



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

u1

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

⇐

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = x^2(x^2 + 4x + 4) & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (1): a_1 + 8d - (a_1 + 2d) = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$4d = 2x^2 - 2x - 2$$

подставим в (1)

$$a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4$$

подставим в (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что при $x = -1$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$-2 = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$x = -1$ — корень уравнения.

Теперь разложим уравнение по м. Безу:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline - 2x - 2 \\ - - 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ x^3 + 3x^2 - 2 \end{array} \right. \quad (x = -1 - \text{корень})$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$x = -1$ является корнем $x^3 + 3x^2 - 2 = 0$

$$(x^3 + 3x^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0)$$

Разложим $x^3 + 3x^2 - 2$ по т. Безу.

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ - x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline - 2x - 2 \\ - - 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x+1 \\ x^2 + 2x - 2 \end{array} \right.$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$$

$$= (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x = -1$$

$$x = -1$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} =$$

$$\text{Ответ: } x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3} = -1 \pm \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

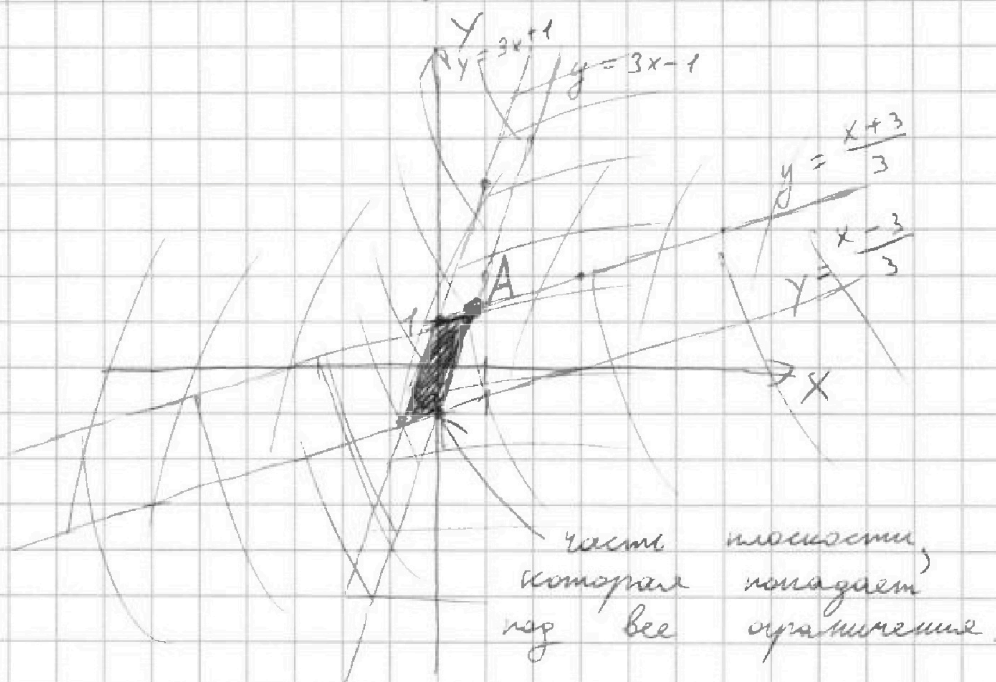
W 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$4y + 6x \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \\ 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \\ y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

Отобразим эти ограничения на координатной плоскости



Заметим, что у закрашенной части плоскости точка максимума X и максимума Y совпа-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дает и находится в т. А. (в любой другой точке принадлежащей закрашенной части плоскости одновременно и X и Y меньше чем в т. А $\Rightarrow$ в т. А будет максимум $4y + 8x$ т.к. эта функция непрерывно зависит от обеих переменных).

