

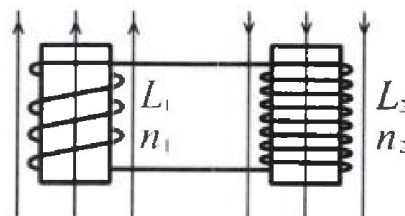
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

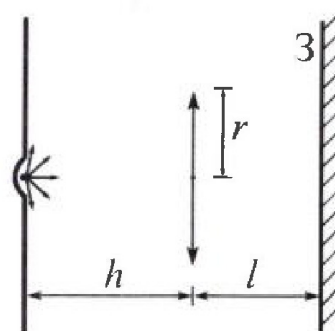


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $у\pi$, где $у$ - целое число или простая обыкновенная дробь.



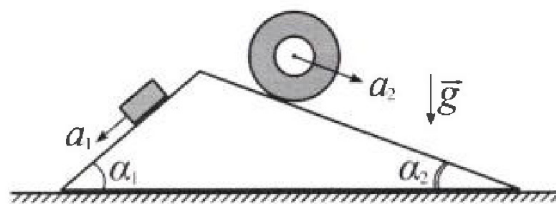
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

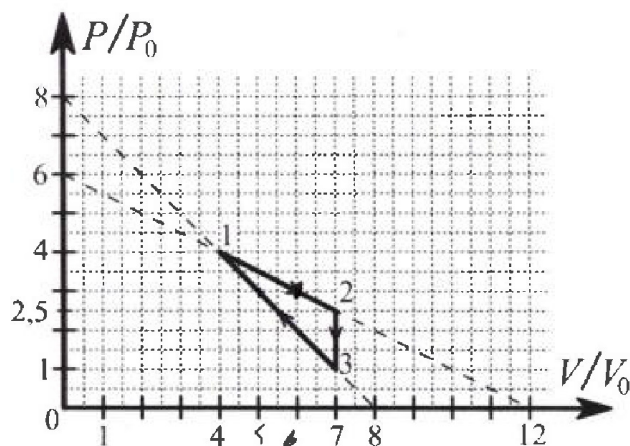


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

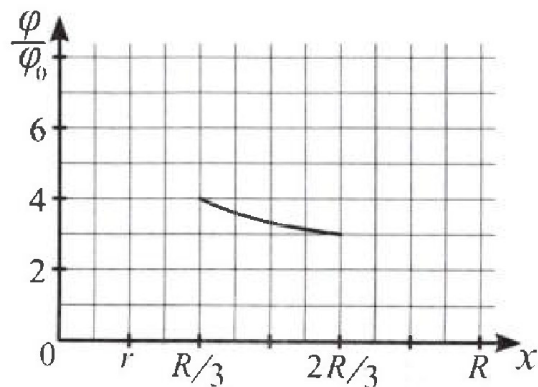
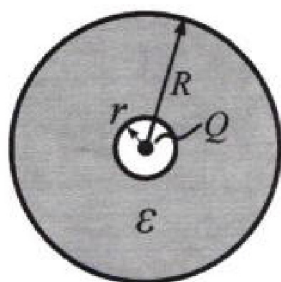
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2}gh = \frac{1}{2} \cdot 1,5 p_0 \cdot 3V_0 = 2,25 p_0 V_0 \quad -5+7=3$$

$$\frac{3}{2} p_0 V_0 (2,5 \cdot 7 - 7) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 p_0 V_0 \quad -10+8=-2$$

$$\frac{3}{2} p_0 \cdot 7V_0 / (2,5-1) = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{-4p_0 + 7p_0}{-8p_0 + 6p_0} > 0$$

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V + 6p_0 \quad v = 12V_0$$

$$-18 + 36 = 18$$

$$-\frac{p_0}{V_0} V + 12p_0 = 3 \frac{p_0}{V_0} V - 18p_0$$

$$\frac{3}{2} + \frac{p}{-\frac{p_0}{V_0} V + 6p_0} = 0$$

$$30p_0 = 4 \frac{p_0}{V_0} V$$

$$V = \frac{15}{2} V_0$$

$$\frac{3}{2} = \frac{p}{\frac{p_0}{V_0} V - 6p_0} \Rightarrow 2p = \frac{3p_0}{V_0} V - 18p_0$$

2

$$\frac{3}{2} + \frac{-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V + 6p_0}{-\frac{p_0}{V_0} V + 6p_0}$$

$$-\frac{p_0}{V_0} V + 12p_0 = 3 \frac{p_0}{V_0} V - 18p_0$$

$$4 \frac{p_0}{V_0} V = 30p_0$$

$$V = \frac{30V_0}{4} = \frac{15}{2} = 7,5V_0$$

$$\frac{3}{2} + \frac{-2p_0 + 6p_0}{-4p_0 + 6p_0} = 0$$

$$\frac{3}{2} (2,5 p_0 \cdot 7V_0 - 16p_0 \cdot V_0) =$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} p_0 V_0 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6,5 = \frac{3}{2} \cdot 6,5$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6,5 = \frac{3}{2} \cdot 6,5 \quad \frac{3}{2} (3p_0 \cdot 5V_0 - 16p_0 V_0) =$$

$$\Rightarrow 6 \frac{p_0}{V_0} V + 24p_0 = 2 \frac{p_0}{V_0} V - 16p_0$$

$$= -\frac{3}{2} p_0 V_0$$

$$8 \frac{p_0}{V_0} V = \frac{40}{5} p_0 \quad V = 5V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1:

$$a_1 = \frac{5g}{13}$$

$$a_2 = \frac{5g}{24}$$

$$d_1; d_2; m; g$$

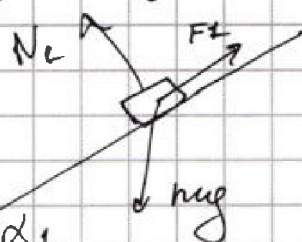
$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

$$F_3 - ?$$

1) Клин в покое $\Rightarrow A_{\text{клина}} = 0 \leftarrow \text{ускорение клина}$.

