - ? \end{array} \right.$$

$$a_{11} - a_7 = a_1 + 10d - (a_1 + 6d) = 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$d = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{(x^2 - 4x)^2}{4}$$

$$a_6 = a_5 + d = \frac{a_5 + a_7}{2} = 6x + 18 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{(x^2 - 4x)^2}{4} = \frac{6x + 18 + (x^2 - 4x)^2}{2} \quad | \cdot 4$$

$$24x + 18 \cdot 4 - 3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 12x + 18 \cdot 2 + 2(x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 18 \cdot 2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 12x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 12x - 12 = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2((x-2)^2 - 7) = 0$$

$$(x-2)^2(x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Ответ: 2; $2 \pm \sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 7

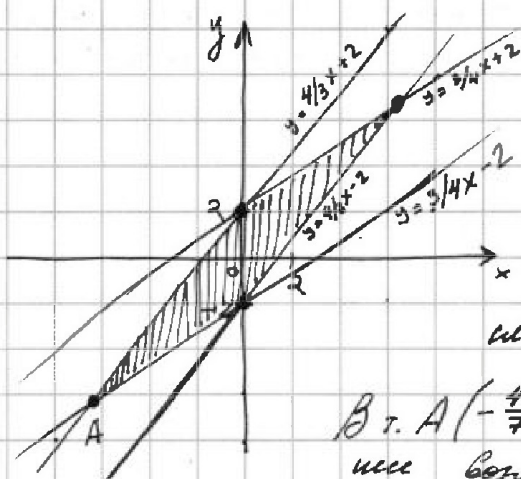
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3y - 4x| \leq 6 \\ |4y - 3x| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 6 \leq 3y \leq 4x + 6 \\ 3x - 8 \leq 4y \leq 3x + 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3}x - 2 \leq y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ \frac{3}{4}x - 2 \leq y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$



Наименьшее значение $14x + 7y$ достигается при наименьших значениях x и y .

В т. $A(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7})$ и y , и x принимают наименьшие возможные значения.

$$A: \frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$16x + 24 = 9x - 24$$

$$7x = -48$$

$$x = -\frac{48}{7} \Rightarrow y = \frac{4}{3}(-\frac{48}{7}) + 2 = -\frac{50}{7}$$

Значит, наименьшее значение $14x + 7y$ достигается при этих x и y . Вычислим:

$$14(-\frac{48}{7}) + 7(-\frac{50}{7}) = -96 - 50 = -146$$

От-т: -146



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) m=3 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=3 \\ m-n+3=q^2 \end{cases} \Rightarrow q=\pm 2\sqrt{2} \leftarrow \text{не подходит, т.к. } q - \text{не простое.}$$

$$\begin{cases} n=q \\ m=3 \\ m-n+3=q \end{cases} \Rightarrow q=3 \leftarrow \text{подходит}$$

$$\begin{cases} n=q^2 \\ m=3 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q=\pm\sqrt{2} \leftarrow$$

$$3) m=3q \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=3q \\ m-n+3=q \end{cases} \Rightarrow q=-1 \leftarrow \text{не подходит, т.к. } q - \text{не простое.}$$

$$\begin{cases} n=q \\ m=3q \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q=-1 \leftarrow$$

$$4) m=q \Rightarrow \begin{cases} m=q \\ n=3 \\ m-n+3=q \end{cases} \Rightarrow q=q \leftarrow \text{подходит.}$$

$$\begin{cases} m=q \\ n=3q \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q=1 \leftarrow \text{не подходит, т.к. } q - \text{не простое.}$$

$$\begin{cases} m=q \\ n=1 \\ m-n+3=3q \end{cases} \Rightarrow q=1 \leftarrow$$

$$5) m=3q^2 \Rightarrow \begin{cases} m=3q^2 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q^2=-\frac{1}{3} \leftarrow \text{не подходит}$$

Итого найм. на разности множителей подходит 2 варианта.

