



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.
Пусть у выпуклого n -угольника n вершин. Тогда сумма всех его углов $180^\circ(n-2)$, так как многоугольник выпуклый. Исходя из того, что углы образуют арифм. прогрессию, то по формуле суммы арифм. прогрессии сумма всех углов $\frac{2 \cdot 132 + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$
либо $\frac{2 \cdot 132 - 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$ если прогрессия убывающая
Каждому n : $180^\circ(n-2) = \frac{2 \cdot 132 + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$

$$180(n-2) = (131 + n)n \quad 180n - 360 = 131n + n^2$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \quad D = 2401 - 4 \cdot 360 = 1440 = 31^2$$

$$n = \frac{49 - 31}{2} = 9$$

$$n = \frac{49 + 31}{2} = 40$$

$$2). 180^\circ(n-2) = \frac{2 \cdot 132 - 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n$$

$$180n - 360 = (133 - n)n$$

$$360 - 180n = n^2 - 133n$$

$$③ n^2 + 47n - 360 = 0 \quad D = 47^2 + 1440 = 3649$$

$$60^2 = 3600 < 3649 < 61^2 = 3721 \text{ значит решение уравнения ③}$$

не будет целым, а нецел. Тогда $n=40$ — наибольшее.

Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$x \ln 25 + y \ln 75 + 2z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + y(2 \ln 5 + \ln 3) + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z) + y \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z - 1) = \ln 3 (2 - y) \quad \text{Так как } \ln 5 \neq 0 \text{ и } \ln 3 \neq 0$$

$$\text{Либо } 2x + 2y + 3z - 1 = 2 - y = 0$$

$$\text{Либо } \log_3 5 = \frac{2-y}{2x+2y+3z-1}, \text{ что невозможно, т.к.}$$

$$\text{по условию } x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ 2 - y = 0 \end{cases} \rightarrow y = 2$$

$$\text{Тогда } 2x + 4 + 3z - 1 = 0$$

$$2x + 3z = -3$$

$$3z = -3 - 2x \quad z = \frac{-3-2x}{3}$$

$$\text{Тогда } x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \frac{4x^2 + 12x + 9}{9} = \frac{1}{9}(9x^2 + 36 + 4x^2 + 12x + 9) = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45)$$

$$\text{Пусть } f(x) = \frac{1}{9}(13x^2 + 12x + 45)$$

График parabola ветви вверх мин. значение в вершине

$$x_0 = \frac{-12}{13 \cdot 2} = -\frac{6}{13} \quad \text{Так как } x \in \mathbb{Z}, \text{ то наименьшее}$$

значение при $x = 0$ или $x = -1$ Ближайшее значение $x = -\frac{6}{13}$

$$f(0) = 5 \quad f(-1) = \frac{46}{9} \quad \text{Влабая оценка } \frac{46}{9} > 5$$

$$z = -1 \text{ - целое } z = -\frac{1}{3} \text{ - нецелое. Тогда } 5 \text{ - наименьшее}$$

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

Пусть множество M состоит из чисел: $n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6$ где $n \in \mathbb{N}$. Тогда $6n+15 \leq p \leq 6n+21$

и $6n+15 \leq q \leq 6n+21$. А значит $p-q \leq (6n+21)-(6n+15)$

То есть $p-q \leq 6$. $p^2 - q^2 = 1080 = (p-q)(p+q)$

Заметим, что $6n+15 = 3(2n+5)$ не является простым

$6n+16 = 2(3n+8)$ не является простым

$6n+18 = 6(n+3)$ не является простым

$6n+20 = 2(3n+10)$ не явл. простым $6n+21 = 3(2n+7)$ не явл. простым

Так как $p^2 - q^2 = 1080$; $p, q \in M$, то $p > q$. Значит

$p = 6n+19$ $q = 6n+17$ (иначе сумма шестерок больше подходящих шестерок нет и будет простой).

$$(p-q)(p+q) = 1080 \quad (6n+19 - 6n-17)(6n+19 + 6n+17) = 2 \cdot 540$$

$$2 \cdot (12n + 36) = 2 \cdot 540 \quad 12n + 36 = 540 \quad 12n = 504$$

$$n = \frac{504}{12} = 42 \quad \text{Тогда } p = 6 \cdot 42 + 19 = 271, \quad q = 269$$