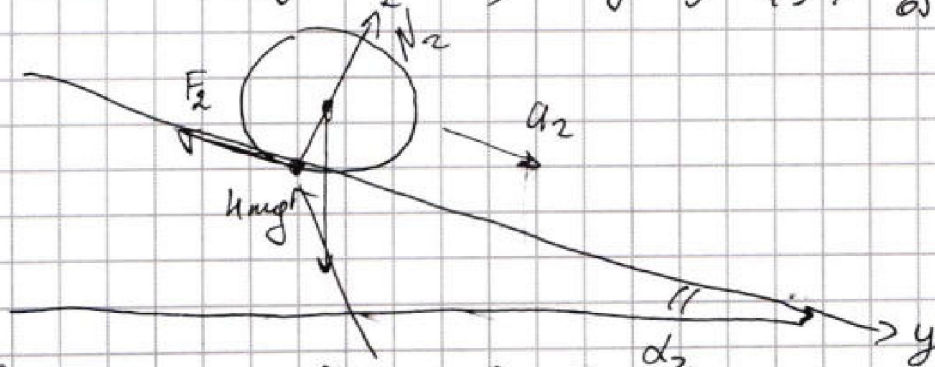
По 2-му Закону Ньютона для m :



$$\text{Ох: } ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$$

2)



Когда нет проскальз: скорость точки касания равна 0 (отн. клина) $\Rightarrow P_{F_2} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 0$

$\Rightarrow F_2$ — перпендикулярна.

По 2-му (3-й — закон Ньютона):

$$\text{Оу: } 4ma_2 = 4mg \sin \alpha_2 - F_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = 4m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 4mg \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) =$$

$$= 4mg \cdot \frac{24 \cdot 5 - 5 \cdot 13}{24 \cdot 13} = \frac{120 - 65}{6 \cdot 24 \cdot 13} \cdot 55 \cdot 4mg =$$

$$= \frac{55}{13 \cdot 6} mg = \frac{55}{78} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

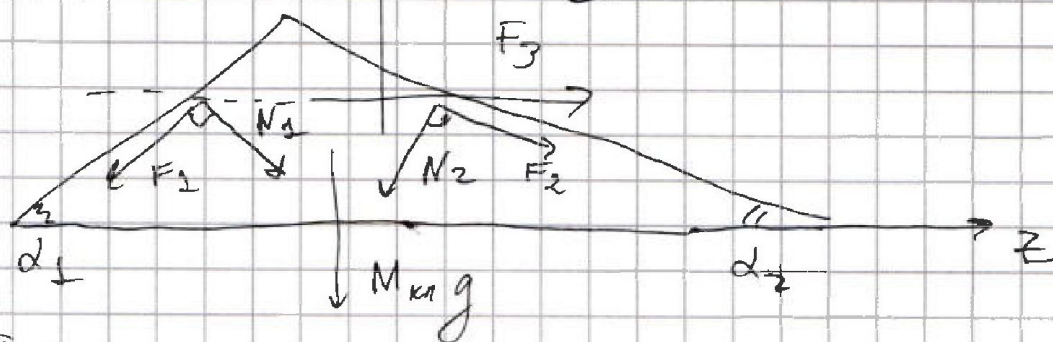
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) F_3 действующую на систему:

Система

$N_{\text{ср}}$

с учетом 3го закона Ньютона



Поскольку

F_3 направлено вправо, то и N_1 и N_2 , очевидно, что

$$N_1 = m_1 g \cdot \cos \alpha_1 ; N_2 = m_2 g \cos \alpha_2$$

234:

$$0 = F_3 + F_2 \cdot \cos \alpha_2 + N_1 \cdot \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 - F_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$\Rightarrow F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cdot \cos \alpha_1 - N_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 =$$

$$= \frac{4m_2 g \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2}{2} + \frac{m_1 g \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1}{2} - m_1 g \cdot \cos \alpha_1 -$$

$$- \frac{m_2 g \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1}{2} - \left(\frac{4m_2 g \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{2} - 4m_2 g \cos \alpha_2 \right) =$$

$$= 4m_2 g \cos \alpha_2 - m_1 g \cos \alpha_1 = m \left(\frac{4 \cdot 5}{24} g \cdot \frac{12}{13} - \frac{5g}{13} \cdot \frac{4}{5} \right) =$$

$$= m g \left(\frac{10}{13} - \frac{4}{13} \right) = \frac{6}{13} m g$$

Ответ: 1) $\frac{14}{65} m g$
2) $\frac{55}{78} m g$

3) $\frac{6}{13} m g$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично для процесса 1-3:

$$P_{1-3} = \frac{3}{2} VR + \frac{-\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0}{-2\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0} VR = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\frac{P_0}{V_0} V - 8P_0}{-2\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0} \Rightarrow V_{13}^* = 5V_0 \leftarrow \text{пусть это будет точка 3}^*$$

$$\Rightarrow Q_{1-3} = AU_{1-3} = p(V_{13}^*) = -\frac{P_0}{V_0} \cdot 5V_0 + 8P_0 = 3P_0$$

$$\Rightarrow Q_{1-3}^* = AU_{1-3}^* + A_{1-3} = \frac{3}{2} VR(T_3^* - T_4) + \frac{1}{2} (3P_0 + 4P_0) V_0 = -\frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{7}{2} P_0 V_0 = 2P_0 V_0$$

$$Q_{23} < 0, \text{ т.к. } T_2 > T_3, A_{23} = 0$$

$$\Rightarrow \eta_{цикл} = \frac{2,25 P_0 V_0}{\frac{3}{2} 12 P_0 V_0 + 2 P_0 V_0} = \frac{2,25}{14} = \frac{9}{56}$$

