



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть ^{внешнего} n -угольника и вершин, тогда
сумма его углов равна $(n-2) \cdot 180^\circ$, причем
еще сумма углов равна $(132^\circ + (132^\circ + 2^\circ) + \dots + (132^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ))$.

$$\frac{132 + 132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = (n-2) \cdot 180$$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$(n-40)(n-9) = 0$$

$$(n-40)(n-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = 9 \end{cases}$$

Наиб. n , подходящий условию равен 40
Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| 0 + \frac{6}{13} \right| = \frac{6}{13}$$

$$\left| -1 + \frac{6}{13} \right| = \frac{7}{13}$$

$x=0$ ближе, чем $x=-1$, значит наш. значение ф-ции достигается при $x=0$.

$f(0) = 45$, тогда ~~значение~~ наш. значение

выр-я (1): $\frac{1}{9} \cdot f(0) = \frac{45}{9} = 5$.

~~Докажем~~ Т.к. $x=0$, то $z=-1$. Подставим

в исходное равенство $x=0, y=2, z=-1$

$$25^0 \cdot 75^2 \cdot 125^{-1} = 9 \cdot 5^4 \cdot 5^{-3} = 9 \cdot 5 = 45. \text{ Значит}$$

$x^2 + y^2 + z^2 = 5$ достигается

~~Решение~~ Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45.$$

$$\frac{x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125}{e} = \frac{\ln 45}{e}$$

$$\frac{x \ln 25}{e} \cdot \frac{y \ln 75}{e} \cdot \frac{z \ln 125}{e} = \frac{\ln 45}{e}$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

~~$$(5 \cdot 3)^x \cdot (5 \cdot 3)^y \cdot (5^3)^z = 5 \cdot 3$$~~

$$5^{2x} \cdot (5 \cdot 3)^y \cdot (5^3)^z = 5 \cdot 3$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5 \cdot 3$$

Т.к. $x, y, z \in \mathbb{Z}$, то $2x+2y+3z$ не может быть равно $5 \cdot 3$, ~~$5 \cdot 3$~~ $\alpha \cdot \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$, $\beta \neq 0$.

значит ~~$5 \cdot 3$~~

3^y в свою очередь, тоже не может быть равно $5 \cdot 3$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$, $\alpha \neq 0$, т.к. $y \in \mathbb{Z}$.

Значит $3^y = 3^2 \Leftrightarrow y = 2$. Подставим $y = 2$:

$$\frac{5^{2x+4+3z}}{5} \cdot 3^2 = 5 \cdot 3^2 \quad | : 3^2$$

$$\frac{5^{2x+4+3z}}{5} = 5. \text{ Т.к. } y=5 \text{ монотонно возр-я}$$

ф-ция то ур-е $y(a) = y(b)$ равносильно ур-ю $a = b$. Тогда.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + 4 + 3z = 1, \text{ Тогда } z = \frac{-2x-3}{3}$$

Подставим $x = 2$ и $z = \frac{-2x-3}{3}$ в выражение

$$x^2 + y^2 + z^2:$$

$$x^2 + 4 + \left(\frac{-2x-3}{3}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 12x + 9}{9}$$

$$= \frac{9x^2 + 36 + 4x^2 + 12x + 9}{9} = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45) \quad (1)$$

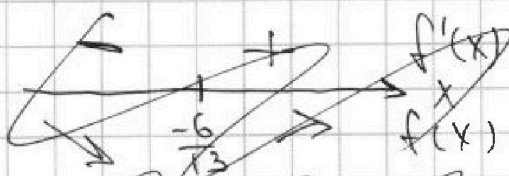
$f(x) = 13x^2 + 12x + 45$. Какому значению этой ф-ции.

$$f'(x) = 26x + 12$$

$$26x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-12}{26}$$

$$x = \frac{-6}{13}$$



$x = \frac{-6}{13}$ - экстрем. точка и т.д. Минимум, а значит в ней достигается мин. значение ф-ции.

