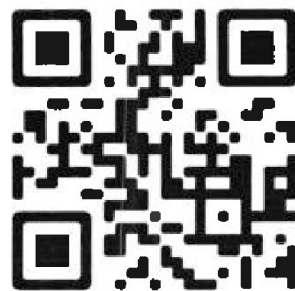




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 13



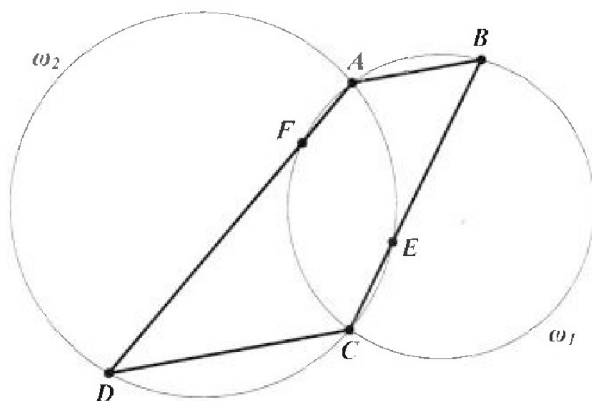
1. [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|2x - 2|$ и $|x^2 + 3x|$, а длина гипотенузы равна $|3x + 1|$. Найдите x .
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 - y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Назовём числа *хорошими*, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $81 \cdot 10^{2024}$.
4. [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{4x - x^2 - 3} - 3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x - x^2} - \sqrt{x^2 + x - 2}}.$$

5. [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 6$ и площадь треугольника OBA_1 равна 6.
6. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0, \\ 2x - xy - y^3 + 5y^2 - 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

7. [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение длин отрезков AF и CE , если отношение радиуса окружности ω_1 к радиусу окружности ω_2 равно $1 : 2$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Пифагора:

$$(2x-2)^2 + (1x^2+3x)^2 = (3x+1)^2$$

$$4x^2 - 8x + 4 + x^4 + 6x^3 + 9x^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 = 0$$

Сумма коэффициентов равна 0, значит $x=1$. Разделим многочлен на $x-1$

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 & x-1 \\ \hline x^4 - x^3 & x^3 + 7x^2 + 11x - 3 \\ \hline 7x^3 + 4x^2 & \\ 7x^3 - 7x^2 & \\ \hline 11x^2 - 14x & \\ 11x^2 - 11x & \\ \hline -3x + 3 & \\ -3x + 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Получаем: $\begin{cases} x=1 \\ x^3 + 7x^2 + 11x - 3 = 0 \end{cases} \quad (1)$

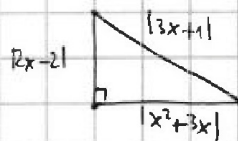
Рассмотрев (1), если корень целый, то он ~~является~~ делителем числа 3. Могут подойти значения,

что подходит $x=-3$, проверим условие:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 7x^2 + 11x - 3 & x+3 \\ \hline x^3 + 3x^2 & x^2 + 4x - 1 \\ \hline 4x^2 + 11x & \\ 4x^2 + 12x & \\ \hline -x - 3 & \\ -x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Получаем: $\begin{cases} x=1 \\ x=-3 \\ x^2 + 4x - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$

Найдем корни (2)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$D = 16 + 4 = 20$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2} = -2 - \sqrt{5} \\ x = -2 + \sqrt{5} \end{array} \right.$$

~~Ответ: $-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}$.~~ Проверив 4 найденных ответа в ^{каждом} ~~каждом~~ и ~~множителе~~ ^{множителе}

если $x = -3$, то $|x^2 + 3x| = 0$, если $x = 1$, то $|2x - 2| = 0$; значит, эти варианты не подходят.

Ответ: $-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{8} + y\sqrt{8} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116} = 2\sqrt{8} + 2\sqrt{29}.$$

Заметим, что множитель $\sqrt{8}$ встречается везде, кроме $y\sqrt{8}$. Т.к. переменные целые числа, $y=0$.