1) $m=3$ и $n=q$ при $B=3q^2$ 2) $m=q$ и $n=3$ при $B=3q^2$

проверим их:

$$1) A=(m-n)(m-n+q)=(3-q)(12-q)=13p^2=0 \Rightarrow p=0 \leftarrow \text{не подходит}$$

2) $m=q$ и $n=3$:

$$A=(q-3)(q+6)=q^2+6q-18=13p^2$$

5 случаев: $q-3=1 \Rightarrow q=4 \leftarrow \text{не простое, не подходит.}$

$$q-3=13 \Rightarrow q=16 \leftarrow$$

$$q-3=p \Rightarrow q^2+6q-18=13p^2=13q^2-13\cdot 6q+13\cdot 9.$$

$$(q-3)(q+6-13q+13\cdot 3)=0$$

$$\begin{cases} q=3 \\ q=-\frac{6+13\cdot 3}{12} \end{cases} \Leftrightarrow q=3 \Rightarrow p=0 \leftarrow \text{не подходит.}$$

$$q-3=13p \Rightarrow (q-3)(q+6-p)=0.$$

$$(q-3)(q+6-\frac{q-3}{13})=0 \Leftrightarrow \begin{cases} q=3 \leftarrow \text{не подходит} \\ q=\frac{3-6\cdot 13}{12} \end{cases}$$

$$q-3=p^2 \Rightarrow (q-3)(q-7)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} q=3 \leftarrow \text{не подходит} \\ q=7 \Rightarrow q=7=m \Rightarrow p=2 \leftarrow \text{подходит} \end{cases}$$

$$q-3=13p^2 \Rightarrow (q-3)(q+5)=0 \leftarrow \text{не подходит.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем, нам требуется единственный вариант:

$$m=7 \text{ и } n=3$$

$$Om - m: (7; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 5m - 9n = (m-n)^2 + 3(m-n) = (m-n)(m-n+3)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = m \cdot n \cdot (m-n+3)$$

$$1) B = 13p^2 = m \cdot n \cdot (m-n+3)$$

м.к. Возможно 3 случая: 1) $m = 13 \Rightarrow$

$$\begin{cases} m-n+3=p \\ n=p \\ m-n+3=1 \\ n=p^2 \\ m-n+3=p^2 \\ n=1 \\ m=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=13 \text{ не пох-м, т.к.} \\ n=8 \text{ 8-не простое ч.} \\ m=13 \\ n=2 \\ B=15 \text{ не пох-т, т.к.} \\ m=13 \\ p^2=15 \end{cases}$$

$$2) m = 13p \Rightarrow \begin{cases} m=13p \\ n=0 \\ m=13p \\ n=1 \\ (m-n+3)m \cdot n = 13p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=13p \text{ не пох-т, т.к.} \\ 12p^2=2 \text{ } p < 0 \\ m=13p \\ 13p=-1 \text{ не пох-т, т.к. } p < 0 \end{cases}$$

$$3) m = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} m=13p^2 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13p^2=-1 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \text{ не пох-т, т.к. } p < 0$$

$$4) m = 1 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ (m-n+3)n = 13p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n(4-n) = 13p^2 \end{cases}$$

не пох-т, м.к. $n > 0 \Rightarrow 4-n > 0 \Rightarrow 0 < n < 4 \Rightarrow n(4-n) < 16$, а $13p^2 \geq 16$ при $\forall$ простом p

$$5) m = p \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=p \\ m-n+3=13p \\ m=p \\ m-n+3=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=1 \\ p=13 \end{cases} \text{ не пох-т}$$

$$\begin{cases} n=p \\ m=p \\ m-n+3=p \\ n=13p \\ m=p \\ m-n+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=8 \text{ не пох-т, т.к. не простое} \\ p=-\frac{1}{6} < 0 \text{ не пох-т} \end{cases}$$

$$2) B = 3q^2. \text{ Здесь тоже возможно 5 случаев:}$$

$$1) m = 1 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=1 \\ m-n+3=3q^2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{3}{2} \text{ не пох-т, т.к. } q \text{ не простое}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=1 \\ m-n+3=q^2 \end{cases} \Rightarrow q = \pm 1$$