рассмотрим т.к. $f(x)$ - квадратичная ф-ция с положительным старшим коэф-ом, то мин. значение

при целом x она будет достигаться при ближайшем к абсциссе вершины инт. $x_0 = \frac{-12}{2 \cdot 13} = \frac{-6}{13}$

$$-1 < \frac{-6}{13} < 0.$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $M = \{a, a+1, \dots, a+6\}, a \in \mathbb{N}$

$$S = a + (a+1) + \dots + (a+6) = \frac{2a+6}{2} \cdot 7 = 7a+21$$

Пусть p - это сумма ~~сумма~~ всех чисел, кроме числа $a+i$, $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Пусть q - это сумма всех чисел, кроме числа $a+j$, $j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Т.к. в сумме p и q отсутствует разное число, то $j \neq i$, тогда

$$p = S - a - i = 7a+21 - a - i = 6a+21 - i$$

$$q = S - a - j = 7a+21 - a - j = 6a+21 - j$$

Тогда согласно условию $p^2 - q^2 = 1080$

$$(p-q)(p+q) = 1080. \text{ Т.к. } 1080 > 0, p > 0, q > 0, \text{ то } p > q$$

$$6a+21-i > 6a+21-j \Leftrightarrow j > i$$

$$(6a+21-i + 6a+21-j)(6a+21-i - 6a+21+j) = 1080$$

$$(j-i) \cdot (12a+42-j-i) = 1080$$

т.к. $j > i$ и они принадлежат мн-ву $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

то $6 \geq j-i \geq 1$.

1) $j-i = 1$: $12a+42-j-i = 1080$, т.к. $j-i \leq 1$, то $j=i+1$

$$12a+42-1-2i = 1080$$

$$\frac{12a}{2} + \frac{42-1}{2} - i = \frac{1080}{2}$$

$$6a + 21 - i = 540$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $6a + 21 - i > 0$ ($\Rightarrow 6a + 21 \geq 27$, а $-i \geq -6$), то

данное ур-е не имеет решений в целых числах, ведь левая часть целая, а правая $\frac{1}{2}$, а правая чет.

2) $j - i = 2$: $2 \cdot (12a + 42 - 2 - 2i) = 1080 \quad | :4$

$6a + 21 - i = 270$

$i = 6a + 20 - 270 = 6a - 250 \equiv 2a \pmod{6}$ т.к.

$0 \leq i \leq 6$, то ~~$2a \equiv 0 \pmod{6} \Rightarrow a \equiv 0 \pmod{3}$~~ ~~$2a \equiv 2 \pmod{6} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{3}$~~ ~~$2a \equiv 4 \pmod{6} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{3}$~~ ~~т.к. $2 + 1 + 8 > 6$~~

$i = 2$, $j = 2 + i = 4$, тогда

~~$6a + 20 = 270$~~
 ~~$6a = 250$~~
 ~~$a = 41.6$~~

$6a + 20 - 2 = 270$
 $6a = 252$
 $a = 42$

3) $j - i = 3$: $3 \cdot (12a + 42 - 3 - 2i) = 1080$

$12a + 42 - 3 - 2i = 360$

$12a - 2i = 360 - 39$

$12a - 2i = 321$

$6a - i = \frac{321}{2}$ Т.к. левая часть целая,

а правая чет, то ур-е не имеет реш-я в целых числах

4) $j - i = 4$: $4 \cdot (12a + 42 - 4 - 2i) = 1080$

~~$6a + 19 - i = 135$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$i \leq 6a - 116 \equiv 14$, тогда $j \leq i + 4 = 8 > 6$, значит не подходит

5) $j - i = 5$: $5 \cdot (12a + 42 - 5 - 2i) = 1080$

$$12a + 37 - 2i = 216$$

$$6a - i = \frac{216 - 37}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Значит Ур-е не имеет реш-ий в целых числах, т.к. лев. часть целая, а правая нет.