Тогда имеем $x\sqrt{8} + z\sqrt{29} = 2\sqrt{8} + 2\sqrt{29}$. В целых числах уравнение $\sqrt{8}(x-2) + \sqrt{29}(z-2) = 0$ имеет

одно решение: $y=2, z=2$. Значит наименьшее $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Ответ: 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возьмём разность двух чётных чисел a и b :

$$a(a+1) - b(b+1) = a^2 - b^2 + a - b = (a-b)(a+b) + a - b = (a-b)(a+b+1) = N = 81 \cdot 10^{2024}$$

Заметим, что независимо от чётности a и b один из множителей N ($a-b$ или $a+b+1$) всегда чётный, другой — нечётный. $81 \cdot 10^{2024} = 3^4 \cdot 5^{2024} \cdot 2^{2024}$. Если одна из скобок всегда нечётная, значит, все 2024 двойки попадутся либо в $(a-b)$, либо в $(a+b+1)$. Значит, ^{один из множителей} ~~если один~~ принимает вид $2^{2024} \cdot 3^n \cdot 5^m$, $n, m \in \mathbb{Z}$; $0 \leq n \leq 4$; $0 \leq m \leq 2024$.
Второй равен $\frac{N}{2^{2024} \cdot 3^n \cdot 5^m}$. Отметим, что наименьший множитель всегда равен $a+b+1$, т.к.

при $a \in \mathbb{N}$ и $b \in \mathbb{N}$ $a-b < a+b+1$. Проверим $n=m$, получим $5 \cdot 2025 = 10125$ вариантов.

Ответ: 10125.

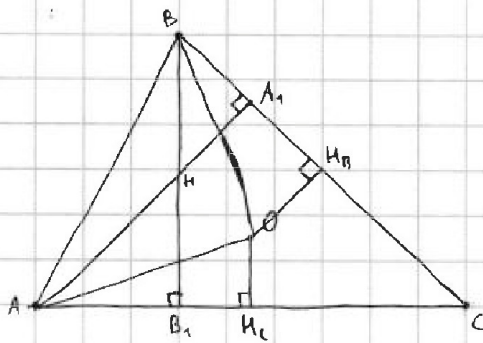


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$ - остроугольный, AA_1, BB_1 - высоты
 O - центр окружности, описанной около $\triangle ABC$.
 $OH_c \perp AC$; $H_c \in AC$
 $OH_b \perp BC$; $H_b \in BC$.
 $AA_1 \cap BB_1 = H$.

$AB_1 = 6$; $S_{\triangle ABC} = 6$.

Найти: OH_c .

Решение.

1) $\angle AB_1B = \angle EBO$; $\angle CAO = \angle BAA_1$, т.к. основание высот из вершин треугольника равноотстоит от центра описанной окружности.

2) Из п.1: $\triangle AA_1B \sim \triangle AH_cO$; $\triangle BB_1A \sim \triangle BH_bO$ по двум углам, значит

$$\frac{AB_1}{OH_b} = \frac{AB}{OB} \quad ; \quad \frac{A_1B}{OH_c} = \frac{AB}{OA} \quad . \quad OA = OB = R_{\triangle ABC}, \text{ значит, } \frac{AB_1}{OH_b} = \frac{A_1B}{OH_c} \quad . \quad \text{отсюда}$$

$$OH_c = \frac{A_1B \cdot OH_b}{AB_1} =$$

$$= \frac{S_{\triangle AA_1B}}{AB_1} = 1.$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 3y^2 - 1 = 0 & (1) \\ 2x - xy - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$x^2 + x(2 - 3y) + 4y^2 - 3y + 1 = 0$$

Возьмем отношение x .

$$D = (3y - 2)^2 - 4(2y^2 - 3y + 1) = 9y^2 - 12y + 4 - 8y^2 + 12y - 4 = y^2$$

$$x = \frac{3y - 2 \pm y}{2}$$

$$x = \frac{3y - 2 + y}{2}$$

$$x = 2y - 1$$

$$x = y - 1$$

Подставим $x = y - 1$ в (1)

$$y^2 - 2y + 1 - 2y^2 + 2y + y^2 - 3y^2 - 1 = y^2 - 4y^2 = 0.$$

$$\text{получаем } \{y = 0; x = -1\} \cup \{y = 4; x = 3\}.$$

Подставим $x = 2y - 1$ в (1).

$$4y^2 - 4y + 1 - 4y^2 + 2y + y^2 - 3y^2 - 1 = y^2 - 3y^2 - 2y = 0.$$

$$\text{или } y = 0 \text{ или } y^2 - 3y - 2 = 0.$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{получаем } \{x = -1; y = 0\}, \{y = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}; x = 2 + \sqrt{17}\} \cup \{y = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}; x = 1 - \sqrt{17}\}.$$

$$\text{Ответ: } (-1; 0); (3; 4); (\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; 2 + \sqrt{17}); (\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1 - \sqrt{17}).$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2}-3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 4x-x^2-3 \geq 0 & x \in [1; 3], \text{ т.к. } 4x-x^2-3 = -(x-1)(x-3) \\ 2x-x^2 \geq 0 & x \in [1; 2], \text{ т.к. } 2x-x^2 = -x(x-2) \\ x^2+x-2 \geq 0 & x \in (-\infty; -2] \cup (1; +\infty), \text{ т.к. } x^2+x-2 = (x-1)(x+2) \end{cases}$

