



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Пусть a_1 - первый член; d - разность прогрессии. Тогда из условий имеем систему:

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$6d = 9x^2 + 9x - 6$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d;$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x = 2d$$

$$5x^2 + 9x - 6 - 9x^2 + (x^2 - 2x)^2 = \\ = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x$$

$$\begin{cases} 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d \\ 2(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x = 4d \end{cases}$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - 18x + 12$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = (3x - 3)^2 + 3$$

$$(x^2 - 2x)^2 = 3(x^2 - 2x) + 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 2x)^1 = t; \quad \text{тогда } t^2 - 3t - 4 = 0;$$
$$t = \{1; 4\};$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x = \{1; 1 \pm \sqrt{5}\}$$

$$\text{Ответ: } 1; 1 \pm \sqrt{5}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

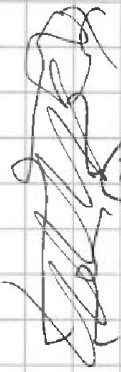
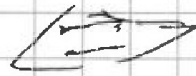


1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

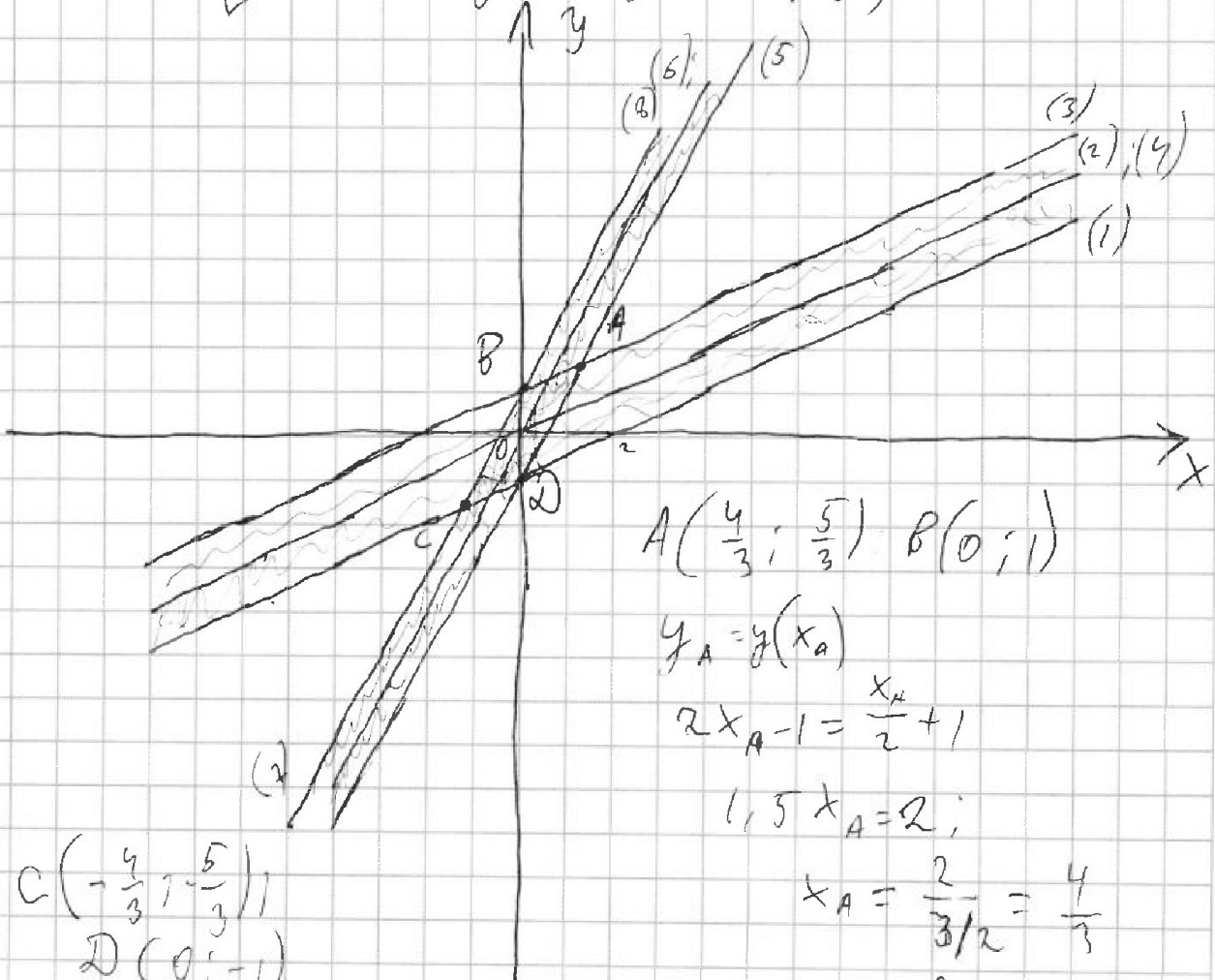
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y \geq \frac{x-2}{2} & (1) \\ x \geq 2y & (2) \\ y \leq \frac{x+2}{2} & (3) \\ x \leq 2y & (4) \\ y \geq 2x-1 & (5) \\ x \geq y/2 & (6) \\ y \leq 2x+1 & (7) \\ x \leq y/2 & (8) \end{cases}$$