т. А — точка пересечения $y = 3x + 1$ и

$$y = \frac{x+3}{3} \Rightarrow \text{решаем т. А:}$$

$$3x - 1 = \frac{x+3}{3}$$

$$2\frac{2}{3}x = 2$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3-3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$A\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right) \quad X_{\max} = \frac{3}{4} \quad Y_{\max} = \frac{5}{4}$$

$$4y + 8x \rightarrow \max$$

$$4 \cdot \frac{5}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = 5 + 6 = 11$$

Ответ: максимальное значение $4y + 8x$ при данных ограничениях 11.



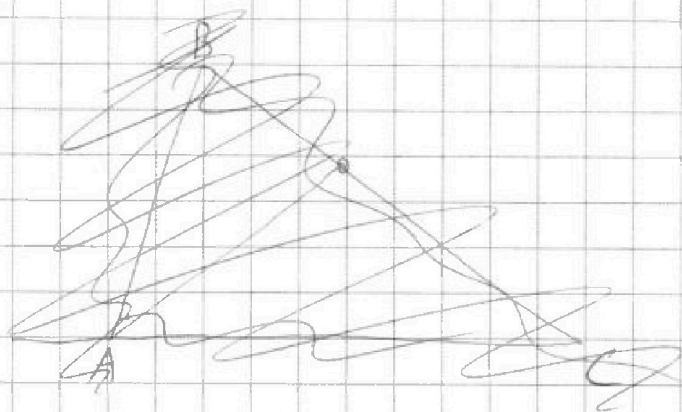
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

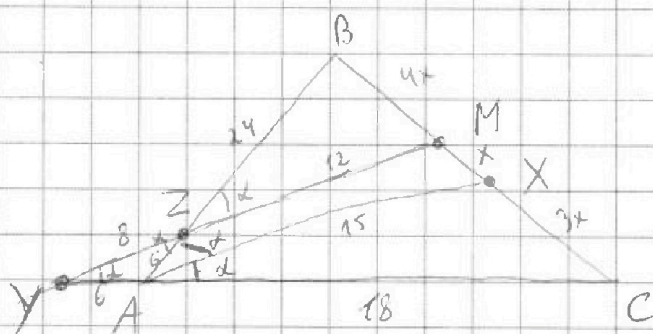
СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



W4



1) $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$
(AX - биссектриса)

$\angle BZM = \angle BAM = \alpha$
(ZM || AX; соответственные)

$\angle BZM = \angle YZA = \alpha$
(вертикальные)

$\angle YAZ = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 2\alpha$
(смежные)

$\angle ZYA \stackrel{||}{=} 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha$
(по сумме углов в $\triangle$)

Дано

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$

$BM = MC$

AX - биссектриса
ZM || AX

BC = ?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ &\triangle YAZ - \text{равнобедренный} \\ &(\angle ZYA = \angle AZY = \alpha) \\ &\Downarrow \\ &ZA = YA = 6 \end{aligned}$$

2) по м. Менелая

$$\begin{aligned} \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} &= 1 \\ 1 \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} &= 1 \quad (CM=MB \Rightarrow \frac{CM}{MB}=1) \\ &\Downarrow \\ BZ &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \triangle BZM \sim \triangle BAX \\ (\angle B - \text{общий}; \angle BZM = \angle BAX = \alpha) \end{aligned}$$

$$\Downarrow \quad \frac{ZM}{AX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = \frac{BM}{BX}$$

$$\Downarrow \quad ZM = 4y \quad AX = 5y$$

$$\Downarrow \quad BM = \frac{1}{2} BC \quad (4x = CM \text{ по условию})$$

$$\Downarrow \quad BX = x$$

$$\begin{aligned} 4) \triangle YMC \sim \triangle AXC \\ (\angle MYA = \alpha = \angle XAC; \angle C - \text{общий}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Downarrow \quad CX &= CM - BX = \\ &= 4x - x = 3x \\ (CM &= \frac{1}{2} BC = 4x) \end{aligned}$$

$$\Downarrow \quad \frac{XA}{YM} = \frac{XC}{CM} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5y}{4y+8} = \frac{3}{4} \Rightarrow 20y = 12y + 24$$

$$y = 3$$

$$AX = 15$$

$$ZM = 12$$

$$YM = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) По теореме косинусов для $\triangle YAZ$

$$AZ^2 = YZ^2 + AY^2 - 2 \cdot YZ \cdot AY \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$36 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

