



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



VI. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

VII. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

VIII. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

IX. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

X. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{15}, bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}, ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}.$$

$$\text{Рассмотрим } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \Rightarrow$$

$$abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} \quad (\text{каждый простой множитель } a, b, c$$

входит в $(abc)^2$ дважды, т.е. четное кол-во раз,

$$\text{поэтому если } ord_2((abc)^2) \geq 36 \Rightarrow ord_2(abc) \geq 18,$$

$$ord_3((abc)^2) \geq 59 \Rightarrow ord_3(abc) \geq 30, \quad \text{аналогично для } 5$$

$$\text{но поскольку } ac: 5^{28}, abc: 5^{26} \Rightarrow abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{приведем пример}$$

$$\text{таких } a, b, c: \begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{14} \\ b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{14} \end{cases} \quad \text{Тогда } abc =$$

$$= 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad \text{и} \quad ab = 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11};$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{14} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}; \quad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\Rightarrow \text{но так как } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} - \text{min возможное } abc$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 2.

Решение:

Окр. описанная около $\triangle AEF$

расчет $AC = \angle AFE = \angle FAC$,

$EF \parallel AB \Rightarrow \angle BAF = \angle AFE = \alpha$.

CD - высота $\triangle ABC$ - $\beta/2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CAD \Rightarrow \angle CAA = \angle CBD = \beta \Rightarrow \triangle CEA \sim \triangle BAF$

(по двум углам) $\Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{BF}{AB}$, ~~по двум сторонам~~ $(EF \parallel BD)$

~~по двум сторонам~~ $\Rightarrow \frac{CE}{ED} = \frac{CF}{FB} \Rightarrow CE = BF \cdot \frac{AC}{AB} = BF \cdot \sin \beta$

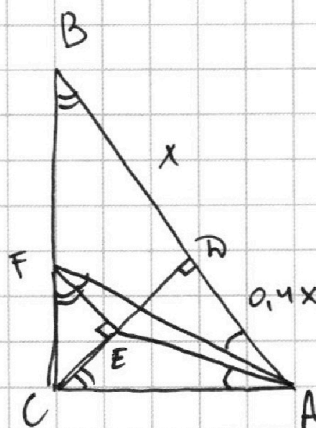
$\frac{CF}{BF} = \sin \angle CFE = \sin \beta \Rightarrow CE = CF \cdot \sin \beta = BF \cdot \sin \beta \Rightarrow F$ -

середина $BC \Rightarrow \frac{S_{\triangle CBD}}{S_{\triangle CFE}} = \frac{4}{1} = 4$.

Поскольку $\frac{AB}{BD} = 1,4$ $\frac{S_{\triangle CBD}}{S_{\triangle CBA}} = \frac{1}{0,4} = \frac{5}{2}$ (CD -

высота, AD ; BD - основания) $\Rightarrow \frac{S_{\triangle CBA}}{S_{\triangle CFE}} = \frac{4}{5} \cdot 2 =$
 $= \frac{8}{5}$.

Ответ: $\frac{8}{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x.$$

ОДЗ:

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) \in [0; 10\pi] \Rightarrow$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi] \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 4,5\pi\right].$$

Рассмотрим случаи, когда x принадлежит различным интервалам: $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$, $[2\pi; 3\pi]$, $[3\pi; 4\pi]$, $[4\pi; 4,5\pi]$.

$$1) x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$\Rightarrow 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$2) x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 9\pi - 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x - 5\pi = 9\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{14\pi}{12} = \frac{7}{6}\pi$$

$$3) x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(-x + 2,5\pi) = 9\pi - 2x$$

$$\Rightarrow -10x + 25\pi = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = 16\pi, x = 2\pi$$

$$4) x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10(x - 2,5\pi) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 25\pi = 9\pi - 2x \Rightarrow 12x = 34\pi \Rightarrow x = \frac{17}{6}\pi$$

$$5) x \in \left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right] \Rightarrow 10 \arccos(\sin x) = 10\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

$$\Rightarrow 45\pi - 10x = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = 36\pi \Rightarrow x = \frac{9}{2}\pi$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{7}{6}\pi; 2\pi; \frac{17}{6}\pi; \frac{9}{2}\pi$.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 14y + 77) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+7)^2 = 4 \end{cases}$$