$$A\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right) \quad B(0; 1)$$

$$y_A = y(x_A)$$

$$2x_A - 1 = \frac{x_A}{2} + 1$$

$$1,5x_A = 2;$$

$$x_A = \frac{2}{3/2} = \frac{4}{3}$$

$$y_A = \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$C\left(-\frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$$

$$D(0; -1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

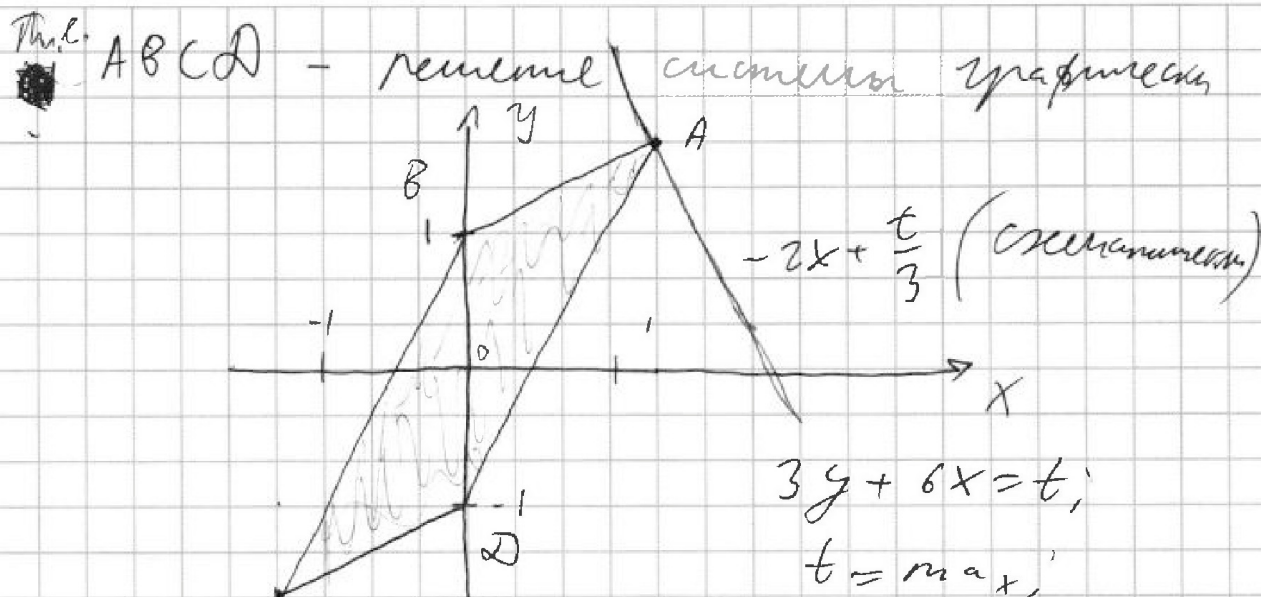
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Что если я буду находить t ,
таким, что $y = -2x + \frac{t}{3}$ пересекает
график системы. Эта линия
показана на рисунке выше, она
проходит через точку $A(\frac{4}{3}; \frac{5}{3})$;

$$\frac{5}{3} = -2 \cdot \frac{4}{3} + \frac{t}{3};$$

$$5 = -8 + t; \quad \boxed{t = 13} \quad \left(\text{при } x = \frac{4}{3}; \right. \\ \left. y = \frac{5}{3} \right)$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом рассмотрим
все варианты $(m+2n=11; m+2n=11p;$
 $m+2n=11p^2; m+2n=p)$ и найдем
единственное решение: $m=5; n=3$.
Ответ: $m=5; n=3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☒ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{3} A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) =$$

$$= (m+2n)(2n+m-7) = 11p^2$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(2n^* + m + 9) = 75q^2$$