$\sqrt{4x-x^2}-3 \leq 0$ — неограниченно, т.к. максимум x^2+4x-3 достигается в вершине при $x=2$; $y_8=1$. Значит $\sqrt{4x-x^2}-3 \leq -2 < 0$

$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \neq 0$ (1)

Рассмотрим (1): $2x-x^2 \neq x^2+x-2$

$$2x^2-x-2 \neq 0$$

$$D=17$$

$$x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

Итак ОДЗ: $\begin{cases} x \in [1; 2] \\ x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} \end{cases}$

т.к. $\sqrt{4x-x^2}-3 < 0$, левая часть неравенства всегда меньше нуля, а правая, меньше или равна -2.

На промежутке $[1; 2]$ $2x-x^2$ убывает, а x^2+x-2 возрастает, значит максимум выражения

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \text{ достигается при } x=1, \text{ минимум — при } x=2. \text{ Максимум: } \sqrt{2-1}-\sqrt{1+2}=1.$$

Минимум: $\sqrt{4-4}-\sqrt{4+2-2}=-2$. Значит $-2 \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \leq 0$ при $x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$, но если

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+x-2}-3} \leq -2, \text{ то данное нам неравенство выполняется при любых } x \text{ на промежутке}$$

$$[1; 2], \text{ где } x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}.$$

Ответ: $[1; \frac{1+\sqrt{17}}{4}) \cup (\frac{1-\sqrt{17}}{4}; 2]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{37} + \sqrt{116}$$

$$\sqrt{8}(x-2) + \sqrt{29}(z-2) = -y\sqrt{18} + (\sqrt{8} + \sqrt{29})$$

$$\Rightarrow 18y^2$$

$$8(x-2)^2 + 29(z-2)^2 + \sqrt{18} \cdot 8(x-2)(z-2)$$

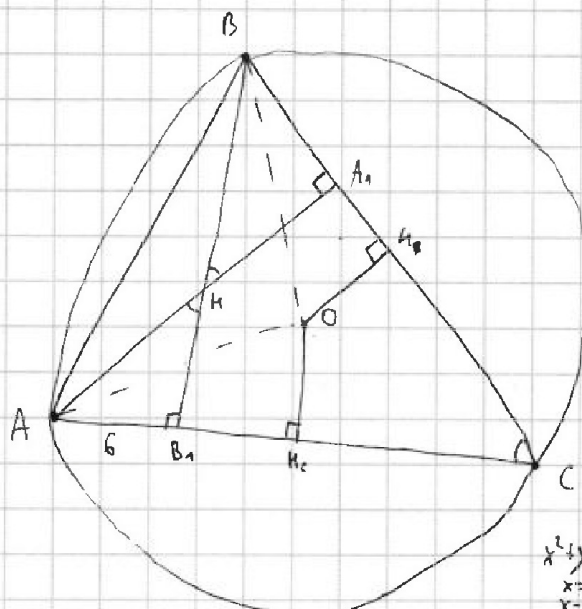
$$8x^2 - 32x + 32 + 29z^2 - 116z + 116 + \sqrt{18} \cdot 8(x-2)(z-2)$$

