



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n -число вершин многоугольника. Тогда

$$\sum_{i=1}^n a_i = 180^\circ (n-2), \text{ где } a_i - \text{исходная арифм. прогрессия.}$$

1) $d = 2^\circ$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n = 180^\circ (n-2)$$

$$na_1 + n(n-1) \frac{d}{2} = 180^\circ (n-2)$$

$$(n^2 - n)1^\circ + 132^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 0 \quad | : 1^\circ$$

$$n^2 - 39n + 360 = 0 \text{ — не имеет решения в } \mathbb{Z}$$

а значит n не принимает значений.

2) $d = -2^\circ$

$$-1(n^2 - n) + 132^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 0 \quad | : 1^\circ$$

$$n^2 + 37n - 360 = 0$$

$$\begin{cases} n = 8 \\ n = -45 \end{cases} \Rightarrow n = 8 \text{ — число вершин многоугольника.}$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $M = \{x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3\}$,
тогда $S = \sum_{m \in M} m$, тогда $S = 7x$

$\{S-x-3, S-x-2, S-x-1, S-x, S-x+1, S-x+2, S-x+3\}$ — множество в сумме, а элементы множества тоже попарно взаимны. Пусть $q = p - k$. Тогда $k \in [1, 6] \cap \mathbb{Z}$.

$$k p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = k(2p-k)$$

$$k=1. \quad 2p-1=1080, \quad p \notin \mathbb{N}.$$

$$k=2. \quad 2p-2=540 \Rightarrow p=271 \in \mathbb{P}.$$

$$k=3. \quad 2p-3=360 \Rightarrow p = \frac{363}{2} \notin \mathbb{N}.$$

$$k=4. \quad 2p-4=270 \Rightarrow p=137 \in \mathbb{P}.$$

$$k=5. \quad 2p-5=216 \Rightarrow p = \frac{221}{2} \notin \mathbb{N}.$$

$$k=6. \quad 2p-6=180 \Rightarrow p=93 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}.$$

$$p=137. \quad p = S - x + t, \quad t \in [-3, 3] \cap \mathbb{Z} \quad p = 6x + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=23, \quad t=-1 \Rightarrow M = \{20, 21, 22, 23, 24, 25, 26\} \quad \text{Ответ}$$

$$p=271, \quad p = S - x + t, \quad t \in [-3, 3] \cap \mathbb{Z} \quad p = 6x + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=45, \quad t=1 \Rightarrow M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47\}$$

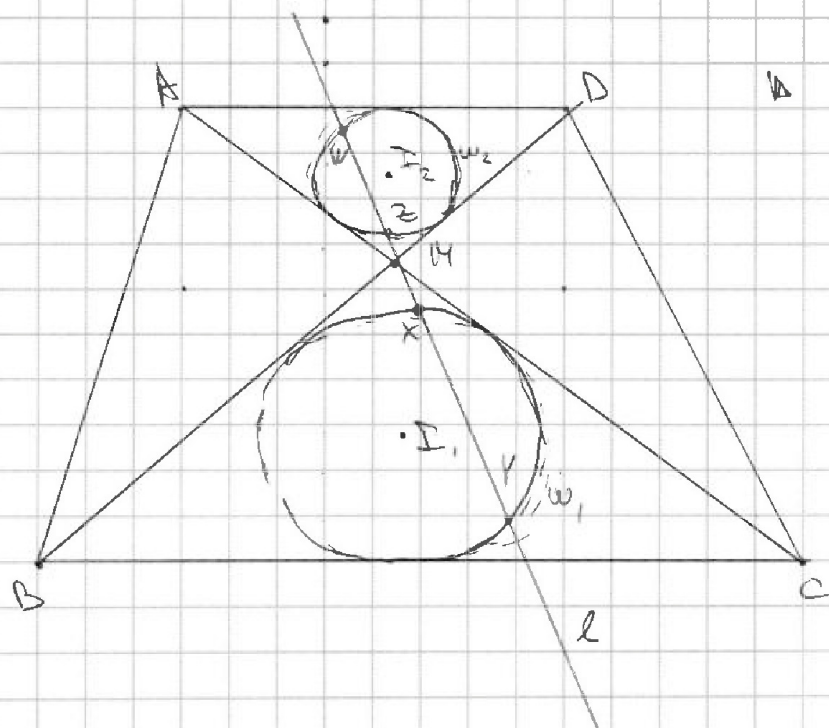


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle ABC \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle CMB$ (по кр. сторонам):

$$\frac{AM}{CM} = \frac{MD}{MB} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