Случай 1: $m+2n = 11$; $2n+m-7 = p^2$

$$11-7 = p^2; \quad p=2; \quad A=44$$

$$B = mn(11+3) = 75q^2 = 4mn = 15q^2$$

$$\div 4 \Rightarrow q=2$$

$$\begin{cases} mn=15 \\ m+2n=11 \end{cases}$$

$$m=5; n=3 \quad B=300$$

$$(m;n): (5;3)$$

Случай 2: $m+2n = p^2$; $2n+m = 18 \Rightarrow$

m - четное число $m.k. \quad 2n \div 2; 18 \div 2$

По логике $p=2 \quad m=2; n=1$

- невозможно

Случай 3: $m+2n = p$;

$$p-7 = 11p \quad 10p = -7; \quad p \in \emptyset$$

Случай 4: $m+2n = 11p$

$$11p-7 = p \quad 10p = 7 \quad p \in \emptyset$$

Других случаев нет $p.k. \parallel p^2; 11; p^2; 11p$ - все делители числа $11p^2$ (кроме 1; $m+2n$ очевидно $\neq 1$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow \triangle YAZ$ - равнобедренный; $YA = ZA = 3$

$$\frac{AC}{AY} = \frac{2ZM}{YZ} = 2 \quad (\text{по доказанному})$$

$$ZM = YZ = 4$$

$$\frac{ZM}{2} + 1 = \frac{BZ}{3}; \quad 6 + 3ZM = 2BZ;$$

$$BZ = 9$$

$$\frac{AX}{ZM} = \frac{AB}{BZ} = \frac{12}{9} = \frac{AX}{4}; \quad AX = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{BM}{BX} = \frac{ZM}{AX} = \frac{4}{16/3} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{BC}{2BX} = \frac{3}{4}; \quad BC = \frac{3}{2} \cdot BX; \quad BX = 2XC;$$

$BC = 3XC$. Y и Z обозначены на рисунке. $\frac{AZ}{\sin \alpha} = \frac{YZ}{\sin (80^\circ - 2\alpha)}$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

(По теореме синусов $\triangle AYZ$)



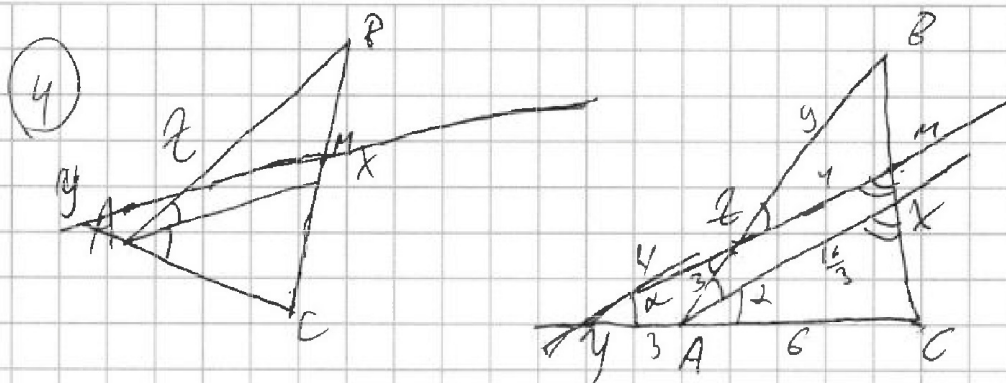
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$; AX - бис-са; $MY \parallel AX$;
 M - с.р. BC ; $MY \cap (AC) = Y$; $MY \cap AB = Z$
 $AC = 6$; $AZ = 3$; $YB = 4$.

Найти: BC

Решение: Запишем теорему Менелая.