$$\begin{cases} n=q \\ m=1 \\ m-n+3=3q \end{cases} \Rightarrow q = 1$$

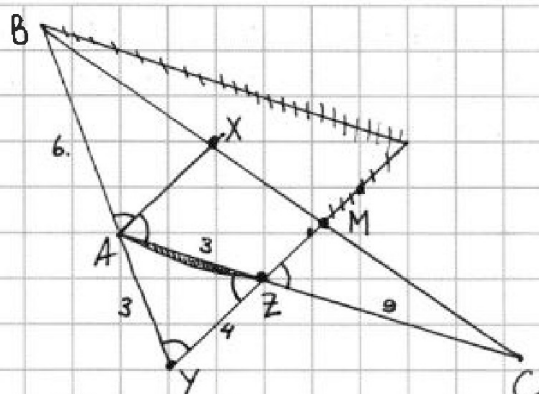
$$\begin{cases} n=3q^2 \\ m=1 \\ m-n+3=1 \end{cases} \Rightarrow q = \pm 1$$



СТРАНИЦА

6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, $[AX]$ — биссектриса $\angle CAB$
 $ME \perp BC$, $|BM| = |MC|$, $MZ \parallel AX$, $Z \in [AC]$
 $Y = AB \cap MZ$, $|AC| = 12$, $|AZ| = 3$, $|YZ| = 4$

Найти: $|BC|$

Решение:

- 1) $\widehat{XAC} = \widehat{BAX}$ ($[AX]$ — биссектриса)
- 2) $\widehat{XAC} = \widehat{MZC}$ ($MZ \parallel AX$, AC — секущая, $\angle$ — соответственные)
- 3) $\widehat{MZC} = \widehat{AZY}$ (вертикальные)
- 4) $\widehat{BAX} = \widehat{AYZ}$ (соответственные, $AX \parallel MZ$, BY — секущая)
- 5) $\widehat{BAX} = \widehat{AYZ} = \widehat{AZY} = \widehat{MZC} = \widehat{XAC} \Rightarrow \triangle AYZ \sim \triangle ABC \Rightarrow |AY| = |AZ| = 3$
- 6) $|ZC| = |AC| - |AZ| = 12 - 3 = 9$
- 7) Пусть $|MC| = 9x = |BM|$, $x > 0$
- 8) $\triangle ZMC \sim \triangle XAC$ (по 2 $\angle$: $\widehat{XAC} = \widehat{MZC}$, $\angle C$ — общий) $\Rightarrow$

$$\frac{|XC|}{|AC|} = \frac{|MC|}{|AC| + |XM|} = \frac{9x}{9x + |XM|} = \frac{|ZC|}{|AC|} = \frac{9x}{12} = \frac{3}{4}$$

$$|XM| = \frac{9x \cdot 4}{3} - 9x = 3x$$

- 9) $|BX| = |BM| - |XM| = 9x - 3x = 6x$
- 10) $\triangle ABC$ ($[AX]$ — биссектриса) $\Rightarrow \frac{|AB|}{|BX|} = \frac{|AC|}{|XC|} = \frac{|AC|}{|XM| + |MC|} = \frac{12}{12x}$

$$|AB| = \frac{12 \cdot 6x}{12x} = 6$$

- 11) $\triangle AYZ$: по т. кос: $|YZ|^2 = |AZ|^2 + |AY|^2 - 2 \cos \widehat{YAZ} \cdot |AZ| \cdot |AY|$
 $16 = 9 + 9 - 2 \cos \widehat{YAZ} \cdot 9$
 $\cos \widehat{YAZ} = \frac{1}{9}$

- 12) $\cos(\widehat{BAC}) = -\cos(180^\circ - \widehat{BAC}) = -\cos(\widehat{YAZ}) = -\frac{1}{9}$

- 13) $\triangle ABC$: по т. кос: $|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2 \cos(\widehat{BAC}) \cdot |AB| \cdot |AC|$
 $|BC|^2 = 36 + 144 + \frac{2}{9} \cdot 6 \cdot 12$
 $|BC|^2 = 180 + 16 = 196$
 $|BC| = 14$