2) H_4 : $M \leftrightarrow M$

$l \leftrightarrow l$

$A \leftrightarrow C$

$D \leftrightarrow B$

$\Rightarrow \triangle AMD \mapsto \triangle CMB \Rightarrow \omega_2 \mapsto \omega_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 \mapsto I_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow M \in I_1 I_2$

$l \cap \omega_2 \mapsto l \cap \omega_1 \Leftrightarrow (X, W) \mapsto (X, Y)$

3) по ω_1 $M = MI_1^2 - R_1^2 = MX \cdot MY$

$$[MX] = 2[MZ]; I_1 I_2 = MI_1 + MI_2 = MI + \frac{1}{2} MI_1 = \frac{3}{2} MI \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MI = \frac{2}{3} I_1 I_2 = \frac{8 \cdot 2}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow MI = \frac{16}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M\Gamma_1^2 - R_1^2 = M\chi \cdot M\psi = 2 M\zeta \cdot M\psi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{M\Gamma_1^2 - 2M\zeta \cdot M\psi} = \sqrt{\frac{256}{9} - 2 \cdot 9}$$

$$= \frac{\sqrt{256 - 162}}{3} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cup 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}, \text{ пусть } t = \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin 3t - 3 \sin t + 4 \cos 2t \cup 0$$

$$5 - 4 \sin 2t \cos t - 4 \sin t \cos 2t - 3 \sin t + 4 \cos 2t \cup 0$$

$$5 - 8 \sin t \cos^2 t - 3 \sin t + 4 \cos 2t (1 - \sin t) \cup 0$$

$$5 - 8 \sin t (1 - \sin^2 t) - 3 \sin t + 4 (1 - 2 \sin^2 t) (1 - \sin t) \cup 0$$

$$5 - 8 \sin t + 8 \sin^3 t - 3 \sin t + 4 + 8 \sin^3 t - 4 \sin t - 8 \sin^2 t \cup 0$$

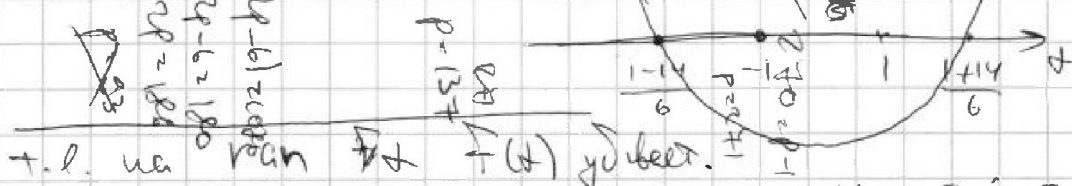
$$16 \sin^3 t - 8 \sin^2 t - 15 \sin t + 9 \cup 0$$

$$\text{Пусть } \sin t = x$$

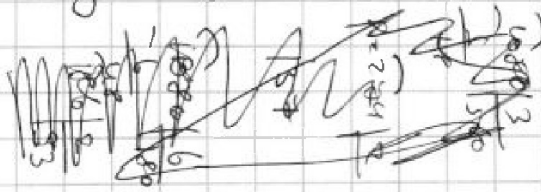
$$f(x) = 16x^3 - 8x^2 - 15x + 9$$

$$f'(x) = 48x^2 - 16x - 15, \Delta = 16^2 + 4 \cdot 16 \cdot 15 = 16(16 + 150) = 16 \cdot 166$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{16 \cdot 166}}{96} = \frac{1 \pm \sqrt{166}}{6}$$



$$\text{Тогда берем } x = \frac{\sin \frac{3\pi}{14}}{1} \cup \frac{\sin \frac{3\pi}{14}}{14}, f(t) = \frac{16}{\sqrt{2}} - \frac{8}{2} - \frac{15}{\sqrt{2}} + 9$$



$$\begin{aligned} 5 &\cup \frac{7}{\sqrt{2}} \\ 5\sqrt{2} &\cup 7 \\ 50 &\cup 49 \\ 50 > 49 &\Rightarrow f(\sin \frac{3\pi}{14}) > 0. \end{aligned}$$

а т.к. $f(t)$ убывает, то $f(\sin \frac{3\pi}{14} - t) = \sin(\frac{3\pi}{14}) > 0$. значит исходный знак — больше. Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$.