Ответ: 1) 2 3) $\frac{9}{56}$
2) $\frac{9}{8}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $n_{\text{цикла}} = \frac{A_{\text{цикла}}}{Q_{\text{нагр.}}}$ Найдем $p_{13}(V)$ аналогично пункту 2:

$$p_{13}(V) = -\frac{\partial p_0}{\partial V_0} V + 8p_0 = -\frac{p_0}{V_0} V + 8p_0$$

Рассмотрим малый процесс:

$$dQ = C \cdot dT = dU + \delta A, \quad \delta A = p dV, \quad dU = \frac{3}{2} \nu R dT$$

$$\Rightarrow C \cdot dT = \frac{3}{2} \nu R dT + p dV \Rightarrow C = \frac{3}{2} \nu R + p \frac{dV}{dT}$$

$$\frac{dT}{dV} = T'(V) \Rightarrow C = \frac{3}{2} \nu R + \frac{p}{T'(V)}$$

$$\text{Для } 1-2: \left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V^2 + 6p_0 V \right) \frac{1}{pR} = T_{12}(V)$$

$$\text{Для } 2-3: \left(-\frac{p_0}{V_0} V^2 + 8p_0 V \right) \frac{1}{pR} = T_{23}(V)$$

$$T'_{12}(V) = \left(-\frac{p_0}{V_0} V + 6p_0 \right) \frac{1}{pR}$$

$$T'_{23}(V) = \left(-\frac{2p_0}{V_0} V + 8p_0 \right) \frac{1}{pR}$$

Услов:

$$C_{12} = \frac{3}{2} \nu R + \frac{p_{12}(V)}{\left(-\frac{p_0}{V_0} V + 6p_0 \right)} \cdot \nu R$$

если $C > 0$, то $dQ > 0$
если $C < 0$, то $dQ < 0$

$$C_{12} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{-p_{12}(V)}{-\frac{p_0}{V_0} V + 6p_0}$$

$$\Rightarrow V_{12}^* = 7,5 V_0 \leftarrow \text{объем при котором происходит смена знака } dQ, \text{ до } 7,5 V_0 \text{ } dQ_{12} > 0.$$

$$\Rightarrow Q_{H12} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (2,5 p_0 + 4 p_0) \cdot 3 V_0 =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 + \frac{3}{2} \cdot 6,5 p_0 V_0 = \frac{3}{2} \cdot 8 p_0 V_0 = 12 p_0 V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Работа газа за цикл:

$$A_{\text{цикла}} = \oint \Delta U_{123} = \frac{1}{2} \cdot \Delta V_{13} \cdot \Delta p_{23} = \frac{1}{2} \cdot 3V_0 \cdot 1.5p_0 = 2.25p_0V_0.$$

Менее корректно модуль приращение внутр. энергии в процессе 2-3:

$$|\Delta U_{23}| = \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_3 = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_3 V_3 = \frac{3}{2} \cdot 1.5p_0 \cdot 7V_0 - \frac{3}{2} \cdot p_0 \cdot 7V_0 = 1.25 \cdot 7 p_0 V_0$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta U_{23}|}{A_{\text{цикла}}} = \frac{1.25 \cdot 7 p_0 V_0}{2.25 p_0 V_0} = 7.$$

$$T_2 = \frac{11 p_0 V_0}{\nu R}$$

2) Ур. состояния газа в 1: $4p_0 \cdot 4V_0 = \nu R T_1$

Процесс 1-2 задается уравнением прямой вида

$$y = kx + b, \text{ в нашем случае: } k = -\frac{6p_0}{12V_0} = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0}$$

$$b = 6p_0 \Rightarrow p_2(V) = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot V + 6p_0.$$

Рассмотрим ~~малый участок процесса~~ 1-2: Попробуем это в ур. состоянии идеального газа:

$$\left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot V + 6p_0\right) V = \nu R T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(V) = \left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot V^2 + 6p_0 \cdot V\right) \frac{1}{\nu R} \leftarrow \text{парабола, ветви вниз}$$

$$\text{ищем вершину: } V_0 = \frac{-6p_0}{-p_0} V_0 = 6V_0 \leftarrow \text{находим по 1-2.}$$

$$\Rightarrow T_{\text{max}} = T(V_0) = \left(-\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot 36V_0^2 + 6p_0 \cdot 6V_0\right) \frac{1}{\nu R} =$$

$$= \frac{18 p_0 V_0}{\nu R}. \text{ Итого: } \frac{T_{\text{max}}}{T_1} = \frac{18 \frac{p_0 V_0}{\nu R}}{\frac{11 p_0 V_0}{\nu R}} = \frac{9}{11}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Найдём потенциал в точке $\frac{R}{3}$, аналогично пункту 1:

$$\varphi_{\frac{R}{3}} = \frac{6kQ}{R} - \frac{3kQ}{\varepsilon R} = \left(6 - \frac{3}{\varepsilon}\right) \frac{kQ}{R} = 4\varphi_0 \quad (1)$$

по формулу

с другой стороны:

$$\Delta\varphi\left(\frac{R}{3} \rightarrow \frac{2R}{3}\right) = -\varphi_0 = -\int_{\frac{R}{3}}^{\frac{2R}{3}} \frac{kQ dx}{\varepsilon x^2} = -\frac{kQ}{\varepsilon} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_{\frac{R}{3}}^{\frac{2R}{3}} =$$