$$(a-b)(a+b) = 31 \cdot 5^{104} \cdot 2^{2048}$$

$$a-b=51$$

$$a+b=2^{2048} \cdot 5^{104} \cdot 81$$

$$2a=$$



$$x^2 + x - 2$$

$$x^2 - 4x + 3$$

$$OH \perp AB, B=C$$

$$AB_1 = 6$$

$$\sqrt{4x - x^2} > 0$$

$$-x^2 + 4x - 3 \geq 9 \text{ for } x < 0$$

$$x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$D = 16 - 48$$

$$\sqrt{2x - x^2} = 2x - x^2 - x$$

$$-x^2 + 4x + 10$$

$$-1 + 12 = 11$$

$$x_2 = \frac{-2}{2} = -1$$

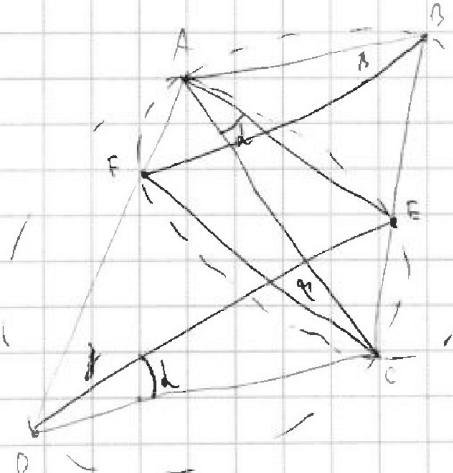
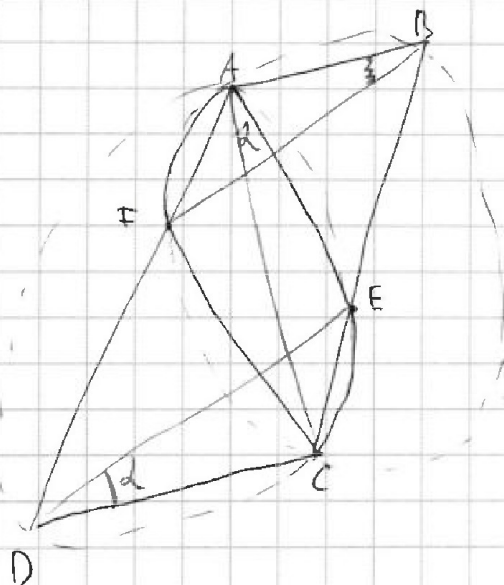
$$\sqrt{2x - x^2} - \sqrt{x^2 + x - 2}$$

$$OH_c = \frac{A_1 B \cdot OH_c}{AB_1} = 1$$

$$\sqrt{1 - \sqrt{0}} = 1$$

$$0 - \sqrt{2}$$

$$0-3$$



$$\triangle CA_1A$$

$$\triangle CB_1B$$

$$\triangle HA_1B$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HBC$$

$$\triangle HCA$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

$$\triangle HBA_1$$

$$\triangle HCA_1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{3} + y\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - y\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(x-2) + \sqrt{3}(2-z) = -3y\sqrt{3}$$

$$z=2y$$

$$(a+b)(b+c) = a^2 + b^2 + c^2 - (a-b)(b-c) = (a-b)(b+c)$$

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 - 3y + 1 = 0 \\ 2x - xy - y^2 + 5y^2 - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 - 3y + 1 = 0$$

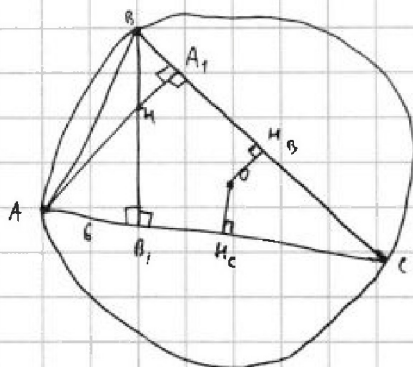
$$D = 3y^2 - 3y + 12y - 4 = y^2 + 12y - 4$$

$$D = (2-3y)^2$$

$$9y^2 - 12y + 4 - 3y^2 + 12y - 4 = y^2$$

$$x = \frac{2y-2+y}{2} = 2y-1$$

$$x = \frac{3y-2-y}{2} = y-1$$



$$OH_1 \cdot A_1B = 6$$

$$A_1B_1 = 6$$

$$y^2 - 3y + 12y - 4 = y^2$$

$$\frac{AF}{CE} = 2$$

$$\frac{AC}{\sin B} = 2r_1$$

$$\frac{DE}{\sin B} = 4r_1$$

$$2AC = DE$$

$$DE = FB$$

$$\frac{AC}{\sin B} = 4r_1$$

$$AC = 16r_1$$

$$\frac{FB}{\sin D} = 2r_1$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{11}$$

$$y^3 - 3y^2 + (y-1) - 2y(y-1) - 1 = y^3 - 3y^2 + y - 1 - 2y^2 + 2y + 1 = y^3 - 5y^2 + 3y = 0$$

$$4y - 2 - 2y^2 + y - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y^2 + 3y + 2$$

$$2(2y-1) - (y-1)y - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$4y - 2 - 2y^2 + y - y^2 + 5y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{(x-1)(x-1)}-3} \leq \frac{1}{\sqrt{(x-1)}-\sqrt{(x-1)(x+2)}}$$