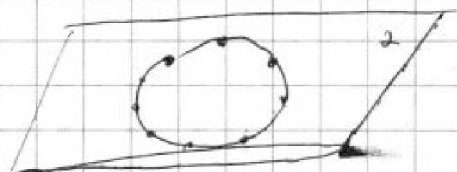
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Не существует ни лежащих в плоскости α ,
также не лежащих в одной плоскости.

Возьмём любую из них или вершину пирамиды,
тогда если основание π пирамиды лежит в α ,
то для каждой точки можно выбрать

$$C_3^2 + C_3^1 + C_3^0 + C_3^2 + C_3^1 + C_3^0. \text{ Если хотя бы}$$

одна вершина не лежит в α , то возможны

либо пирамида с основанием - треугольником, тогда

для каждой из них существует $C_3^1 \cdot C_3^1$, если только

одна точка лежит не в α , как и вершины, так и пирамида

посчитана дважды. $C_3^2 \cdot C_3^1$, если две, так же трижды

C_3^3 , если все, так посчитана и еще. Если вершина в α ,

$$\text{то } \underbrace{C_3^2 \cdot C_3^1}_{\text{трижды}} + \underbrace{C_3^1 \cdot C_3^2}_{\text{один раз}} + C_3^3. \text{ Ответ: много}$$

$\mathbb{R}^X \subseteq \mathbb{R}^Z$ i.u. $\Delta \mathbb{R}^X \subseteq \mathbb{R}^Z \subseteq \text{FSA (holonomic)}$, $\subseteq \text{FS} = \text{SA}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По Т. косинусов:

$$XY^2 = XZ^2 + ZY^2 - 2XZ \cdot ZY \cdot \cos \angle XZY$$

$$XY^2 = FX^2 + \left(1 - \frac{FX}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2FX \left(1 - \frac{FX}{\sqrt{2}}\right) \cdot \cos \angle XZY$$

$$XY^2 = t^2 + \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2t \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right) \cdot \underbrace{\cos \angle XZY}_{const} = f(t)$$

$$f''(t) = 2 + \cancel{2} + 2 \cos \angle XZY =$$

$$= \begin{cases} 2 + \cancel{2\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \geq \cancel{2} > 0 \\ 2 + 1 - 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = 2 > 0. \end{cases}$$

Т.е. наша функция всегда выпукла, следовательно имеет

одну точку экстремума минимума. при $t=0$

$$f'(t) = 2t + \sqrt{2} \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right) - 2 \cos \angle XZY \left(1 - \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$$

При $t=0$ $XZ = \cancel{4XZ}=0$, $XY = RY = 1$.

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln(25^x \cdot 75^y \cdot 125^z) = \ln 45 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$\frac{2x+2y+3z}{5} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=1 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x+3z=-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-3z \\ z=1-2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\min(x^2+y^2+z^2) = \min(x^2+z^2+2^2) \text{ — минимизируем}$$

$$\text{или } \min(|x|+|z|).$$

$$x=0 \Rightarrow z=-1 \leftarrow \min.$$

$$x=3 \Rightarrow z=-3, \text{ б оставлю сегмент } |x| \neq 1 \Rightarrow |z| \neq 1$$

$$x=-3 \Rightarrow z=1$$

$$\text{Итого } x=0, y=2, z=-1$$

$$x^2+y^2+z^2 = 0+2^2+1^2 = 5.$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 = 4 \sin 3t - 3 \sin t + 4 \cos 2t \neq 0$$

$$5 = 4 \sin t \cos t + 4 \sin t \cos t - 3 \sin t + 4(1 - 2 \sin^2 t) \neq 0$$

$$5 = 8 \sin t \cos^2 t - 4 \sin t (1 - 2 \sin^2 t) - 3 \sin t + 4 - 8 \sin^2 t \neq 0$$

$$5 = 8 \sin t + 8 \sin^3 t - 4 \sin t + 8 \sin^3 t - 3 \sin t + 4 - 8 \sin^2 t \neq 0$$