↑
изменение потенциала
при переходе от $\frac{R}{3}$ к $\frac{2R}{3}$

$$= -\frac{kQ}{\varepsilon} \left(-\frac{3}{2R} + \frac{2 \cdot 3}{2R}\right) = \frac{kQ}{\varepsilon R} = -\frac{3kQ}{2\varepsilon R}$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{3}{2} \frac{kQ}{\varepsilon R}, \text{ подставим в (1):}$$

$$6 \frac{kQ}{\varepsilon R} = \left(6 - \frac{3}{\varepsilon}\right) \frac{kQ}{R} \Rightarrow \frac{6}{\varepsilon} = 6 - \frac{3}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{\varepsilon} = 6 \Rightarrow \varepsilon = \frac{3}{2}$$

Ответ: 1) $\frac{kQ}{R} \left(6 - \frac{2}{\varepsilon}\right)$

2) $\frac{3}{2}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

1) По определению: $d\varphi = -E \cdot dx$

$$E(0 \rightarrow r) = \frac{kQ}{x^2}; \quad E(r \rightarrow R) = \frac{kQ}{x^2}$$

или при $x \in (0; r)$

или при $x \in (r; R)$

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_r} d\varphi = - \int_0^r \frac{kQ}{x^2} dx$$

$$\varphi_r - \varphi_0 = -kQ \cdot \left(-\frac{1}{x} \Big|_0^r \right) = -kQ \cdot \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{0} \right) = ?$$

$$\Rightarrow \varphi_r - \varphi_0 = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{0}; \quad \varphi_0 = \frac{kQ}{\infty}; \quad \infty \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \varphi_r = \frac{kQ}{r}$$

где ∞ — это предел при $Q \rightarrow \infty$.

$$\int_{\varphi_r}^{\varphi_{\frac{R}{4}}} d\varphi = - \int_r^{\frac{R}{4}} \frac{kQ}{x^2} dx = -\frac{kQ}{\varepsilon} \cdot \left(-\frac{1}{x} \Big|_r^{\frac{R}{4}} \right)$$

из графика: $r = \frac{R}{6}$

$$\Rightarrow \varphi_{\frac{R}{4}} - \varphi_r = -\frac{kQ}{\varepsilon} \cdot \left(-\frac{4}{R} + \frac{6}{R} \right) \quad \left(\begin{array}{l} \text{а при} \\ r > \frac{R}{4} \text{, то} \end{array} \right)$$

$$\varphi_{\frac{R}{4}} = \frac{kQ}{\varepsilon r}$$

$$\Rightarrow \varphi_{\frac{R}{4}} = \varphi_r + \frac{4kQ}{\varepsilon R} - \frac{6kQ}{\varepsilon R} = \varphi_r - \frac{2kQ}{\varepsilon R}$$

$$= \frac{6kQ}{\varepsilon R} - \frac{2kQ}{\varepsilon R} = \frac{kQ}{\varepsilon R} \left(6 - 2 \right)$$

Если $\frac{R}{4}$ будет, то при $r < \frac{R}{4}$

$$\varphi_{\frac{R}{4}} = \frac{kQ}{\varepsilon r} + \frac{4kQ}{\varepsilon R} - \frac{kQ}{\varepsilon R}$$



На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$ имено:

$$5L \cdot I_{\text{кон}} = \frac{19 B_0 S n}{6} \Rightarrow I_{\text{кон}} = \frac{19 B_0 S n}{30 L}$$

Ответ: 1) $\frac{n S d}{5L}$; 2) $\frac{19 B_0 S n}{30 L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

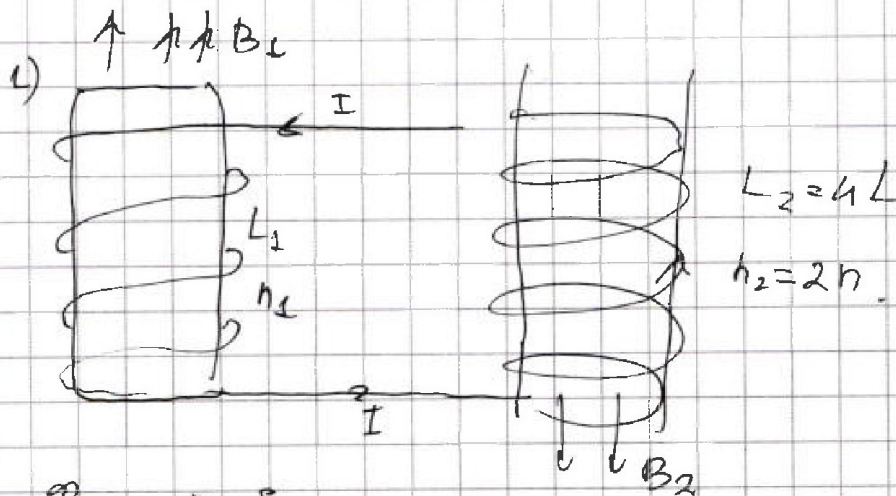
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$L_1 = L$
 $L_2 = 4L$
 $n_1 = n$
 $n_2 = 2n$
 S



1) ~~дана~~

$\frac{dI}{dt} = ?$

d

2) ~~Искомое~~

Φ

поиск вектора B через n и L

$\Phi_1 = B_1 S \cdot n_1$, аналогично:

$$\Phi_2 = B_2 S n_2$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = -\mathcal{E}; \quad \mathcal{E} = I \cdot R; \quad R = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 0 \Rightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = 0$$

$$\mathcal{E}_i = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = -\frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Rightarrow B_1 \Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2 = B_1 n_1 S + \underbrace{B_2 n_2 S}_{\text{const}}$$

$$\Phi_E = n_1 S \cdot d$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = -n_1 S d \Rightarrow \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{n_1 d \cdot S}{5L} = \frac{n S \cdot d}{5L}$$