Отв-е: 14

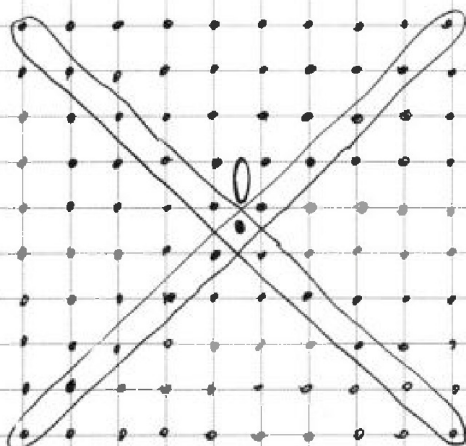


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Точка = 4311

Число способов выбрать 2 точки из 100 = C_{100}^2

Заметим, что обычно, выбирая 2 точки, мы ^{учитывали} ~~не учитывали~~ ^{одну} такую же раскладку еще ~~четыре~~ ^{три} ~~способами~~ — 3 поворота на 90°. Т.к., поворот квадрата 4 раза дает получение 4 различных ~~различных~~ ^{равных} пар точек.

Выбрав хотя бы 1 др. точку.

Но ^{но} ~~сначала~~ при повороте квадрата, когда наши 2 перекрещивающиеся точки лежат на диагонали симметрии относительно центра квадрата (O), мы ~~учитывали~~ ^{не учитывали} только эту раскладку лишь ~~дважды~~ ^{один раз}.

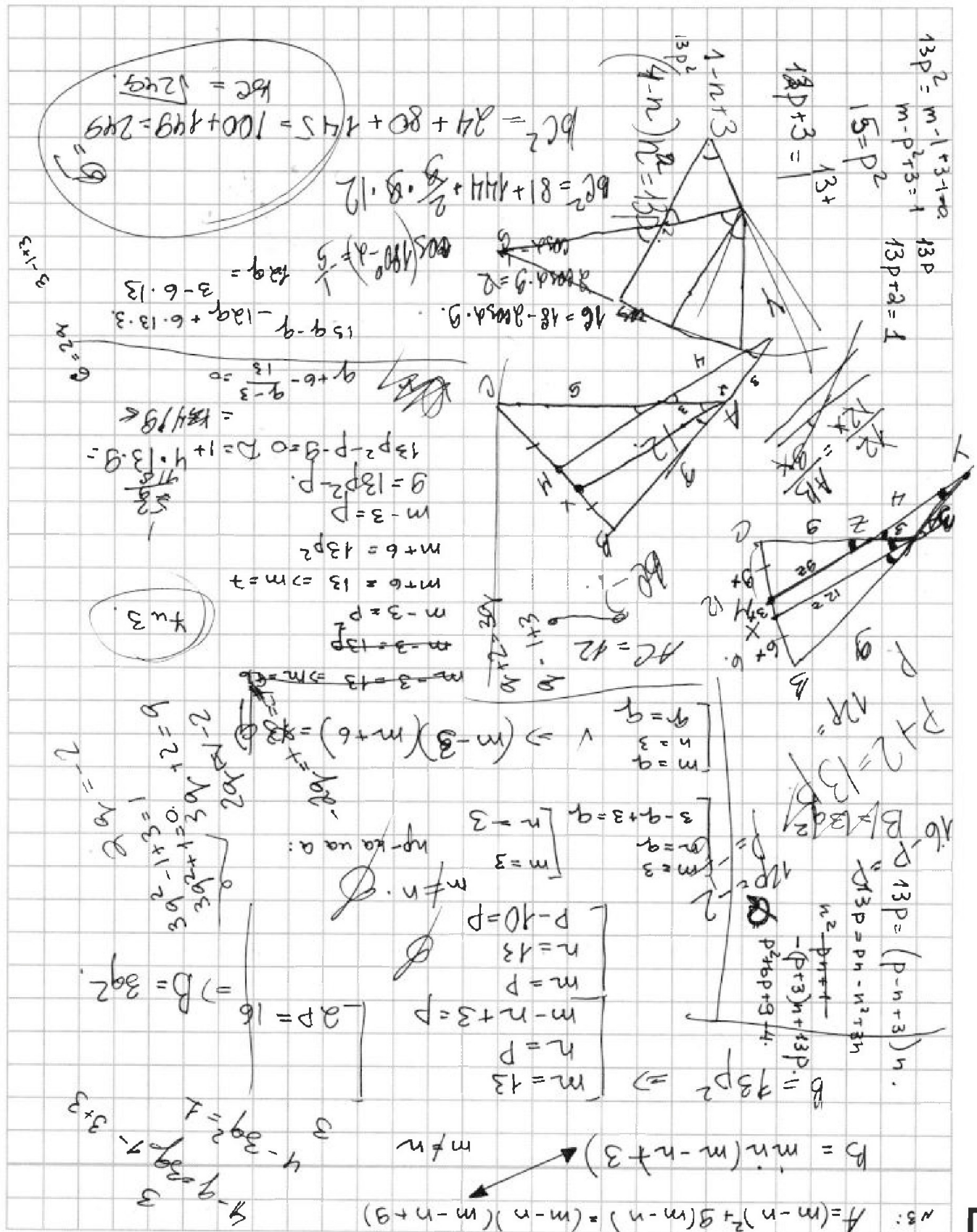
Всего таких ^{пар точек} "особенных" раскладок = 10