6) $j - i = 6$: Это возможно только тогда, когда

$j = 6, i = 0$: $6 \cdot (12a + 42 - 6) = 1080$

$$12a + 36 = 180 | :$$

$$12a = 144$$

$$a = 12$$

Проверим $a = 42, j = 4, i = 2$

$M = \{42, 43, \dots, 48\}, S = \frac{42+48}{2} \cdot 7 = 315$

$p = 315 - 42 - 2 = 271; q = 315 - 42 - 4 = 269$

$p^2 - q^2 = (p - q)(q + p) = 2 \cdot 540 = 1080$

~~Проверим $a = 42, j = 6, i = 0$: $M = \{42, 43, \dots, 48\}, S = \frac{42+48}{2} \cdot 7 = 315$~~

Проверим 271 и 269 на простоту:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы доказать, что они простые, достаточно того, чтобы они не делились на все числа от 2, до $\sqrt{324} = 18$. Для $27+1=10 \div 3$ $2+6+9=17 \div 3$, так же числа нечетные, а значит они точно не делятся на 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18. На 5 числа тоже не делятся, т.к. заканчиваются не на 0 или 5. Значит остается проверить то, что числа не делятся на 7, 11, 13, 17.

$$\begin{array}{r} 271 \overline{) 7} \\ \underline{21} \\ 61 \\ \underline{56} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 271 \overline{) 11} \\ \underline{22} \\ 51 \\ \underline{44} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 271 \overline{) 13} \\ \underline{26} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 271 \overline{) 17} \\ \underline{17} \\ 101 \\ \underline{85} \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 7} \\ \underline{21} \\ 59 \\ \underline{56} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 11} \\ \underline{22} \\ 49 \\ \underline{44} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 13} \\ \underline{26} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 17} \\ \underline{17} \\ 99 \\ \underline{85} \\ 14 \end{array}$$

Числа p и q - простые. Остаток проверить $a=12$, $i=0$, $j=6$; $M=\{12, 13, \dots, 18\}$. $S=\frac{12+18}{2} \cdot 7 = 105$

$$p = 105 - 12 = 93; \quad q = 105 - 12 - 6 = 87 = 3 \cdot 29$$

q - не простое число, значит этот случай не подходит

Ответ: $M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$.



1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

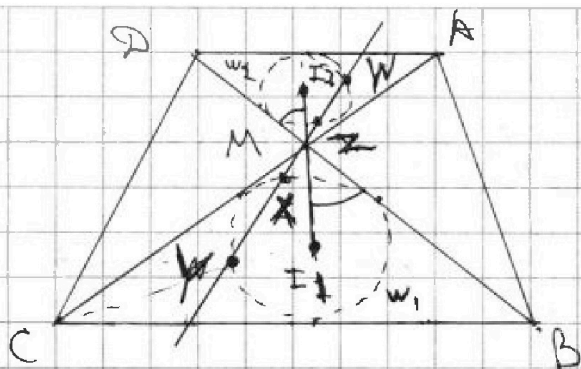
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1, I_2 \in \omega; MZ \cdot MY = g$$

Докажем, что I_1, M, I_2 лежат на одной прямой:

Пусть $\angle AMD = \angle BMC = 2\varphi$,

тогда, так I_1 и I_2 — центры впис. окр-тей в $\triangle BMC$ и $\triangle AMD$ — соот-но, то MI_1 и MI_2 — бис-сы углов $\angle BMC$ и $\angle AMD$, тогда $\angle BMI_1 = \angle DMI_2 = \varphi$; т.к. $\angle DMI_2 = \angle BMI_1 = \varphi$, то точки

I_1, M, I_2 лежат на одной прямой. Треугольник

$\triangle BMC$ и $\triangle AMD$ впис. в одну окр-ть ω , получаем

т.к. $\angle BMC = \angle AMD$ и $\angle CBM = \angle MAD$ (накр. лежащие при $AD \parallel BC$ и сек. BD), то $\triangle AMD \sim \triangle CMB$, причем

коэф. подобия равен 2. Тогда $\triangle BMC$ и $\triangle AMD$ впис. в одну окр-ть ω . Можно получить аналогично

из $\triangle AMD$ и $\triangle BMC$ впис. в одну окр-ть ω_2 с помощью

аналогично отн-но точки M с коэф. — 2. Тогда

$$\frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = \frac{BC}{AD} = 2. \text{ Тогда } MZ = \frac{MX}{2}.$$

$MZ \in MX$.