2) Аналогично вышесказанному:

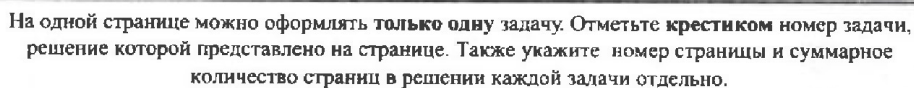
$$\mathcal{E}_i = L_1 \cdot \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = -\frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2) dI = -d\Phi_E \leftarrow \text{проинтегрируем!}$$

$$(L_1 + L_2) \cdot \Delta I = -\Delta \Phi_E; \quad \Delta I = I_{\text{кон}} - 0$$

$$\Delta \Phi_E = \Delta \Phi_1 + \Delta \Phi_2 =$$

$$= -\frac{B_0}{2} S n_1 + \left(-\frac{4}{3} B_0 S n_2 \right) = -\frac{19}{6} B_0 S n \Rightarrow$$



СТРАНИЦА

2 ИЗЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)

The diagram shows a horizontal beam of length $2L$ supported at its left end by a vertical wall. A vertical force $2F$ is applied at the left end. The beam is divided into two segments of length L each, with a force F applied at the midpoint. The right end of the beam is labeled $2F$. A dashed line represents the undeformed beam, and a solid line represents the deformed beam. The deflection at the midpoint is labeled δ . The deflection at the right end is labeled $\delta_{\text{св}}$. The diagram is labeled with "несвободная часть" (fixed part), "стенa" (wall), "шпала" (beam), "в силу симметрии отпав. луча" (due to symmetry of the beam), "несвободная часть" (fixed part), and "зеркально" (mirror).

несвободная часть

стенa

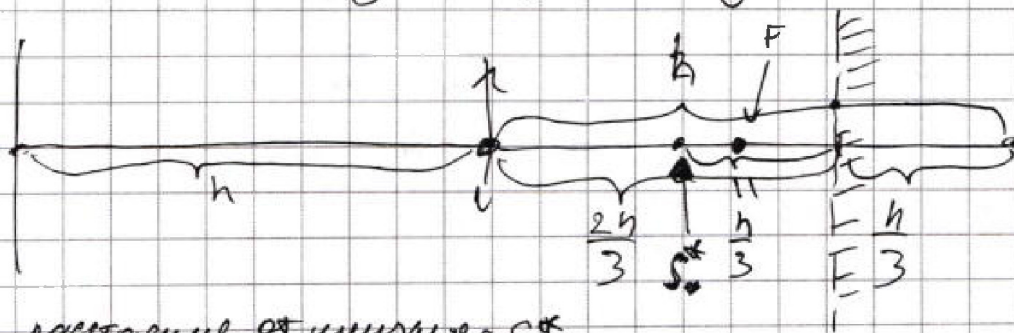
шпала

в силу симметрии отпав. луча

несвободная часть

зеркально

Луч вышедший из линзы и прошедший
через ~~линзу~~ "хочет" попасть в двойной фокус, но
его отзеркаливает зеркало и ~~он~~ ^{он} попадает на точку
 S^* (см. рис) ← эта точка теперь будет новым
действительным предметом для линзы.



расстояние от минуса до 5*:

$$d^* = \frac{h}{3} < F. \leftarrow \text{интерное изображение:}$$

№ 9711А:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d^*} - \frac{1}{f^*} \Rightarrow f^* = h$$

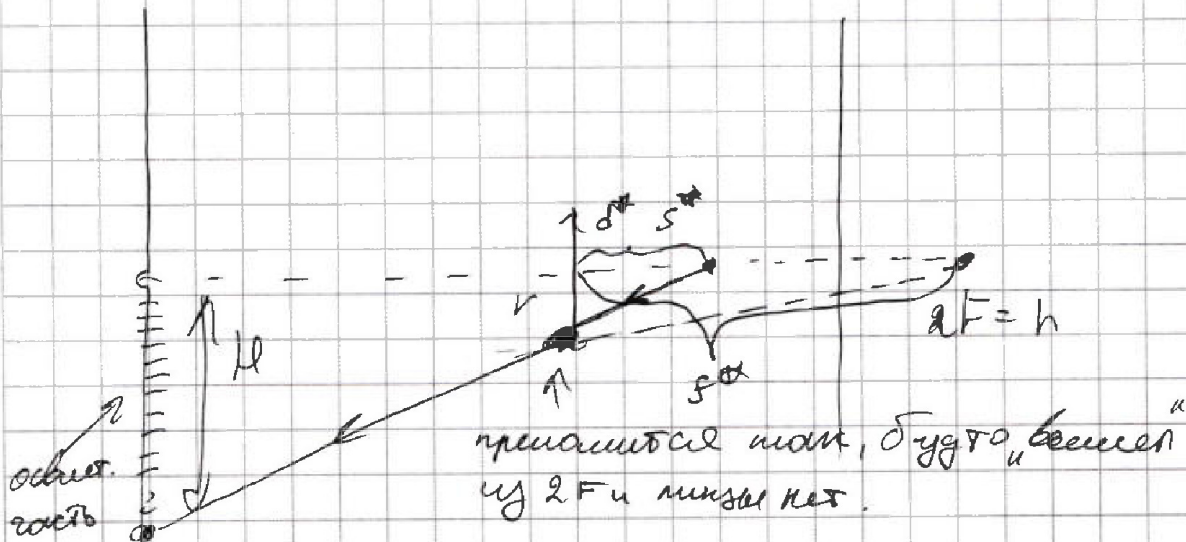


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Итого
Вид на стену:
Найдём H : $H = \frac{2h}{h} \cdot r = 6 \text{ см.}$