~~6) По теореме косинусов для $\triangle AXC$~~

$$\begin{aligned} XC^2 &= AX^2 + AC^2 - 2 \cdot AX \cdot AC \cdot \cos \alpha \\ 9x^2 &= 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3} \\ 9x^2 &= 225 + 324 - 360 \end{aligned}$$

6) По теореме косинусов для $\triangle YMC$

$$MC^2 = 400 + 576 - 2 \cdot 20 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3}$$

$$MC^2 = 376 - 640$$

$$MC = \sqrt{336}$$

$$BC = 2\sqrt{336}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что у большинства раскрасок 4 способа получения (без поворота, с поворотом на 90° , с поворотом на 180° , с поворотом на 270°), но есть такие и те, у которых 2 способа получения. Т.к. центр квадрата не двигается при повороте, то все рисунки (раскраски) симметричные относительно центра квадрата, будут иметь лишь 2 способа получения (без поворота и с поворотом на 90°), т.к. если повернуть на 180° , то эта раскраска будет такой же как и без поворота. (пары симметричных узлов 40, т.к. всего узлов 81 и все кроме центрального состоит в симметричных парах $\Rightarrow$ пар 40).

$$\text{Всего способов раскрасок} = C_{81}^2 = \frac{81!}{79!2!} = 3240$$

из них 3200 способов для раскраски имеющих 4 способа получения и 40 способов для раскрасок имеющих 2 способа получения

$$\text{Желаемая раскраска} = \frac{3200}{4} + \frac{40}{2} = \underline{\underline{820}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + d \cdot 2 = 3x + 3 \\ a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$324 + 225 - 2 \cdot 16 \cdot \frac{5}{3} = 360$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 \\ a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^2(x^2 + 4x + 4) \\ a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases}$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 = 3(x^2 - x - 1)$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\Downarrow$$
$$a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4 = -(x^2 - 4x - 4)$$

$$\cancel{-x^2 + 4x + 6 + 4x^2 - 4x - 12 = 3x^2}$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{при } x = -1 \quad x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 =$$

$$= 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$$\Downarrow$$
$$x = -1 - \text{корень уравнения}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \Rightarrow 2x - 2 \\ - 2x + 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \overline{) x^3 + 3x^2 - 2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) &= \\ &= x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 = \\ &= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= (x+1) \cdot (x^3 + 3x^2 - 2) = \\ &= (x+1) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + 2x - 2) = 0 \end{aligned}$$

$$(x+1)$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$-1 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ - x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline - 2x - 2 \\ - 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \overline{) x^2 + 2x - 2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= x^3 + 2x^2 - 2x + x^2 + \\ &+ 2x - 2 = x^3 + 3x^2 - 2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

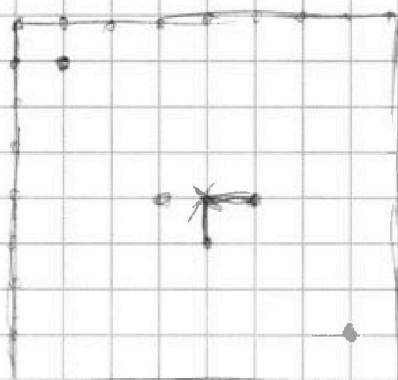
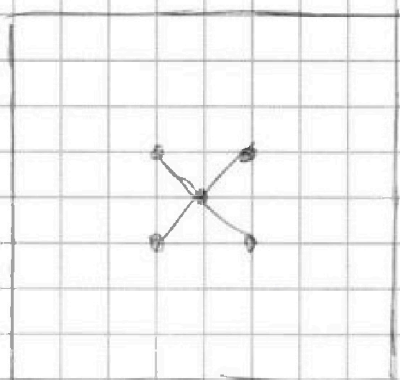
☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.