Для $\triangle ABC$ и прямой ZM :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{AZ} = \frac{AC + YA}{YA} = 1 + \frac{AC}{YA}$$

Для $\triangle YMC$ и прямой AB :

$$\frac{AC}{AY} \cdot \frac{YZ}{YM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1$$

$$\frac{AC}{AY} = \frac{YZ \cdot BM}{YM \cdot BC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.К. AX - биссектриса $\angle A$; то $\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$.

$\triangle BZM \sim \triangle ABX$ по двум углам см.

м.с. - м.к. $ZM \parallel AX \Rightarrow$

$$\frac{AB}{BX} = \frac{BZ}{BM}$$

$$\frac{2ZM}{YZ} + 1 = \frac{BZ}{AZ}$$

$$\frac{ZM}{2} + 1 = \frac{BZ}{3}; \quad | \cdot 6;$$

$$6 + 3ZM = 2BZ.$$

$$\frac{AB}{AX} = \frac{BZ}{ZM} \quad \text{м.к. } \triangle BZM \sim \triangle ABX$$

$$\frac{3+BZ}{BZ} = \frac{AX}{ZM}; \quad ZM = AX \cdot \frac{BZ}{BZ+3}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}; \quad AB = 6 \frac{BX}{XC}; \quad \frac{AB}{BX} = \frac{6}{XC} =$$

$$= \frac{BZ}{BM} = \frac{6}{XC}$$

$$\frac{BZ}{ZM} = \frac{AB}{AX}$$

$$\angle MZA = \angle XAC \quad \left(\begin{array}{l} \text{соответв. при } ZM \parallel AX \\ \text{и сек. } YC \end{array} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{4,5 + \sqrt{17}} - \sqrt{4,5 - \sqrt{17}} + 7 \approx 8,5$$
$$2 \sqrt{14 + \frac{25 + 15\sqrt{17}}{2}} - \frac{25 + \sqrt{17} \cdot 10 + 17}{4} \approx 8,5.$$

$$2) \sqrt{4,5 + \sqrt{17}} - \sqrt{4,5 - \sqrt{17}} \approx 8,5$$
$$2 \sqrt{14 + \frac{25 - 5\sqrt{17}}{2}} - \frac{42 - 10\sqrt{17}}{4} \approx 8,5.$$

$$3) \sqrt{4,5 - \sqrt{14}} - \sqrt{4,5 + \sqrt{14}} + 7 \approx 8,5.$$
$$2 \sqrt{14 + \frac{25 + 5\sqrt{14}}{2}} - \frac{39 - 10\sqrt{14}}{4} \approx 8,5.$$

Таким образом полученные корни
при проверке являются решением
системы. С учетом, что $x \leq y$
имеем ответ:

Ответ: ~~$\left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}, \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right)$~~
 $\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{5-\sqrt{17}}{2}\right), \left(\frac{5}{2} + \sqrt{14}, \frac{5}{2} + \sqrt{14}\right)$
в паре (x, y)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5 (5)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm 3}{4} = 4; 5/2.$$

$$\left[\begin{array}{l} 4t = 5/2 \\ 4t = 4; \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{(7-x)(x+2)} = 4 \\ \sqrt{(7-x)(x+2)} = 5/2. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 14 + 5x - x^2 = 16 \\ 14 + 5x - x^2 = 25/4; \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 14 + 5x - x^2 = 25/4; \\ x^2 - 5x + \frac{25 - 56}{4} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 5x + \frac{25 - 56}{4} = 0 \\ x^2 - 5x + 2 = 0. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 5x + 2 = 0 \\ 4x^2 - 20x + 31 = 0 \Rightarrow D = 400 + 16 \cdot 31 = 896 = 4 \cdot 224 = 16 \cdot 56 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2} \\ x_{3,4} = \frac{20 \pm 4\sqrt{56}}{8} = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 4x^2 - 20x + 31 = 0 \Rightarrow D = 400 + 16 \cdot 31 = 896 = 4 \cdot 224 = 16 \cdot 56 \\ x_{3,4} = \frac{20 \pm 4\sqrt{56}}{8} = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2} \\ x_{3,4} = \frac{20 \pm 4\sqrt{56}}{8} = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2} \end{array} \right.$$

Помните, что других корней

НЕТ. Рассмотрим уравнение.