$$OD3: x \in [1; 3]$$

$$x \in [0; 2] \quad [1; 2]$$

$$x \in (-\infty; 2] \cup [1; \infty)$$

$$-(x-1)(x-1) = 9$$

$$x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$x = 2$$

$$-\lambda(x-1) = (x-1)(x+2)$$

$$x^2 - 2x - x - 2 = 0$$

$$b = 1 + k = 17$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$a-b=2$$

$$a=b+2$$

$$a+b+1=2b+2+1$$

$$2^{1025}b+2^{1025}+2^{1024}-8 \cdot 10^{1024}$$

$$b = \frac{2^{1025} - 1 - 2^{1024}}{2}$$

$$a = b+2 = 2^{1024} - 2^{1023} - 1$$

$$a+b+1 = 5$$

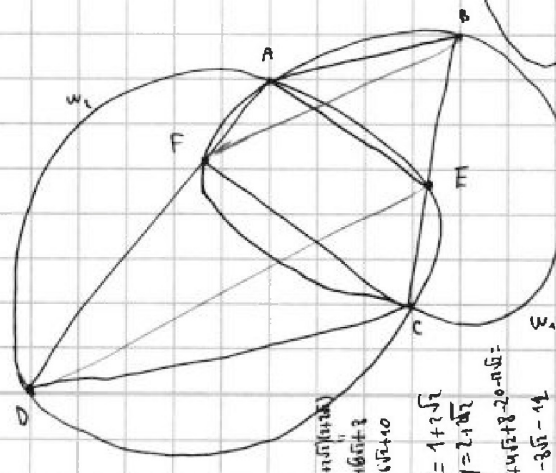
$$2b+1 = 5 - A$$

$$-2y(y-1) = 2y+2y$$

$$2y(2y-1) = 4y+2y$$

$$y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$



$$(2+\sqrt{5})^2 = 4+4\sqrt{5}+5 = 9+4\sqrt{5}$$

$$x(2+\sqrt{5}) = 4+4\sqrt{5}+5 = 9+4\sqrt{5}$$

$$x = 1 + \sqrt{5}$$

$$y = 2 + \sqrt{5}$$

$$1 + 4\sqrt{5} + 8 + 20 + 10 = 39 + 24\sqrt{5}$$

$$= -3\sqrt{5} - 14$$

$$+ \frac{4\sqrt{5}}{20} = \frac{4\sqrt{5}}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разделим два заданных числа $a(101)$ и $b(11)$, где $a > b$. Рассмотрим их разность:

~~$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) = 2^k \cdot 3^m \cdot 5^n$ — да, четвёртый множитель то необходимо отделить и ив. Формула у нас была, поэтому, если разность равна 2^{2024} , т.е. $81 \cdot 10^{1024} = 3^4 \cdot 2^{2024}$, значит $2^{2024} = k$.
Если $a-b=k$, то $a+b=2b+k+1$. Тогда $k+2b+k+1=81 \cdot 10^{1024}$. Отсюда суммарное $b = \frac{81 \cdot 10^{1024} - k - 1}{2}$.
Если $a+b=k$, то $a-b=k-2b+1$. Тогда $-2b+k+1-k=81 \cdot 10^{1024}$, откуда $b = \frac{-81 \cdot 10^{1024} + k + 1}{2k}$.~~

большее или равно 2^{2024} , другое меньше или равно $81 \cdot 5^{1024}$. ~~Важно, что $a+b$ не делится на 2.~~

Значит, один из множителей может быть равен $2^{1014}, 2^{1014} \cdot 3, 2^{1014} \cdot 9, 2^{1014} \cdot 27, 2^{1014} \cdot 81, 2^{1014} \cdot 31 \cdot 5, 2^{1014} \cdot 31 \cdot 5^2, \dots, 2^{1024} \cdot 81 \cdot 5^{1023}$. Но $a-b < a+b+1$. Учитывая, что один множитель имеет вид

$A = 2^{2024} \cdot 3^n \cdot 5^m$, где $n \in \mathbb{Z}; m \in \mathbb{Z}; 0 \leq n \leq 4; 0 \leq m \leq 1024$, а второй — $\frac{81 \cdot 10^{1024}}{A}$, $\neg B$, если $A < B$, то $A = (a-b)$

$B = a+b+1$, если $A > B$, то $A = a+b+1$; $B = a-b$ (Аналогично т.к. эти другой ветки). Тогда имеем

$5 \cdot 2025 = 10125$ таких чисел (не считая все в скобках n и m).

Ответ: 10125.