1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

знак " $\vee$ " означает сравнение

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$5 \vee 4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 \vee 4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \sin \left(\frac{3\pi}{7} + \frac{\pi}{2} \right) \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 \vee 4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} \right) + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 \vee 8 \cdot \sin \left(-\frac{2\pi}{14} \right) \cdot \cos \frac{4\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$5 \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 8 \cdot \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}$$

$$\text{т.к. } \sin \frac{3\pi}{14}, \sin \frac{11\pi}{14}, \text{ то}$$

$$5 \vee 3 \sin \frac{11\pi}{14} - 8 \cdot \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}$$

$$t = \sqrt{9 + 64 \sin^2 \frac{\pi}{7}}, \text{ т.к. } 0 < \sin \frac{\pi}{7} < \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \text{ то}$$

$$\sqrt{9} < t < \sqrt{9 + 16}$$

$$3 < t < 5, \text{ т.к. } t > 0, \text{ то на него}$$

можно положить и знак, пер-ва не меняется

$$\frac{5}{t} \vee \frac{3}{t} \sin \frac{4\pi}{14} - \frac{8 \cdot \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{14}}{t}$$

$$\text{т.к. } \left(\frac{3}{t} \right)^2 + \left(\frac{8 \cdot \sin \frac{\pi}{7}}{t} \right)^2 = \frac{9 + 64 \sin^2 \frac{\pi}{7}}{t^2} = 1, \text{ то}$$

есть угол α , для которого $\sin \alpha = \frac{3 \sin \frac{\pi}{7}}{t}, \cos \alpha = \frac{3}{t}$

$$\frac{5}{t} \vee \sin \left(\frac{4\pi}{14} - \alpha \right). \text{ т.к. } 3 < t < 5, \text{ то } \frac{5}{3} > \frac{5}{t} > 1$$

$$\frac{5}{t} > 1 \geq \sin \left(\frac{4\pi}{14} - \alpha \right). \text{ Значит } 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$$

больше, чем $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$. Ответ: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$XY \in (SAB)$~~ , ~~т.к.~~

Если $XY \in (SAB)$, то XY совпадает с AS ,
из этого следует то, что $XY \parallel AS$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} + 4 \sin \frac{9\pi}{14} - 5 \neq 0$$



$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \left(\frac{3\pi}{7} + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$-4 \sin \left(\frac{13\pi}{14} \right) + 4 \sin \frac{5\pi}{14} - 5 \neq 0$$

$$\sin x - \sin y =$$

$$= 2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{13\pi}{14} + 4 \sin \frac{5\pi}{14} - 5 \neq 0$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \left(\sin \frac{5\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} \right) - 5 \neq 0$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{13\pi}{14} = 2 \sin \frac{-2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}$$

$$3 \sin \frac{11\pi}{14} - 8 \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14} \neq 5$$

$$9 + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{14} = t^2, t > 0$$

$$4 \sin t = 3 \sin \frac{11\pi}{14}$$

$$\frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t} = \frac{3 \sin \frac{2\pi}{14} \cdot \cos \frac{11\pi}{14}}{t} \neq \frac{5}{t}$$

$$2 \arcsin \frac{3 \sin \frac{11\pi}{14}}{t}$$

$$\sin \left(\frac{11\pi}{14} - 2 \right) \neq \frac{5}{t}$$

$$1 \leq \frac{5}{t} \leq \frac{5}{3}$$

$$\sin \left(\frac{11\pi}{14} - 2 \right) \leq \sin \left(\frac{11\pi}{14} - 1 \right) < \sin \left(\frac{11\pi}{14} \right)$$