$$(2) \quad x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y},$$

Уравнение (его график) симмет-

ричен относительно прямой $y = x$

в координатах xOy , т.е. $x=y$

— решение уравнения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 5 (5)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уравнение определено только при $x, y \geq 0$ (т.к. должны быть определены $\sqrt{2x}$ и $\sqrt{2y}$) При делении соответственно на x и y левые и правые части уравнения приходим к следующему квадратному уравнению с отрицательными коэффициентами. Таким образом корни отрицательны.

$$\begin{aligned} x &= \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{14} \end{aligned} \quad x \geq 0 \Rightarrow x = \left\{ \frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5}{2} + \sqrt{14} \right\}$$

~~1) $\sqrt{4,5 + \sqrt{17}} \approx \sqrt{9,5 + \sqrt{17}} \approx 3,5$~~
 ~~$= 2\sqrt{14} + \frac{25 + 5\sqrt{17}}{2} \approx 23$~~
 ~~$\sqrt{4,5 - \sqrt{17}} \approx \sqrt{9,5 - \sqrt{17}} \approx 2,2$~~
 ~~$= 2\sqrt{14} + \frac{25 - 5\sqrt{17}}{2} \approx 2$~~

2) ~~$\sqrt{5 + \sqrt{17}} \approx \sqrt{4,5 - \sqrt{17}} \approx 3,5$~~
 ~~$= 2\sqrt{14} + \frac{42 - 10\sqrt{17}}{4} \approx 6$~~
 ~~$\sqrt{5 - \sqrt{17}} \approx \sqrt{4,5 + \sqrt{17}} \approx 3,5$~~
 ~~$= 2\sqrt{14} + \frac{42 + 10\sqrt{17}}{4} \approx 21$~~

Проверка годна...



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 5 (5)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

(2) $x=y$ — решение уравнения;
Значит при $x=y$ из (1) верно (СЛЕДСТВИЕ)

(2) при $x, y \geq 0$ в силу ОДЗ (2)

(1) $\Leftrightarrow x=y$;

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$t \quad u \quad t+7 \quad 2ut$

$$\begin{cases} t - u + 7 = 2u \\ u + t = 9 \end{cases}$$

$$(u+t)^2 = 16 + t - u;$$

$$t, u \geq 0; u = \sqrt{9-t^2};$$

$$t - \sqrt{9-t^2} + 7 = 2t\sqrt{9-t^2}$$

$$t+7 = (2t+1)\sqrt{9-t^2}$$

$$\sqrt{9-t^2} = \frac{t+7}{2t+1} = \frac{1}{2} \frac{(2t+1) + 6,5}{2t+1};$$

$$\sqrt{9-t^2} = \frac{1}{2} + \frac{6,5}{2t+1}$$

$$(2t+1)u = t+7; \quad u = \frac{t+7}{2t+1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

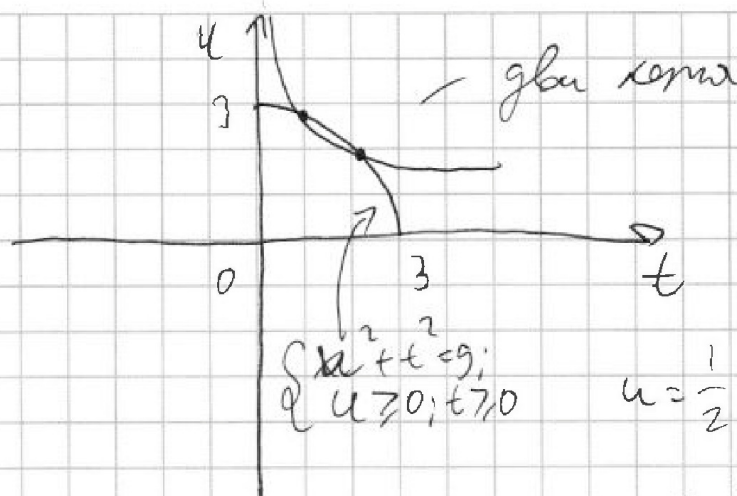
5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$u = \frac{1}{2} + \frac{6,5}{2t+1} = \frac{t+7}{2t+1}$$