S_2 — внеш. часть
стены:

$$S_2 = \pi \cdot 4L^2 - \pi H^2 =$$
$$= \pi (4L^2 - H^2) =$$
$$= \pi \cdot (4 \cdot 25 - 36) \text{ см}^2 =$$
$$= 64\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 1) $24\pi \text{ см}^2$
2) $64\pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

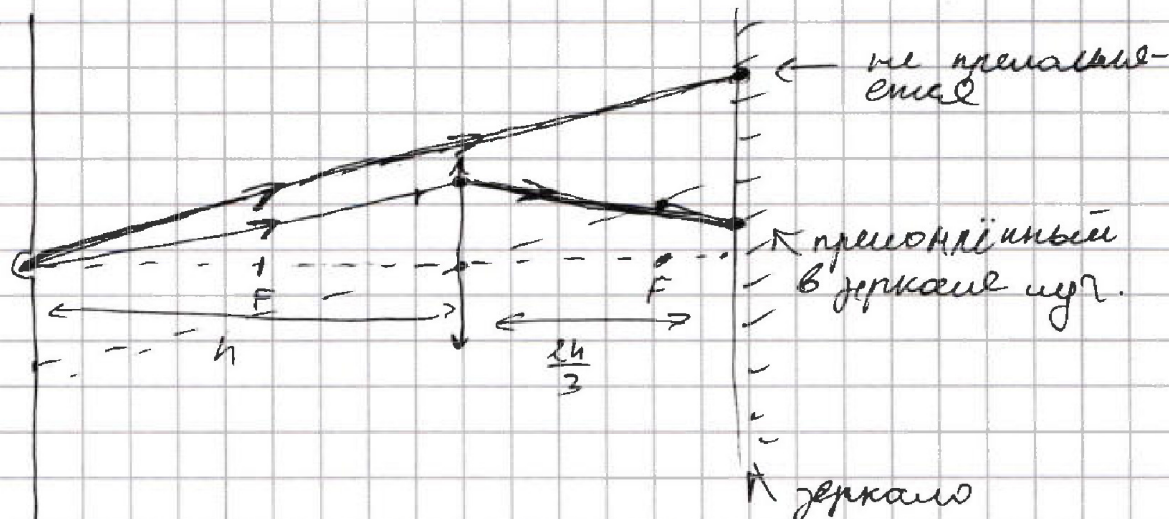
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

1)

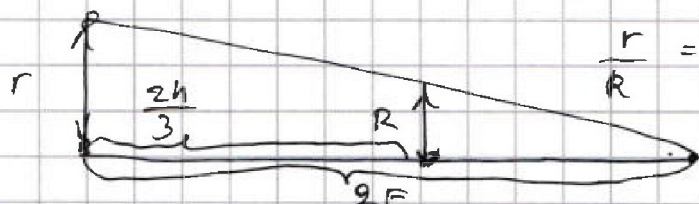


$$F = \frac{h}{2}; r = 3 \text{ см}; l = \frac{2h}{3}$$

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = 2F$$

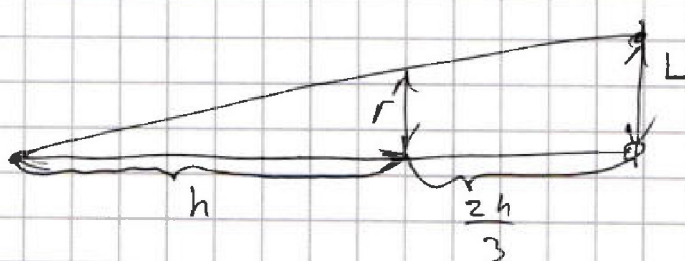
Получаем, рассматривая крайний луч, проходящий через край линзы:



$$\frac{r}{R} = \frac{2F}{2F - \frac{2h}{3}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{r}{3} = 1 \text{ см.}$$

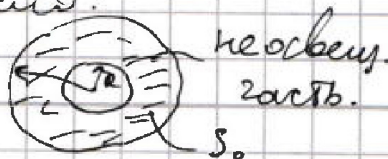
Для перелом. луча:



$$\frac{L}{r} = \frac{h + \frac{2h}{3}}{h}$$

$$\Rightarrow L = \frac{5}{3} r = 5 \text{ см. Вид на зеркало:}$$

$$S_0 = \pi L^2 - \pi R^2 = \pi (L^2 - R^2) = \pi \cdot (25 \text{ см}^2 - 1 \text{ см}^2) = 24\pi \text{ см}^2.$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

r, R, Q, φ $\varphi(r) = ?$ $\varphi_1 = \varphi_2, S \uparrow 2 +$

$\varepsilon = - \frac{d\varphi}{d\varphi}$

$\frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\varepsilon R} = \frac{kQ}{x}$

$\varphi_0 = \frac{kQ}{\varepsilon x}$

$\frac{-4}{12} + \frac{1}{r} = \frac{1}{\varepsilon x}$

$\varphi_0 = \frac{5kQ}{R}$

$\frac{kQ}{x} = \frac{3kQ}{2R}$

$\frac{20}{24} = \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13}$

$\frac{3kQ}{x} = \frac{4\varphi}{R}$

$\frac{3kQ}{2R} = \frac{3\varphi}{\varphi_0}$

$\varphi_0 =$

$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{kQ}{x} \rightarrow \frac{7kQ}{AR} + \varphi_A = \frac{5kQ}{R} \Rightarrow \varphi_A = \frac{5kQ}{R} - \frac{7kQ}{\varepsilon R} = \frac{5kQ}{R} \left(1 - \frac{7}{\varepsilon}\right)$