$$16 \sin^3 t - 8 \sin^2 t - 15 \sin t + 9 \neq 0$$

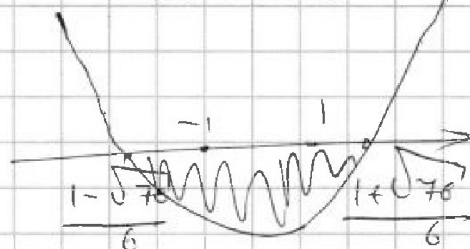
$$16x^3 - 8x^2 - 15x + 9 \neq 0$$

$$16 \cdot 3x^2 - 16x - 15 \geq 0$$

$$D = 16^2 - 4 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 15 = 16(16 + 4 \cdot 3 \cdot 5) \geq 0$$

$$16 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot \frac{1}{2^2} - 15 \cdot \frac{1}{2} + 9 = 2 - 2 - \frac{15}{2} + \frac{18}{2} = \frac{3}{2} > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{76}}{2 \cdot 16 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{76}}{6}$$



$$\frac{16 \pm \sqrt{2}}{8} - \frac{8}{2} - \frac{15 \sqrt{2}}{2} + 9 =$$

$$= 4 \sqrt{2} + 9 - 4 - \frac{15 \sqrt{2}}{2} \neq 0$$

$$\text{или } 15 \neq 7 \sqrt{2}$$

$$100 \leq 45 \sqrt{2} \approx 98$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

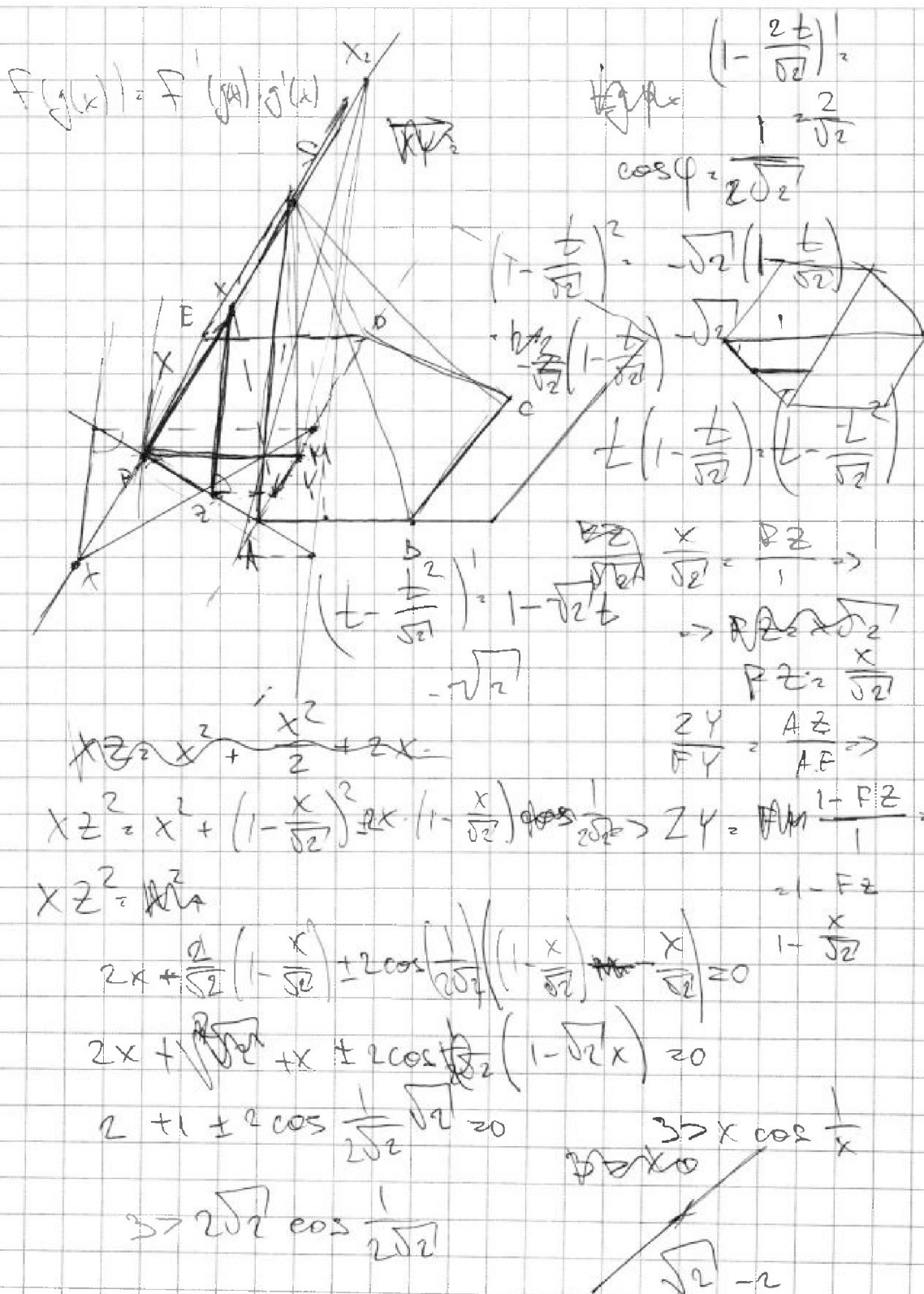
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