$$(2t+1)\sqrt{9-t^2} = t+7;$$

$$9-t^2 = \frac{t^2+14t+49}{4t^2+4t+1};$$

$$(4t^2+4t+1)(9-t^2) = t^2+14t+49;$$

$$\begin{cases} t-u = 2u-7; \\ t^2+u^2=9; \end{cases}$$

$$9-2ut = 4u^2t^2-28ut+49;$$

$$ut = \varepsilon$$

$$9-2\varepsilon = 4\varepsilon^2-28\varepsilon+49;$$

$$4\varepsilon^2-26\varepsilon+40=0;$$

$$2\varepsilon^2-13\varepsilon+20=0;$$

$$\Delta = 169-160=9;$$

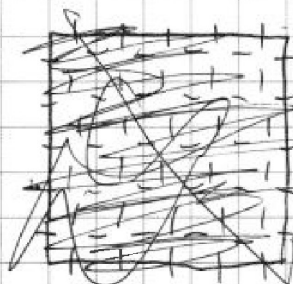


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В квадрате 5×5

36 точек в узлах

связи.

Всего выбрано 36 узлов

можно $36 \cdot 35 = 1260$ связей

но в этом числе
дублирующиеся

Ответ: ~~1260~~

В квадрате 10×10 121
узловая точка. Число связей

выбрано 36 из них $121 \cdot 120$;

а число связей с точками 30

выбора равно $\frac{121 \cdot 120}{4} = 121 \cdot 30$
 $= 3630$ связей.

Ответ: 3630 связей



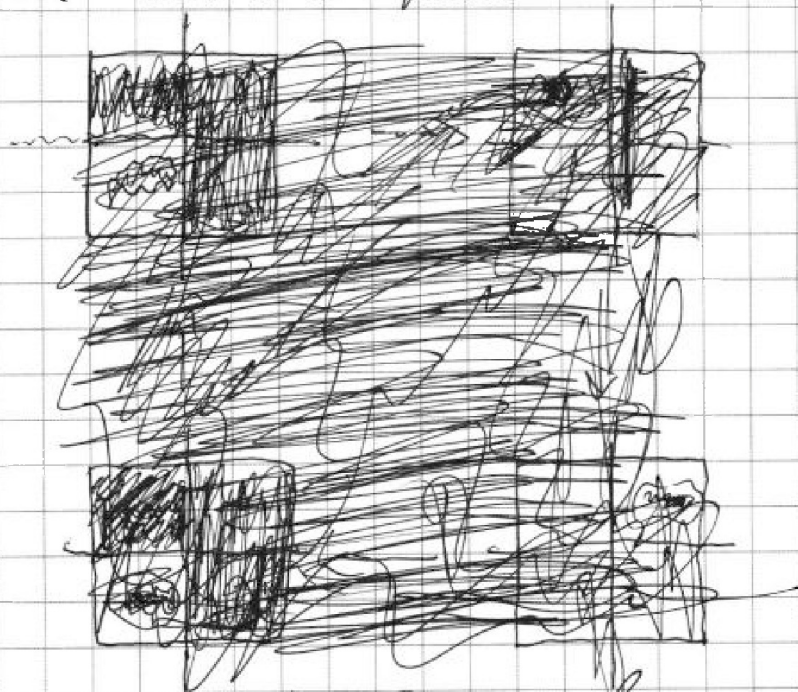
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

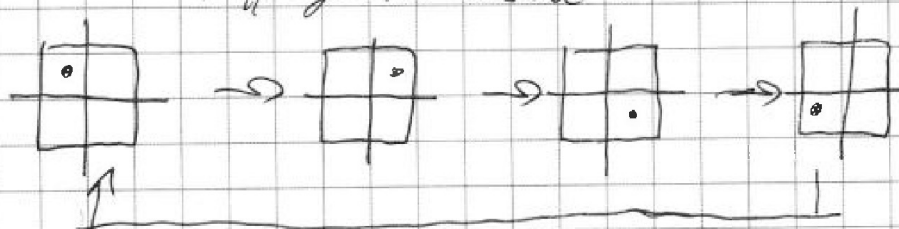
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 6) Заметим, что условие «поворот» сокращает число вариантов ровно в 4 раза, ведь по оси симметрии квадрата имеется ровно две оси симметрии.