$\frac{4\varphi}{\varphi_0} = \frac{3kQ}{\varepsilon R} + \varphi_A$

$\frac{4}{\varphi_0} = \frac{3kQ}{\varepsilon R} \cdot \frac{3}{2}$

$\frac{4}{\varphi_0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{kQ}{\varepsilon R} + \varphi_A$

$\frac{4}{\varepsilon} = \frac{3}{2} \cdot 1 - \frac{1}{\varepsilon}$

$\frac{2}{\varepsilon} = 1 \Rightarrow \varepsilon = 2$



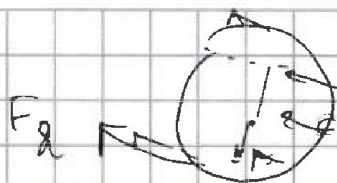
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B_0 \rightarrow \frac{B_0}{2}$$

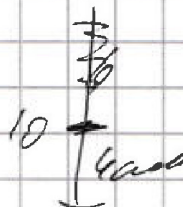


$$F_{\text{доп}} \cdot R = I \cdot \oint$$

$$\Phi_{\text{кон 1}} = \frac{B_0}{2} S n_1$$

$$\Rightarrow d\Phi_1 = -\frac{B_0}{2} S n_2$$

$$\Phi_{\text{кон 1}} = B_0 \cdot S n_2$$



$$\Phi_{\text{кон 2}} = \frac{2B_0}{3} S n_2$$

$$\Rightarrow d\Phi_2 = -B_0 S n_2 \cdot \frac{4}{3}$$

$$\Phi_{\text{кон 2}} = 2B_0 S n_2$$

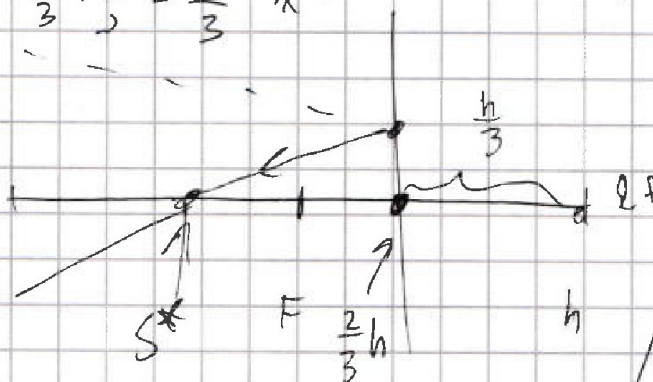
$$F_3 \quad N_1 \quad F_2$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{6}{3} \right) = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\Phi_0 S n}{2} - \frac{4}{3} B_0 S \cdot 2n = \frac{-1}{2} - \frac{8}{3} = \frac{-3-16}{6} = \left(\frac{-19}{6} \right)$$

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{h/3} = 3 \Rightarrow R = \frac{r}{3}$$

$$\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \lambda r$$



$$\frac{2}{h} = \frac{3}{h} - \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{h}$$

$$\vec{F}_{\text{доп}} + \vec{N} = 0$$

$$\sin \alpha \sin \beta = F_2 + m g_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

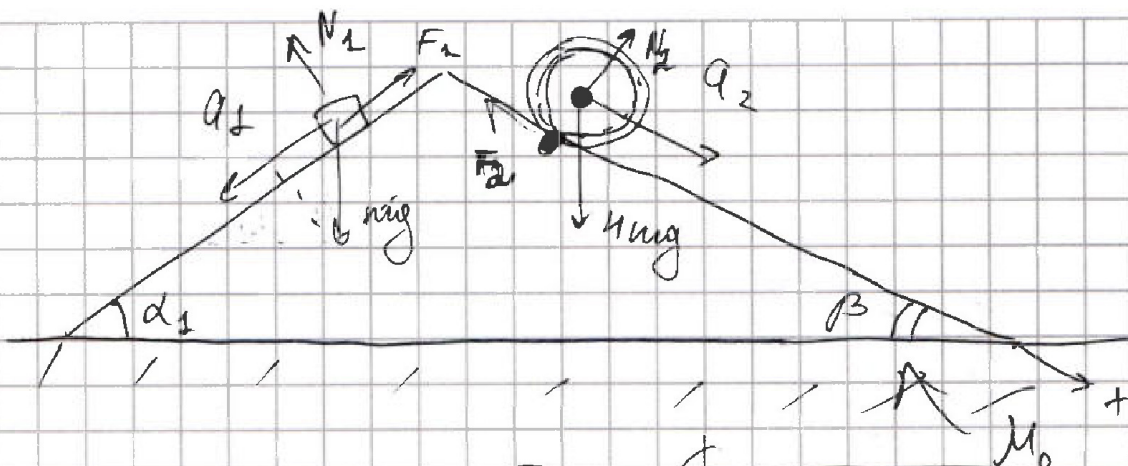
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1$$

$$2) \int_{\text{масс}} \frac{a_2 t^2}{2} ; \int_{\text{оп}} \frac{a_2 t^2}{2} = \omega \cdot R$$

$$v = \omega R \frac{100g}{c} \cdot \text{const}$$

$$v \left(\frac{a_2^2}{2} \right) \cdot \frac{100g}{c} \cdot \frac{1}{2} = \frac{100g}{c^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \omega$$

$$I = \sum m_i r_i^2 = 4mR^2$$

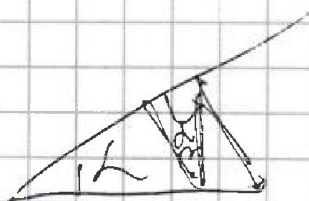
$$F_2 \cdot R = 4mR^2 \cdot \frac{a_2}{R}$$

$$\Rightarrow F_2 = 4m \cdot a_2$$

$$P_{F_2} = 0$$

$$4mg \sin \beta - F_2 = 4ma_2$$

$$F_2 = 4m(g \sin \beta - a_2) = g \cdot 4m \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{20} \right)$$



$$\frac{39}{3 \cdot 13 - 25} = \frac{14}{17.5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