$$9 < 9 + 64 \sin^2 \frac{\pi}{7} \leq 9 + 64 \cdot \frac{25}{6}$$

$$\frac{11\pi}{14} - \frac{\pi}{2} \leq \frac{4\pi}{14} \leq \frac{2\pi}{7}$$

$$3 \leq \frac{9+16}{25}$$

$$\sin$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+1, \dots, a+6 \quad a \in \mathbb{N}$$

$$S = 7a + \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 7a + 21$$

~~$$p = q = S - a$$~~

$$p = S - a - i, \quad q = S - a - j \quad i, j \in [0; 6]$$

$$p^2 - q^2 \leq 1080 \rightarrow p > q \Leftrightarrow i < j$$

$$p = 6a - i, \quad q = 6a - j$$

$$i \neq j$$

$$j - i = 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

~~$$p^2 - q^2 = (6a - i)^2 - (6a - j)^2 = (6a - i + 6a - j) \cdot$$~~

$$(j - i) = (12a - i - j) \quad (j - i) \leq 1080$$

$$\begin{array}{r} 1080 : 9 = 120 \\ 120 : 3 = 40 \\ 40 : 2 = 20 \\ 20 : 2 = 10 \\ 10 : 2 = 5 \end{array}$$

$$j - i = 1 \rightarrow j = i + 1$$

$$12a - i - j \leq 1080$$

$$12a - 1 + 2i \leq 1080$$

$$12a + 2i \leq 1081$$

$$j - i = 2 \rightarrow j = i + 2$$

$$12a - i - 2 - i \leq 540$$

$$12a - 2i - 2 \leq 540$$

$$6a - i - 1 \leq 270$$

$$i + 1 \leq 6a - 270$$

$$i \leq 6a - 271 \equiv -1 \rightarrow i \leq 5, \quad j = i + 2$$

$$j - i = 3 \rightarrow j = i + 3$$

$$12a - i - 3 - i \leq 360$$

$$12a - 2i - 3 \leq 360$$

$$12a - 2i - 3 \leq 360$$

$$j - i = 4$$

$$12a - 2i - 4 \leq 270$$

$$6a - i - 2 \leq 135$$

$$i \leq 6a - 137 \equiv -1 \rightarrow i \leq 5$$

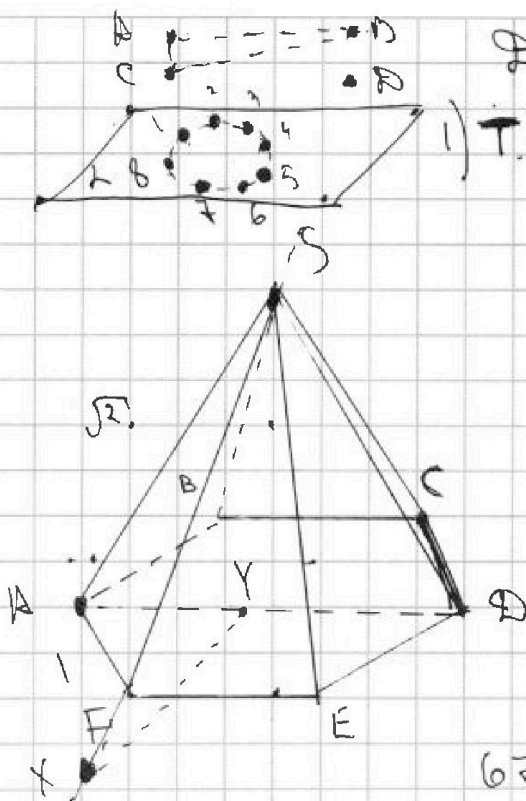


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: А:
Вершина:
1) Т.А: (BDC)

$$\frac{4 \cdot 360}{6}, (120)$$

$XY \parallel (SAB)$

$XY \parallel AS$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 67 \\ \hline 113 \end{array}$$

$$\frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} n = 66 + n = 67 - n$$