$$C_{81}^2 = \frac{81!}{2! \cdot 79!} = \frac{80 \cdot 81}{2} = 3240$$

$$\begin{array}{r} 63-3 \\ 32 \\ + 126 \\ \hline 158 \\ + 2016 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 4 \\ \hline 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3200 \overline{) 4} \\ \underline{1800} \end{array}$$

из них, 40 - 2 см.

$$\begin{array}{r} 2016 - 32 = 1984 \\ \underline{32} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1984 \overline{) 4} \\ \underline{16} \\ 38 \end{array}$$

1984

$$x+1 + 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6-y$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-4y^2} \\ x^4 + 5x^2 + \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^4 - x^4 + 5(y^2 - x^2) + \sqrt{y} - \sqrt{x} &= 0 \\ (y^2 - x^2) \cdot (y^2 + x^2) + 5(y^2 - x^2) &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - y^4 = (x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) = (x - y) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y) = (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y)$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (x + y) \cdot (x^2 + y^2)$$

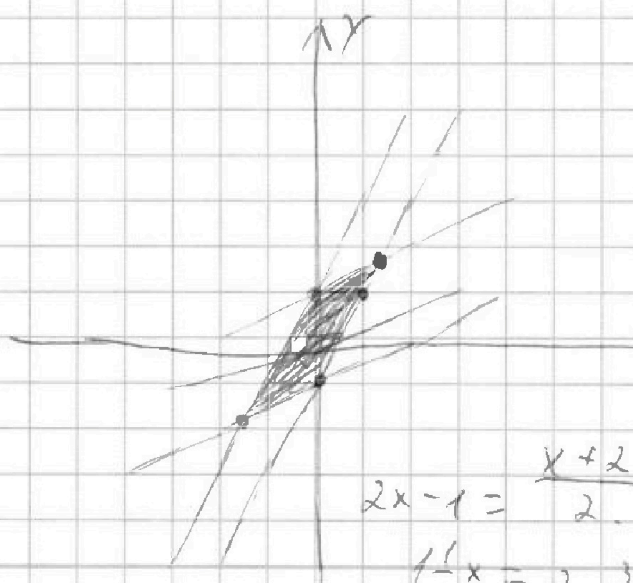
$$(x^2 - y^2) - (x^2 + y^2)^2 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$|x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & y = \frac{x+2}{2} \\ x - 2y \geq -2 & y = \frac{x+2}{2} \\ 2x - y \leq 1 & y = 2x - 1 \\ 2x - y \geq -1 & y = 2x + 1 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} 2x - 1 &= \frac{1}{2}x \\ \frac{1}{2}x &= 1 \\ x &= 2 \\ y &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$2x - 1 = \frac{x+2}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = 2 \quad \frac{3}{2}x = 2$$

$$\begin{aligned} \frac{2-6}{3} + 3 &= \frac{1}{3} = 5 \\ y &= \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3} \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4y + 8x &\rightarrow \max \\ 4(y + 2x) &\rightarrow \max. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1): \quad |x - 3y| &\leq 3 \\ -3 &\leq x - 3y \leq 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2): \quad |3x - y| &\leq 1 \\ -1 &\leq 3x - y \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4 &\leq 4x - 4y \leq 4 \\ -1 &\leq x - y \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 & y \geq 3x - 1 \\ 3x - y \geq -1 & y \leq 3x + 1 \\ x - 3y \leq 3 & y \geq \frac{x-3}{3} \\ x - 3y \geq -3 & y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x - y &= 1 \\ y + 1 &\leq x \leq y + 1 \\ y &= 3x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4y + 8x &\rightarrow \max, 25x = 1 \\ 12y + 8 &\rightarrow \max \\ x &= \frac{2}{5} \\ 2x &= \frac{x+3}{3} \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} &= \frac{x}{6} \\ \frac{1}{6}x &= 1 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$2\frac{2}{3}x = 2$$