Покажем на графике на плоскости xOy :

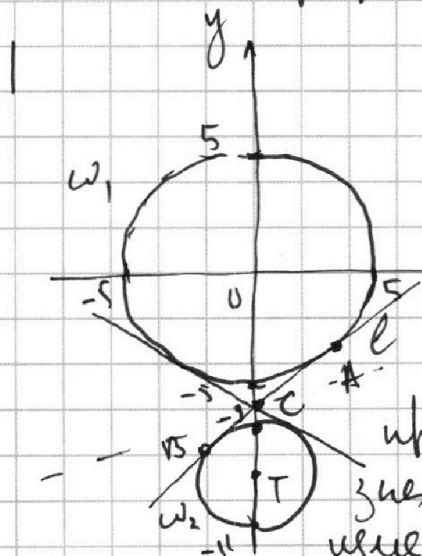
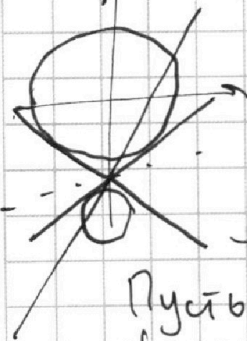


График второго ур-я -
 ω_1, ω_2
 это две окр-ти радиусов
 $r_1 = 5$ и $r_2 = 2$ и центры
 $O(0;0)$ и $T(0;-7)$,

а график первого ур-я - это

прямая, в зависимости от
 значения параметра a , имею-
 щая наклон, который может быть

любым вещественным числом. Если система
 ур-я имеет 4 решения, это значит, что данная прямая
 является секущей для двух окр-ей. Из геометриче-
 ских соображений ясно, что ~~существует~~ ~~такая~~ прямая,
 для которой существует прямая параллельная и являю-
 щаяся секущей, является множество прямых,
~~касающихся~~ у которых наклон меньше больше
 чем по модулю, чем у внутренней касательной
 к двум окр-ам; из картинки видно, что все такие
 прямые удовлетворяют этому условию, и ни
 одна другая не удовлетворяет.



Найдём коэф наклона внутренней касат-ной l . ~~Ясно, что она проходит~~

~~через т. $(0; \frac{11}{3})$ т.к. центры этих~~

Пусть ω_1 касател l в т. A, а ω_2 в т. B.
 и пересекает ось симметрии Oy в т. C

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 - продолжение

Тогда $\triangle AOC \sim \triangle TBC$; $\frac{OA}{TB} = \frac{5}{2}$

$$\begin{cases} OC + CT = 9 \\ \frac{OC}{CT} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow OC = \frac{45}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle OCA = \frac{OA}{OC} \quad AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{25 - \left(\frac{45}{7}\right)^2} = \sqrt{800} = \frac{20\sqrt{5}}{7}$$

$\Rightarrow$ $\tan$ - коэффициент наклона l :

$$\therefore \tan = \tan \angle COA = \frac{AC}{OA} = \frac{\frac{20\sqrt{5}}{7}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{7}$$

анну симметричный коэффициент наклона второй прямой $-\frac{10}{7}\sqrt{5}$. Иско $\tan$ коэффициент наклона прямой

$$y = -\frac{5}{6a}x + b \quad \text{если } \left| -\frac{5}{6a} \right| \leq \frac{10}{7}\sqrt{5} \quad \text{нужно}$$

b не существует, а если $\left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{10}{7}\sqrt{5}$, тогда