1) По определению: $E = - \frac{d\varphi}{dx}$

$\Rightarrow d\varphi = -E dx$ откуда видно, что если E уменьшилось в ϵ раз, то и φ (потенциал) — уменьшился в ϵ раз. По графику видно, что $x = \frac{R}{4} > r$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{4}\right) = \frac{kQ}{\epsilon \cdot \frac{R}{4}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \frac{R}{4}} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0\epsilon R} \leftarrow \frac{Q}{\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow$$

или в общем виде:

$$\begin{cases} x > R, \text{ то } \varphi = \frac{kQ}{\epsilon x} \\ x \leq R, \text{ то } \varphi = \frac{kQ}{x} \end{cases} \quad (1)$$

для тех
значений:
 $\varphi(x) = \frac{kQ}{x}$

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{\epsilon x} + \varphi_A$$

2) Потенциал — функция непрерывная.

Участок от $\frac{R}{3}$ до $\frac{2R}{3}$ попадает полностью в

участок, где диэлектрик. $\epsilon = \epsilon$. Для точек $\frac{R}{3}$ и $\frac{2R}{3}$:

$$\frac{4\pi\epsilon}{\epsilon_0} \varphi_0 = \frac{3kQ}{\epsilon R} + \varphi_A$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{3kQ}{\epsilon R} \cdot \frac{3}{2}$$

$$3\varphi_0 = \frac{3}{2} \frac{kQ}{\epsilon R} + \varphi_A$$

Для точки $r = \frac{R}{6}$: $\frac{kQ}{R} = \frac{6kQ}{\epsilon R} + \varphi_A \Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{6kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \Rightarrow$$

Ответ: $\varphi = \frac{Q}{\pi\epsilon\epsilon_0 R}$

$$\Rightarrow \frac{3kQ}{\epsilon R} = \frac{6kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \Rightarrow \epsilon = 2.$$

2) $\epsilon = 2$.

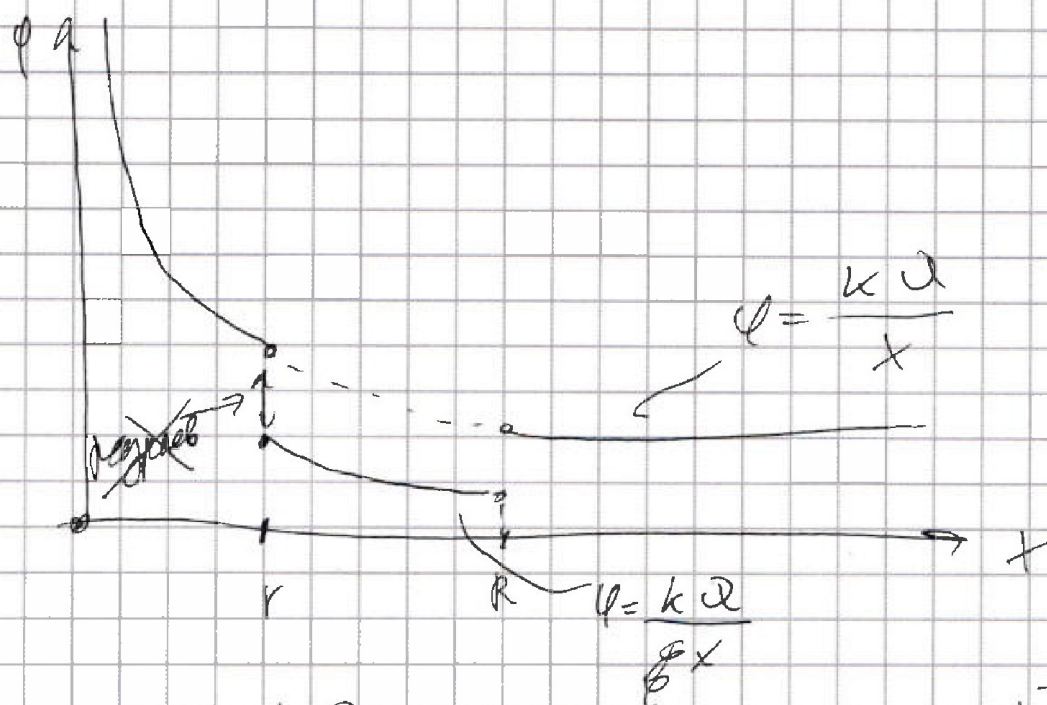


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$E(x) = \frac{kQ}{x^2}$$

$$\phi_r = \int_0^r \frac{kQ}{x^2} dx = kQ \int_0^r \frac{dx}{x^2} = \frac{-kQ}{r} + \frac{kQ}{0}$$

$$-\phi + \phi_0$$

$$\phi_r = \frac{kQ}{r}$$

$$\phi_r = \int_0^r \frac{kQ}{x^2} dx$$

$$\phi_r - \phi_R = \frac{kQ}{r} \left(-\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{R}$$