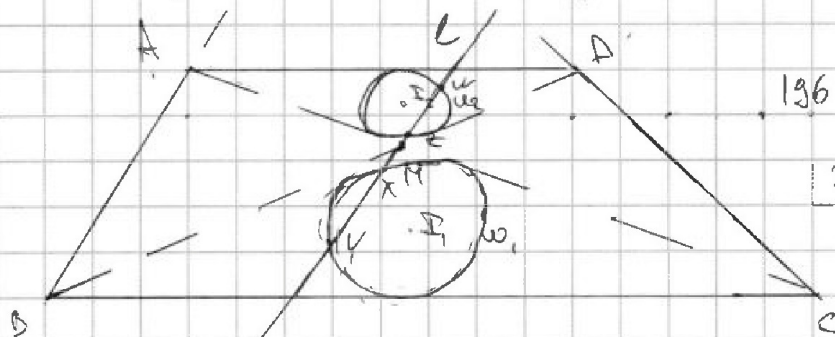
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{5\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}} \quad \begin{array}{r} 256 \\ 162 \\ 54 \end{array}$$

$$5 - 4 \sin(x+y) \sqrt{3 \sin x - 4 \cos y}$$

$$\cos \frac{6\pi}{14} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{6\pi}{14}}$$

$$5 - 4 \sin x \cos y + 4 \sin y \cos x \sqrt{3 \sin x - 4 \cos y} = 0$$



$$196 = 4 \cdot 49$$

$$2 \cdot 7 \cdot 49$$

$$\triangle BME \sim \triangle DZB : \frac{AD}{BC} = \frac{DZ}{BZ} = \frac{ME}{ZB} = \frac{1}{2}$$

$$H^{-2} : \begin{array}{l} B \rightarrow A \rightarrow C \\ D \rightarrow B \\ MF \rightarrow M \end{array} \Rightarrow \triangle AMD \rightarrow \triangle CMB \Rightarrow \omega_2 \rightarrow \omega_1 \Rightarrow \Gamma_2 \rightarrow \Gamma_1$$

$$L \rightarrow L \Rightarrow X \rightarrow Z \rightarrow X \\ W \rightarrow Y$$

$$\rho_{\omega_1 M} = M\Gamma_1^2 - R_1^2 = MK \cdot MY = 2MZ \cdot MY \Rightarrow$$

$$\Gamma_1, \Gamma_2 : M\Gamma_1 + M\Gamma_2 = \frac{3}{2} M\Gamma_1 \Rightarrow MK \cdot M\Gamma_1 = \frac{16}{3}$$

$$MX = 2MZ$$

$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{M\Gamma_1^2 - 2MZ \cdot MY} = \sqrt{\frac{16^2}{9} - 2 \cdot 9} = \frac{\sqrt{256 - 162}}{3} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 25 + y \ln 3 + z \ln 25 + z \ln 25 + z \ln 5 = \ln 45$$

$$(x+y+z) \ln 25 + y \ln 3 + z \ln 5 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln (25^x \cdot 75^y \cdot 125^z) = \ln 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