Оба числа простые

Тогда множество $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

Ответ: $\{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

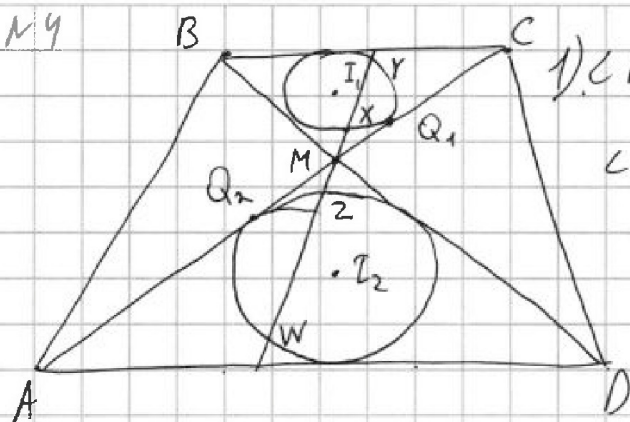


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



1) $\angle BMC = \angle AMD$ как вертикальные

$$\angle B M I_1 = \angle I_1 M C ; \angle A M I_2 = \angle I_2 M D$$

Так как центры вписан. окружностей лежат

на точке пересечения

биссектрис.

Потому $\angle A M I_2 = \angle I_1 M C = \angle I_2 M D = \angle B M I_1$, значит M, I_1 и I_2 лежат на одной прямой.

2) Пусть Q_1 и Q_2 точки касания первой и

второй окружностей с AD . $I_2 Q_2 \perp AD$ и

$I_1 Q_1 \perp AD$, как радиусы проведенные в

точку касания. Тогда $\triangle Q_2 I_2 M \sim \triangle Q_1 I_1 M$ по 2

углам ($\angle M Q_2 I_2 = \angle M Q_1 I_1 = 90^\circ$, $\angle Q_2 M I_2 = \angle Q_1 M I_1$, см. выше)

Значит $\frac{M Q_1}{M Q_2} = \frac{M I_1}{M I_2} = \frac{I_1 Q_1}{I_2 Q_2}$. Заметим что

$\angle MAD = \angle BMC$ как накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и

секущей AC . Тогда $\triangle AMD \sim \triangle BMC$ по двум

углам ($\angle AMD = \angle BMC$, $\angle MAD = \angle BMC$) Так как по

условию $BC = AD$, то коэффициент подобия $\frac{1}{2}$. Значит

радиусы вписан. окружностей относятся как $\frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{I_1 Q_1}{I_2 Q_2} = \frac{1}{2}$ Откуда $MI_1 = \frac{8}{3}$
 $MI_2 = \frac{16}{3}$ и $MQ_1 = MQ_2$

Из теоремы о секущей

и касательной $MQ_2^2 = 4MQ_1^2 = MZ \cdot MW = 4MX \cdot MY$

По теореме косинусов в $\triangle MKI_2$ и $\triangle MYI_1$

$$MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot MI_2 \cos \angle MWI_2 = WI_2^2$$

$$MY^2 + MI_1^2 - 2MY \cdot MI_1 \cos \angle MYI_1 = YI_1^2 \quad | \cdot 4$$

$$\begin{cases} MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot MI_2 \cos \angle MWI_2 = WI_2^2 \\ 4MY^2 + MI_2^2 - 2MI_2 \cos \angle MWI_2 \cdot 2MY = WI_2^2 \end{cases}$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos \angle MWI_2 (2MY - MW) = 0$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos \angle MWI_2 (2MY - MW) = 0$$

$$MW = 2MY \quad \text{или} \quad 2MY + MW = 2MI_2 \cos \angle MWI_2$$

$$2MI_2 \cos \angle MWI_2 \leq 2MI_2, \text{ но очевидно, что } 2MY + MW > 2MI_2$$

Значит $MW = 2MY$. Тогда $MQ_2^2 = 4MQ_1^2 = MZ \cdot MW =$

$$= 4MX \cdot MY = 2MX \cdot MW$$

Откуда $MZ = 2MX$

$$MZ \cdot MY = 2MX \cdot MY = 9; \quad MX \cdot MY = MQ_1^2 \rightarrow MQ_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$MI_1 = \frac{8}{3}$ (см. выше) из $\triangle MQ_1I_1$ по теореме Пифагора

$$I_1 Q_1 = \sqrt{MI_1^2 - MQ_1^2} = \sqrt{\frac{64}{9} - \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{256}{36} - \frac{162}{36}} = \sqrt{\frac{94}{36}} = \frac{\sqrt{94}}{6} \text{ радиус.}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sin \frac{9\pi}{14} = \sin \left(\frac{6\pi}{14} + \frac{3\pi}{14} \right) = \sin \frac{6\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} =$$

$$= 2 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} (2 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1) =$$

$$= \sin \frac{3\pi}{14} (4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1) = \sin \frac{3\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14})$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} = 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14})$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} = 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4(1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14}) = 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4$$