Итого: число пол-во способов перекрестить 2 угла в

$$\text{Всего углов} = \frac{C_{100}^2 - 10}{4} + \frac{10}{2} = \frac{5050 - 10}{4} + 5 = \frac{5040}{4} + 5 =$$

$$= 1260 + 5 = 1265$$

От-т: 1265.



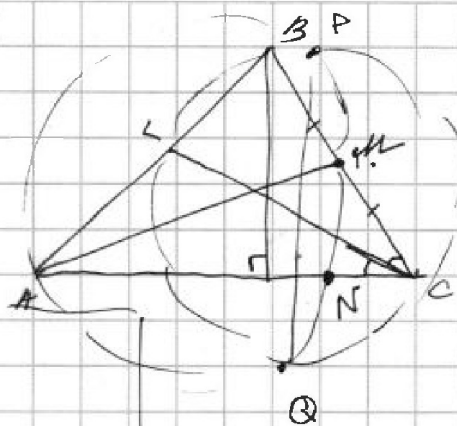
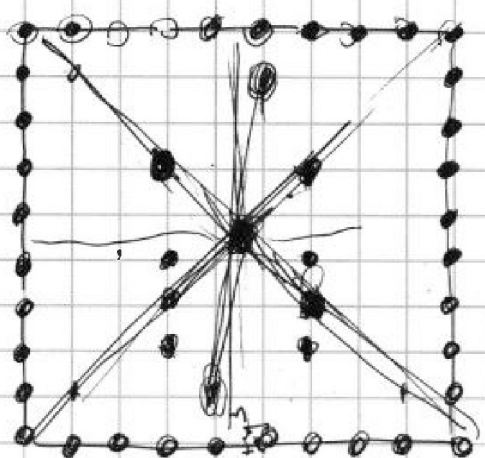


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

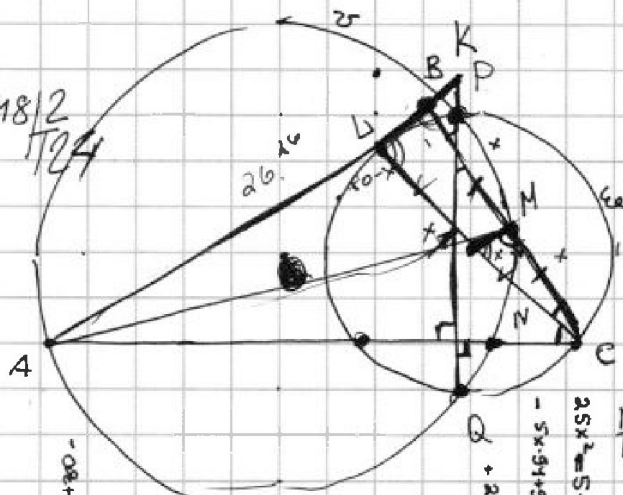
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AN=20
AB=26
AC=?
BC=?