4 «Однимановые расстановки»



Значит нам достаточно найти число расстановок в квадрате 10×10 и это будет ответом умноженным на 4

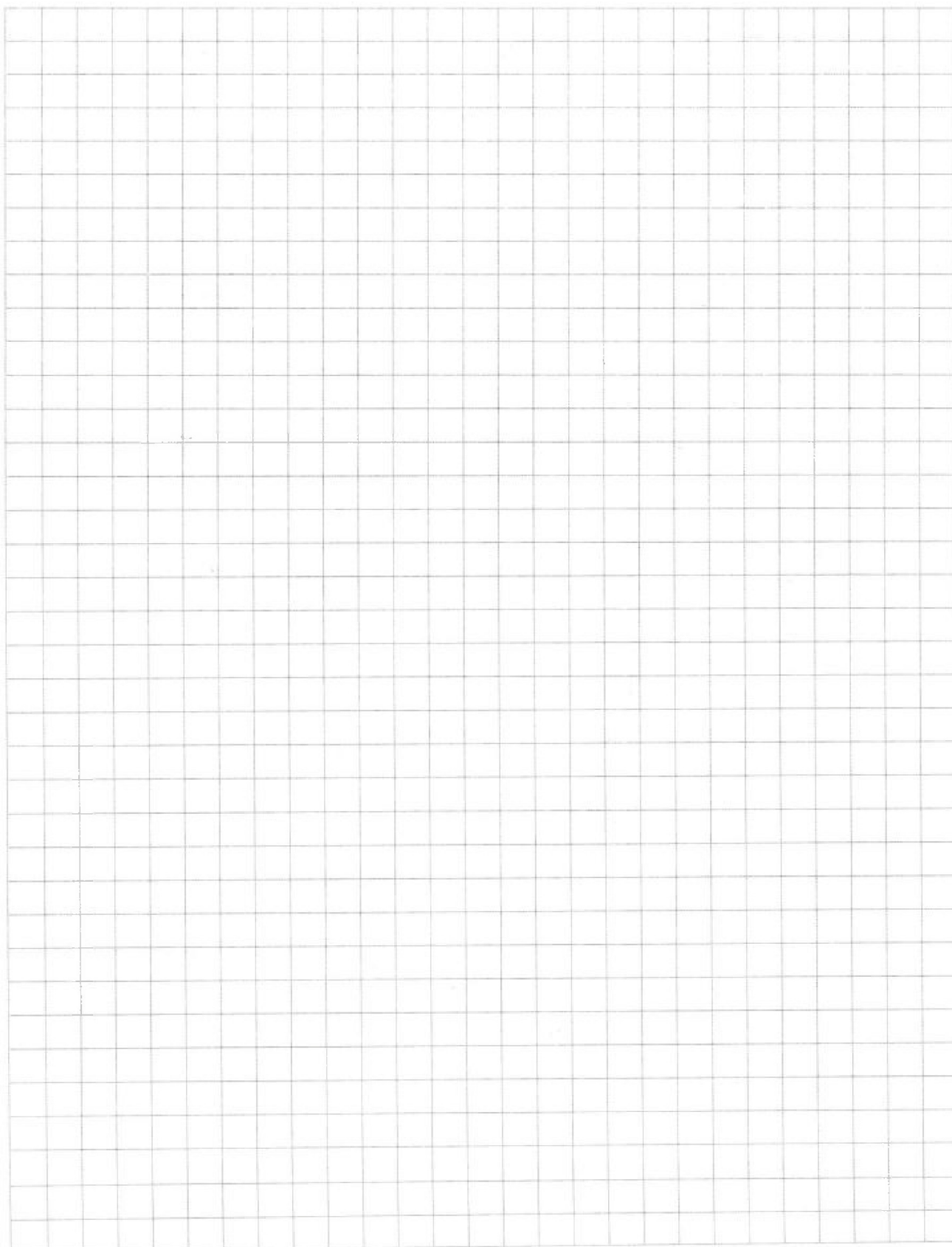


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме косинусов для $\triangle ABC$:

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \alpha} = \\ &= \sqrt{36 + \frac{256}{9} - 12 \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{36 + \frac{256}{9} - \frac{4 \cdot 16 \cdot 2}{3}} = \\ &= \sqrt{36 - \frac{128}{9}} = \sqrt{\frac{324 - 128}{9}} = \sqrt{\frac{196}{9}} = \\ &= \frac{14}{3} = \frac{BC}{3} \quad (\text{по доказанному}) \Rightarrow \boxed{BC = 14} \end{aligned}$$

Ответ: 14