Пусть $\sin \frac{3\pi}{14} = t$, тогда $(5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}) - (3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}) =$

$$= (5 - 4t(3 - 4t^2)) - (8t^2 + 3t - 4) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9 =$$

$$= (t+1)(4t-3)^2$$

$$\frac{3\pi}{18} < \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2} < \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Сравним $\frac{3}{4}$ и $\frac{\sqrt{2}}{2}$: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

Так как $\frac{1}{2} = \frac{8}{16} < \frac{9}{16}$, то $\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$, значит

$$\frac{1}{2} < \sin \frac{3\pi}{14} = t < \frac{3}{4}. \text{ А значит } (t+1)(4t-3)^2 > 0$$

То есть $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ больше, чем $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6.

Пусть в пирамиде 4 вершины точки вне плоскости α . Тогда такая пирамида ~~состоит только из~~ имеет ровно 4 вершины, иначе не найдется ни одной или более точек в плоскости α вершина пирамиды, то не найдется такой вершины, так что все кроме нее лежа в одной плоскости и многогранник не будет пирамидой. Из условия о 4 точках в одной плоскости и определении пирамиды, если в пирамиде 5 и более вершин, то лишь одна (точка) вершина не ~~лежит~~ ^{лежит} в плоскости α .

Если в пирамиде 4 вершины, то либо 4 вне плоскости α , либо 3 вне плоскости α , 1 лежит там, либо по 2 в плоскости α и вне нее, либо 3 в плоскости α и 1 вне нее. Для случаев ① четверка 1.

Для ② четверок $C_4^3 \cdot C_8^1 = \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{8!}{1!7!} = 4 \cdot 8 = 32$

Для случая ③ четверок $C_4^2 \cdot C_8^2 = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{8!}{2!6!} = 6 \cdot 28 = 168$

Для случая ④ четверок $C_4^3 \cdot C_8^1 = \frac{4!}{1!3!} \cdot \frac{8!}{3!5!} = 4 \cdot 56 = 224$

Рассмотрим случаи, когда вершин больше 4.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

как писались выше, если вершин $n > 4$, то

$n-1$ вершин будут в плоскости α , 1 вершина
внешнее. Если вершин 5 то таких пирамид

$$C_4^1 \cdot C_8^4 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 280$$

Если вершин 6, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^5 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 224$

Если вершин 7, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^6 = \frac{4!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 112$

Если вершин 8, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^7 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{7! \cdot 1!} = 32$

Если вершин 9, то пирамид $C_4^1 \cdot C_8^8 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{8! \cdot 0!} = 4$

Итого выпуклых пирамид с вершинами в

данных точках $1 + 32 + 168 + 224 + 224 + 112 + 32 + 4 = 797$

Ответ: 797.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\begin{aligned} \sin \frac{9\pi}{14} &= \sin \left(\frac{6\pi}{14} + \frac{3\pi}{14} \right) = \sin \frac{6\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= 2 \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) \cos \left(\frac{3\pi}{14} \right) + 2 \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) \cos^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right) - \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) = \\ &= \sin \frac{3\pi}{14} (4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1) = \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) (3 - 4 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right)) \\ 4 \sin \frac{9\pi}{14} &= 4 \sin \frac{3\pi}{14} (4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} - 1) = 4 \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) (3 - 4 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right)) \\ 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14} &= 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 (1 - 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right)) = \\ &= 3 \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) + 8 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{14} \right) - 4 \quad \text{Пусто } \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) = t. \text{ Тогда} \\ 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} &= 5 - 4 t (3 - 4 t^2) = 5 - 12 t + 16 t^3 \end{aligned}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} = 8 t^2 + 3 t - 4$$

$$(5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}) - (3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}) = 8 t^2 - 15 t + 9$$

$$8 t^2 - 15 t + 9 = 0$$

$$D = 225 - 4 \cdot 8 \cdot 9 = 63 < 0 \quad \text{Значит } 8 t^2 - 15 t + 9 > 0$$

$$3 \sin \left(\frac{3\pi}{14} \right) - 4 \cos \left(\frac{3\pi}{7} \right) = 8 t^2 + 3 t - 4$$

$$(5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}) - (3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}) = 16 t^3 - 8 t^2 - 15 t + 9 =$$

$$16 t^3 + 16 t^2 - 24 t^2 - 15 t + 9$$

$$-24 t^2 - 15 t + 9$$

$$16 t^3 - 8 t^2 - 15 t + 9 = 0$$

$$= (4 t - 3)^2$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{9}$$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{18}$$

$$\frac{3\pi}{18} < \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{6} < \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2} < \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MW^2 + MI_2^2 - 2MW \cdot MI_2 \cdot \cos \alpha = R^2$$