248/2
124



$25x^2 - 94x^2 + 16y^2 + y^2 + 100x + 60y + 100 = 0$
 $- 8 \cdot 94x + 94y^2 + 94x^2 + 100x + 60y + 100 = 0$
 $- 8 \cdot 94x + 94y^2 + 94x^2 + 100x + 60y + 100 = 0$
 $- 8 \cdot 94x + 94y^2 + 94x^2 + 100x + 60y + 100 = 0$

$5x - 94 + 4y^2 + y^2 + 100x + 60y + 100 = 0$
 $5x - 94 + 4y^2 + y^2 + 100x + 60y + 100 = 0$
 $5x - 94 + 4y^2 + y^2 + 100x + 60y + 100 = 0$

$8x^2 - x \cdot 9$

50
495
494/2
247

$2 \cdot (x+6)(5-x) = 5x - x^2 + 30 - 6x$
 $2 \cdot 6 \cdot 4$

$(5-y)(30-x-y) =$
 $= 150 - 5x - 5y^2 - 30y + xy + y^2$

$4(x^2 - y^2) + 5(\sqrt{x - y}) + (x - y) \cdot 0$
 $(x - y)(4(x^2 - y^2)(x + y) + 5(x^2 + y^2)(x^2 - y^2))$

$\sqrt{x+6} + 5 = \sqrt{5-x} + 2\sqrt{30-x-y^2}$

$x+6+26+10\sqrt{x+6} = 5-y+4\sqrt{60-x-y^2} + 4\sqrt{5-y} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$
 $x+y+26+10\sqrt{x+6} = 130-4x-4y^2+4\sqrt{5-y} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$
 $5x+4y^2+y+25 = 4\sqrt{5-y} \cdot \sqrt{30-x-y^2} - 10\sqrt{x+6}$

$4x^4 + 5\sqrt{x+6}x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y$
 $4x^4 + 5\sqrt{x+6}x$

$12+10+14=36$

36
14
22

$(\frac{4}{5}\sqrt{x-y})(\sqrt{x+6}+5)(\sqrt{x+6}+5)(\sqrt{x+6}+5)$

$4(x^2+y^2)(x+y)(\sqrt{x+6}+5)(\sqrt{x-y}) + 6(\sqrt{x-y})(\sqrt{x+6}+5)$

$4x^4 - 4y^4 + 5\sqrt{x+6}x - 5\sqrt{y} + x - y = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18; a_7 = a_1 + 6d = x^2(x-4)^2; a_{11} = -3x^2 = a_1 + 10d.$$

$$4d = -3x^2 - x^2(x-4)^2 \quad \Rightarrow \quad 6x + 18 = -3x^2$$

$$a_1 = 6x + 18 + x^2(x-4)^2 + 3x^2$$

$$a_6 = 6x + 18 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{x^2}{4}(x-4)^2 = \frac{6x + 18 + x^2(x-4)^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot 4.$$

$$12x + 18 \cdot 4 - 3x^2 - x^2(x-4)^2 = 12x + 18 \cdot 2 + 2x^2(x-4)^2$$

$$12x + 36 - 3x^2 - 3x^2(x-4)^2 = 0$$

$$4x + 12 - x^2 - x^2(x-4)^2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$(x-2)^2((x-2)^2 + 7) = 0 \Rightarrow x = 2$$