всегда найдёт b - абсцисса т.с. Если $a = 0$, $b = 0$, прямая $x = 0$ подходит. Теперь можно найти, удовлетворяющие нас a :

$$\begin{aligned} 1) \quad -\frac{5}{6a} &\geq \frac{10}{7}\sqrt{5} \quad a < 0 \\ -\frac{5}{6a} &\leq -\frac{10}{7}\sqrt{5} \quad a > 0 \\ 2) \quad -\frac{5}{6a} &\leq -\frac{10}{7}\sqrt{5} \quad a < 0 \\ -\frac{5}{6a} &\geq \frac{10}{7}\sqrt{5} \quad a > 0 \\ 3) \quad a &= 0 \end{aligned}$$

Ответ: $-\frac{5}{6\sqrt{52}} < a < \frac{5}{6\sqrt{52}}$

$$\left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{10}{7}\sqrt{5}, a < 0 \Rightarrow -\frac{5}{6a} > \frac{10}{7}\sqrt{5} \Rightarrow -\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$$

$$\left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{10}{7}\sqrt{5}, a > 0 \Rightarrow -\frac{5}{6a} < -\frac{10}{7}\sqrt{5} \Rightarrow -\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$$

Ответ: $-\frac{7}{24\sqrt{2}} < a < \frac{7}{24\sqrt{2}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} = -\log_{x^3} 121 - 5$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x^3} + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x - 6 \cdot \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{11} x} \cdot \frac{2}{3} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x - \frac{16}{3} = 0 \quad (1) \quad x > 0$$

$$\log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} = \log_{(0,5y)^3} (11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + 13 \log_{(0,5y)^3} 11 + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + \frac{13}{3} \cdot \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^5(0,5y) + 5 \log_{11}(0,5y) + \frac{16}{3} = 0 \quad (2); y > 0$$

Рассмотрим функцию $f(x) = \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x$

Рассмотрим $f(x) = \log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x$. Если $f(x) = a$
то $f(\frac{1}{x}) = -\log_{11}^5 x - 5 \log_{11} x = -f(x)$, тогда

если $f(x) = \frac{16}{3}$, $f(0,5y) = -\frac{16}{3} \Rightarrow 0,5y =$

$= \frac{1}{x}$, тогда $x \cdot y = 2 \quad (x, y \neq 0)$

Ответ: 2.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

Решение.

Степень точки M отн. Ω
 равна $MQ \cdot MP = SP \cdot SQ \Rightarrow$

$\Rightarrow SL = MK$ (отрезки
 касательных из S и M)

и PM этом $AL = AK \Rightarrow$

$\Rightarrow AM = 20 \Rightarrow AA_1 = 30$ (медiana), $S_{\triangle ABC} = 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ высота AH из A на BC : $AH = \frac{S_{\triangle ABC}}{\frac{1}{2}BC} = \frac{180}{20} = 9$

$= AH = 9$. Рассмотрим $\triangle ABC$:

по т. Пифагора $AH = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$

$\Rightarrow$ ~~на~~ (пусть H лежит
 на продолжении BC) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \sqrt{18^2 + 14^2} = \sqrt{820} = 2\sqrt{205}$

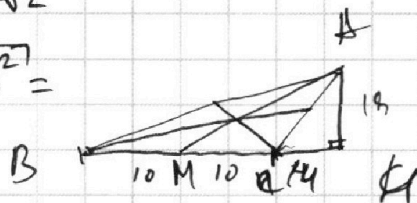
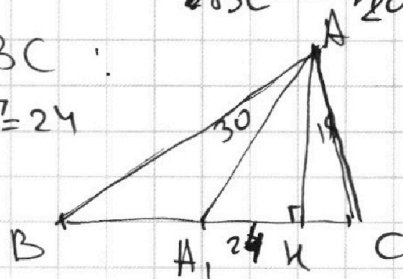
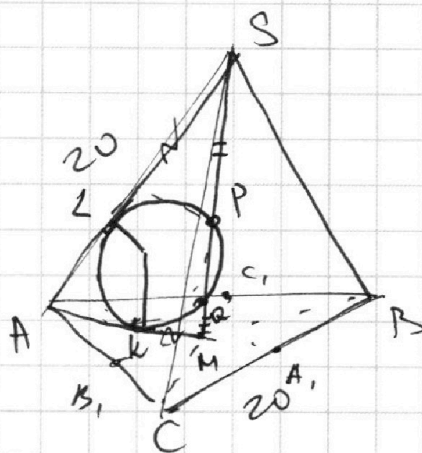
$AB = 2\sqrt{820} = 2\sqrt{130}$; $AD = \sqrt{34^2 + 18^2} =$

$= \sqrt{324 + 1156} = \sqrt{1480} = 2\sqrt{370}$.