$$\frac{8}{3}x = 2$$

$$\begin{aligned} 8x &= 6 \\ x &= \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$y = 3 \cdot \frac{3}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} y &= 3 \cdot \frac{7}{5} - 1 \\ \frac{x+3}{3} &= 3x - 1 \\ \frac{x}{3} + 1 &= 3x - 1 \\ 2 &= 2\frac{1}{3}x \\ x &= \frac{6}{7} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$

$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$

$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{YA}{YA+18} = 1$

$\frac{XC}{18} = \frac{BX}{6+BZ}$

$Bx = \frac{30}{18} XC$ $18 Bx = 30 XC$

$Bx = \frac{5}{3} XC$ $\frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$

$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{1}{4} = 1$

$BZ = 24$

$6^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$

$36 = 64 + 36 - 96 \cos \alpha$

$96 \cos \alpha = 64$

$\cos \alpha = \frac{64}{96} = \frac{32}{48} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$225 + 324 - 360$

$225 - 36$

$\sqrt{336}$

$9x^2 = 324 + AX^2 - 2 \cdot AX \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$

$9x^2 = 324 + AX^2 - 24AX$

$18^2 =$

$AX^2 = 24AX + 324 - 9x^2$

$24^2 = 4 \cdot 324 + 36x$ 2324



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - y^2 = t$$

$$(x-y)(x+y) = t$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5$$

$$(x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 + y^2)t + 5t + \frac{t}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 0$$

$$x+3 = y+3$$

$$t = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x^2 + y^2 + 5}$$

$$x^2 + 2x + 4 = y^2 + 2y + 4$$

$$(x-y)(x+y) + 2(x-y) = 0 \quad (x-y)(x+y+2) = 0$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 6 - y = 2(6+5x-y^2) -$$

$$- 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$20\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{6x-y-xy+6} = -2y^2 + 11x + 12 + y - 7 + 25 + 18$$

$$\frac{t^2}{x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}} = \frac{t^4}{y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}} = -2y^2 + 11x + y + 30$$

$$\sqrt{5x+6-x^2} = 5$$

$$5x+6-x^2 = 25$$

$$x = y$$

$$\frac{8}{4} - 6 = -15$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{12}{8} = \frac{3}{2} \right] \quad x^2 - 5x + \frac{45}{4} = 0$$

$$D = 25 - 15 = 10$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$D = 324 - 4 \cdot 16 \cdot 4 = 36$$

$$\frac{1}{x+1} - 2\sqrt{(5x+6-x^2)} + 6-x = 2\sqrt{4 \cdot (6+5x-x^2)} -$$

$$x+1 - 2t + 6-x = 4t^2 - 20t + 25 \quad 4t^2 - 18t + 18 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W5

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2): x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

003
 $x > 0$
 $y > 0$

$$x = y$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 6-x = 4(6+5x-y^2) - 20\sqrt{6+5x-y^2} + 25$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = \sqrt{(x+1)(6-x)} = t \quad t > 0$$

$$x+1 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 36$$

$$t_{1,2} = \frac{18 \pm 6}{8} = \left[\frac{3}{2}, 1,5 \right]$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 3 \Rightarrow x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 1,5$$

$$x^2 - 5x - \frac{15}{4} = 0$$

$$D = 25 + 15 = 40$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 2,5 \pm \sqrt{10}$$

Ответ:

$$\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right)$$

$$\left(\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{13}}{2} \right)$$

$$(2,5+\sqrt{10}; 2,5+\sqrt{10})$$

$$(2,5-\sqrt{10}; 2,5-\sqrt{10})$$