1	-8	17	-4	-12
1	1	-7	10	6
2	1	-6	5	6
2	1	-4	-3	0

$$N2. -6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-6 \leq 3x - 4y \leq 6$$

$$4/3x - 2 \leq y \leq 4/3x + 2$$

$$-6 \leq 4x - 3x + 6$$

$$3/4x - 2 \leq y \leq 3/4x + 2$$

$$A: 4/3x + 2 = 3/4x - 2.$$

$$\frac{16x - 9x}{12} = -4$$

$$1/4x = -8/12 \Rightarrow x = -8/3$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-8/3) - 2 = -2 - 2 = -4$$

$$7x + 14y = -48 - 28 - 72 = -148$$

$$-96 - 14 - 36 = -146$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$3y \geq 4x - 6$$

$$4y \geq 3$$

$$7x + 4 \leq 7x \leq 7x + 14 \quad \min(7x) = 7y - 14$$

$$2x + 7y - 14 \geq 7x - 14$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$3x - 4y \leq 6$$

$$7y - 14 \leq 4x \leq 7y + 14$$

$$14y - 14 \cdot 2 + 7y$$

$$21y - 28$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

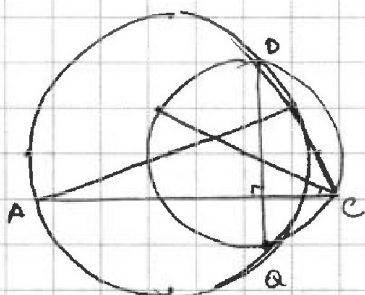
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



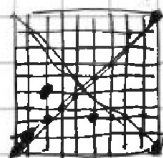
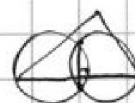
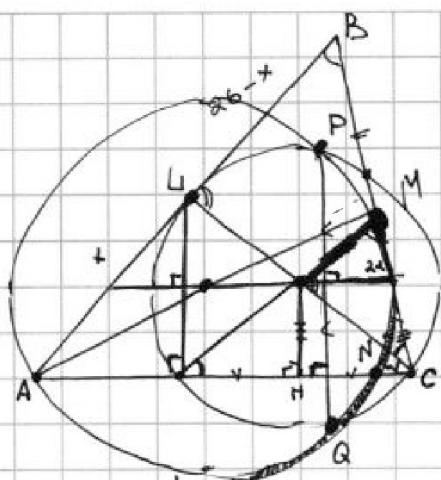
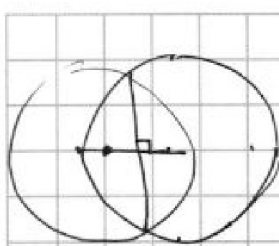


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$C_{100}^2 = \frac{100 \cdot 99}{2} = 99 \cdot 50.$$

$$\frac{10.9}{2} \cdot 2$$

$$\frac{99 \cdot 50 - 10.9}{4} + \frac{10.9}{2}$$

$$0.6 \cdot 1.5 = 0.9$$

$$5 \leq 30 - x^2 \leq 30$$

$$5 \leq 30 - x^2$$

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ 0 \leq x \leq 30 \end{cases}$$

$$9 \cdot 10(11.5 - 1) + 45 =$$

$$45 \cdot 22 + 45 = 45 \cdot 28.$$

по условию.

$$x^{\frac{1}{4}}(4x^{\frac{15}{4}} + x^{\frac{3}{4}} + 5) = y^{\frac{1}{4}}(4y^{\frac{15}{4}} + y^{\frac{3}{4}} + 5) \quad f(x) = 4x^4 + 5 + 5\sqrt{x}$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}) = 0.$$

$$x \geq 0.$$

$$x + 6 + 20 + 10\sqrt{x+6} = 4(30 - x - y^2) - y + 4\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$$

$$x + 26 + 10\sqrt{x+6} - 120 + 4x + 4y^2 + y = 4\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$$

$$5x - 94 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x+6} = 4\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{30-x-y^2}$$

$$5(x+6) = 124 + 4y^2 + y + 10\sqrt{x+6}$$

$$\frac{1}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\div \{a_n\}: a_5 = 6x + 18, a_7 = (x^2 - 4x)^2, a_{11} = -3x^2 = -3x^2$$

$$ad = x^2(x-4)^2 - 6x - 18$$

$$a_8 = \frac{6x + 18 - 3x^2}{2} = x^2(x-4)^2 + \frac{x^2(x-4)^2 - 6x - 18}{2}$$

$$6x + 18 - 3x^2 = 3x^2(x-4) - 6x - 18$$

$$12x + 3$$

$$4x + 12 - x^2 - x^2(x-4)^2 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$