$$67n - n^2 = 130n - 360$$

$$n^2 + 113 = 360$$

$$132, 132+2, 132+2 \cdot 2, 132+2 \cdot 3 \dots$$

$$S = \frac{132 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = 66n + n(n-1) = n^2 + 65n$$

$$n^2 + 65n = (n-2) \cdot 180$$

$$n^2 + 65n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 115n + 360 = 0$$

$$D = 115^2 - 360 \cdot 4$$

$$115^2 \sqrt{360 \cdot 4}$$

$$5 \cdot 23^2 \sqrt{5 \cdot 36 \cdot 8}$$

$$360 = 36 \cdot 10 = 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 120 \cdot 3 \\ 40 + 18 \\ \hline 180 \cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \times 529 \\ 5 \\ \hline 575 \\ 230 \\ \hline 2645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ \hline 2 \cdot 2 \cdot 2 \end{array}$$

$$n-2 = 180$$

$$45 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 132n - 180n = \\ -80 \\ -31 \\ \hline -113 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2645 \\ - 228 \\ \hline 12417 \\ - 12417 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \times 529 \\ 5 \\ \hline 575 \\ 230 \\ \hline 2645 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = 45$$

$$x \ln 25 + y \ln 25 + z \ln 125 = 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = 5^5 \cdot 3^2 \rightarrow y = 2$$

$$2x + 2 + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -1$$

$$2x = -1 - 3z \in \mathbb{Z}$$

$$2x + 3 + 3z = 0$$

$$z = \frac{-2x-3}{3}$$

$$3z = -1 - 2x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \left(\frac{1+2x}{3}\right)^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 4x + 1}{3} =$$

$$= \frac{1}{3} (3x^2 + 12 + 4x^2 + 4x + 1) = \frac{1}{3} (7x^2 + 4x + 13)$$

$$f'(x) = \frac{14}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \rightarrow x = \frac{-4}{7}$$

Ближайшие целые значения это -1 и 0

$$\left|1 - \frac{4}{7}\right| = \frac{3}{7}$$

$$\left|0 + \frac{4}{7}\right| = \frac{4}{7}$$

$$\left(\frac{15}{9}\right)$$

$x = -1$ ближе, значит, наим. знач. $\frac{16}{3}$

$$\frac{1}{3} (7 - 4 + 13) = \frac{1}{3} (16) = \frac{16}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(n-2) \cdot 180^\circ$ - ~~сумма~~ сумма всех углов выпуклого n -угольника.

$$\frac{132 + (n-1) \cdot 2 \cdot n}{2} = (n-2) \cdot 180$$

$$(66 + (n-1))n = (n-2) \cdot 180$$

$$66n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 65n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 115n + 360 = 0$$

$$\Delta = 115^2 - 4 \cdot 360 = 13249 - 1440$$

$$360 = 9 \cdot 4 \cdot 10 = 45 + 8 \quad 115 = 5 \cdot 23$$

$$x+y=115$$

$$xy=360$$

$$x=45, y=70$$

$$115 \cdot 23 = 2645$$

$$D = 115 \cdot 23 - 4 \cdot 360 =$$

5

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad x^2 + y^2 + z^2$$

$$x \ln 25 + y \ln 25 + z \ln 25 = \ln 45$$

$$x \ln(5 \cdot 5) + y \ln(5 \cdot 5) + z \ln(5 \cdot 5) = \ln(5 \cdot 5)$$

$$2x \ln 5 + y \ln 5 + y \ln 5 + 3z \ln 5 = \ln 5 + \ln 5$$

$$2x \ln 5 + 2y \ln 5 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = \ln 5 + 2 \ln 3$$

$$2ax + 2ay + by + 3az = a + 2b$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 65 \\ \hline 115 \\ \times 23 \\ \hline 345 \\ + 1150 \\ \hline 2645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \\ - 5249 \\ \hline 360 \\ 2889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \\ \times 23 \\ \hline 345 \\ + 1150 \\ \hline 2645 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ + 460 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 529 \\ \times 23 \\ \hline 1587 \\ + 10580 \\ \hline 12167 \end{array}$$