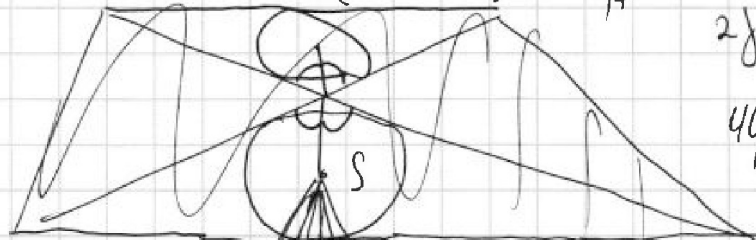
$$MY^2 + MI_1^2 - 2MY \cdot MI_1 \cdot \cos \alpha = R^2$$



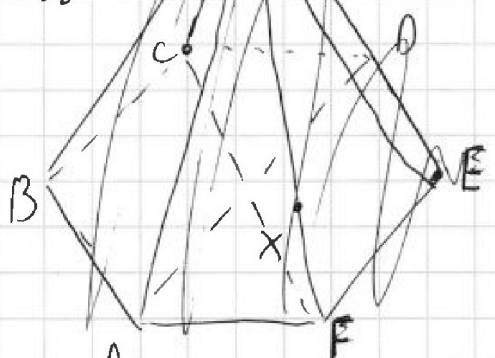
$$4MY^2 + MI_1^2 - 2 \cdot MI_1 \cos \alpha \cdot 2MY = R^2$$

$$MW^2 + MI_2^2 - 2MI_2 \cos \alpha \cdot 2MY = R^2$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 2MI_2 \cos \alpha (2MY - MW) = 0$$



$$MW + 2MY = 2MI_2 \cos \alpha$$



$$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{MP}{MA} = MP$$

$$MI_1 = \frac{8}{3}, q = \sqrt{2}$$

q и 2q через подобие прямоугольников

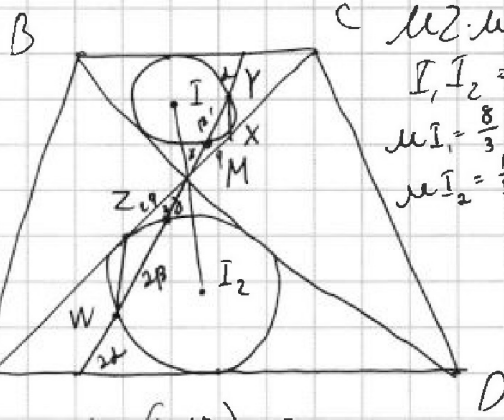
2b+2d и b+d через MWI2 и MI1Y

$$MW^2 + 4MI_1^2 - 2MW \cdot 2MI_1 \cdot \cos \alpha = 4IX^2$$

$$4MY^2 + 4MI_2^2 - 2MY \cdot 2MI_2 \cdot \cos \alpha = 4IX^2$$

$$MW^2 - 4MY^2 + 4MI_2 \cos \alpha (2MY - MW) = 0$$

$$(MW - 2MY)(MW + 2MY) - 4MI_2 \cos \alpha (MW - 2MY) = 0$$



$$MI_1 \cdot MI_2 = 9$$

$$I_1 I_2 = 8$$

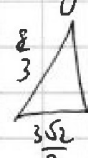
$$MI_1 = \frac{8}{3}$$

$$MI_2 = \frac{16}{3}$$

$$2j \cdot (j + b) = 9$$

$$4q = 2j(2j + 2b) = 4j(j + b) = 18$$

$$q = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



$$ax + by + cz + d = 0$$

$$16x_x + 16y_y + 16z_z + d = 16x_y + 16y_y + 16z_y + d$$

$$2j(j + b) = 9$$

$$j(j + b) - q^2 = 4.5 = \frac{9}{2} \rightarrow q = \sqrt{2}$$

$$\frac{64}{9} - \frac{18}{4} = \frac{256}{36} - \frac{162}{36} = \frac{94}{36} = \frac{47}{18}$$

$$\frac{64}{9} - \frac{9}{2}$$

$$\frac{128}{18} - \frac{81}{18} = \frac{47}{18}$$

$$= \frac{94}{36} = \frac{47}{18}$$