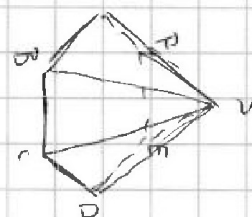
$$5^{2x} \cdot 3^y \cdot 5^{2y} \cdot 5^{3z} = 3^2 \cdot 5$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 3^2 \cdot 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=5 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x+3z=1 \quad k \in \mathbb{Z} \quad z=1 \quad x=-1$$

$$z=3 \quad x=-4$$

$$z=5 \quad x=-7$$



$$\begin{array}{r} 0 \text{ } x=0 \\ 5+ \\ \hline 5 \sqrt{2} \\ \hline 8 \end{array}$$

$$x = -1 + 3k$$

$$z = 1 + 2k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$2x+3z=-3$$

$$z=-1, x=0$$

$$z=-3, x=3$$

$$z=1, x=-3$$

$$6k+3(-1-2k)=x=3k$$

$$=6k-3-6k=-3 \quad z=-1-2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{array}{r} 8 \sqrt{2} \\ \hline 2 \sqrt{2} + \\ \hline 5 \sqrt{2} + \\ \hline 25 \sqrt{2} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 132^\circ \quad d = \pm 2^\circ$$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \quad n = 180^\circ (n-2)$$

$$na_1 + (n^2 - n) \frac{d}{2} = 180^\circ n + 360^\circ z$$

$$1) 132^\circ n + (n^2 - n) \frac{2}{2} = 180^\circ n + 360^\circ z$$

$$n^2 - 39n + 360 = 0$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ 732 \\ \hline 39 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ 117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$2) 132 - n^2 + 37n + 360 = 0$$

$$n^2 + 37n - 360 = 0$$

$$n(n+45)(n-8) = 0$$

$n=8$ - ответ.

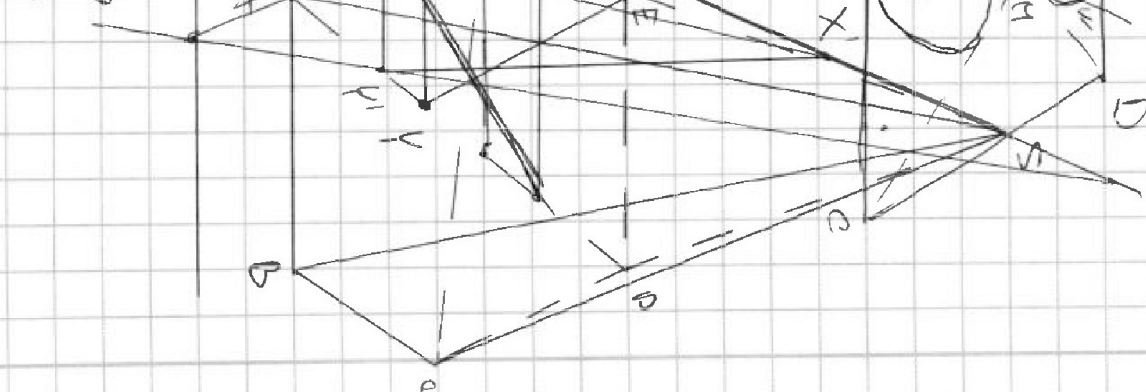
$$\ln ab = \ln a + \ln b$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 75 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

~~Множественность решений~~

~~Множественность решений~~



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_1 = 132^\circ \quad d = 12^\circ$$

$$\sum_{i=1}^n a_i = 180^\circ(n-2), \text{ где } n - \text{число вершин многоугольника.}$$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = a_1 \cdot n + \frac{n(n-1)d}{2}$$

$$= 180^\circ(n-2)$$

$$132^\circ \cdot n + \frac{n(n-1) \cdot 2^\circ}{2} = 180^\circ(n-2)$$

$$132^\circ \cdot n + 1^\circ(n)(n-1) = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$n^2 - n + 132n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 41n + 360 = 0$$

$$D = 41^2 - 4 \cdot 360 = 41^2 - 2^2 \cdot 6^2 = 10 \quad \sqrt{D} \notin \mathbb{N}$$

$$132n - n(n-1) = 180(n-2)$$

$$n^2 - n + 132n - 360 - 132n = 0$$

$$n^2 + 39n - 360 = 0$$

$$D = 39^2 + 4 \cdot 360 = (40-1)^2 = 40^2 - 80 + 4 \cdot 360 - 1 = 1585$$

$$D = 39^2 + 4 \cdot 360 = (40-1)^2 = 40^2 - 80 + 4 \cdot 360 - 1 = 1585$$

$$\sqrt{1585} \approx 39.81$$