так как $\angle C_1 = 3$ или 3 стороны треугольника
 можно найти произведение его медиан

$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot BB_1 \cdot CC_1 \cdot \frac{1}{\sin C} = \frac{18}{2\sqrt{130}} \Rightarrow$

$\Rightarrow BB_1 =$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Сделано~~
~~Сделано~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} a+b \geq 6 \\ b+c \geq 14 \\ a+c \geq 16 \end{cases} \Rightarrow a+b+c \geq 19$$

28

$$a+b$$

6.

$$\begin{aligned} a &= 5^{14} \cdot 3^9 \\ b &= 5^0 \cdot 3^5 \\ c &= 5^{14} \cdot 3^{16} \end{aligned}$$

5:

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ a &= 14 \end{aligned}$$

$$b = 14$$

$$388 = 59$$

$$2^{30}$$

$$2^{14}$$

$$bc: 2^{14}$$

$$ac: 2^{16}$$

$$\begin{aligned} b &= 8 \\ c &= 8 \\ bc &= 64 \end{aligned}$$

$$19$$

$$b = 15$$

$$c = 15$$

$$15 \ 10$$

$$6$$

$$15 \ 9 \ 6$$

$$16 \ 9$$

$$a+b=6$$

$$b+c=14$$

$$a+c=$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$10x-5\pi = 9\pi-2x$$

$$c = 15$$

$$6x + \frac{3}{2}x$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$11$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 42 \\ c &= 21 \end{aligned}$$

$$\log_5 x + 5 \log_5 x = \log_5 x + 5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

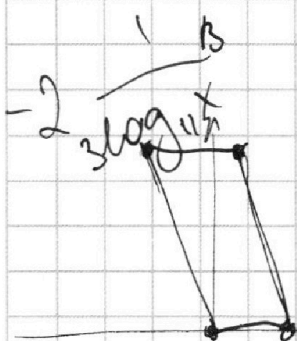
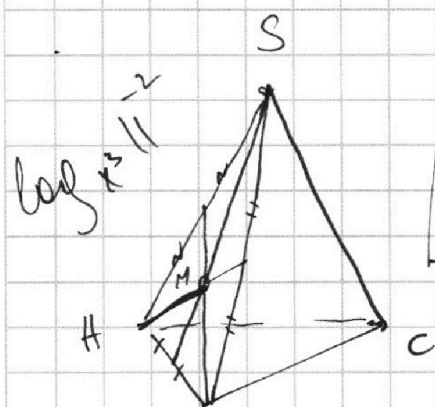
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_x 11} = \log_{x^3} 1 - \log_{x^3} 121 \quad \log_a b = \log_a - \log_b$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{1}{\log_{121} x^3} + 5 = 0 \quad \log_{121} 11 = \frac{1}{2}$$

$$\log_{11}^4 x - \frac{1}{\log_{11} x} + \frac{2}{3 \log_{11} x} + 5 = 0 \quad \log_{121} a = \frac{\log_{11} a}{\log_{11} 121} = \frac{\log_{11} a}{2}$$



$$t^5 + t - 5 = 0$$

$$t(t^4 + 1) = 5$$

$$\log_{11}^5 x + 5 \log_{11} x = \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11}^5 (0.5y) + 5 \log_{11} (0.5y) + \frac{16}{3} = 0$$

$$\log(\log x^3)$$

$$\log(0.5y^3)$$

$$\log_8 4 = \frac{2}{3}$$

$$\log_2 4 = \frac{2}{3}$$

$$6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 =$$

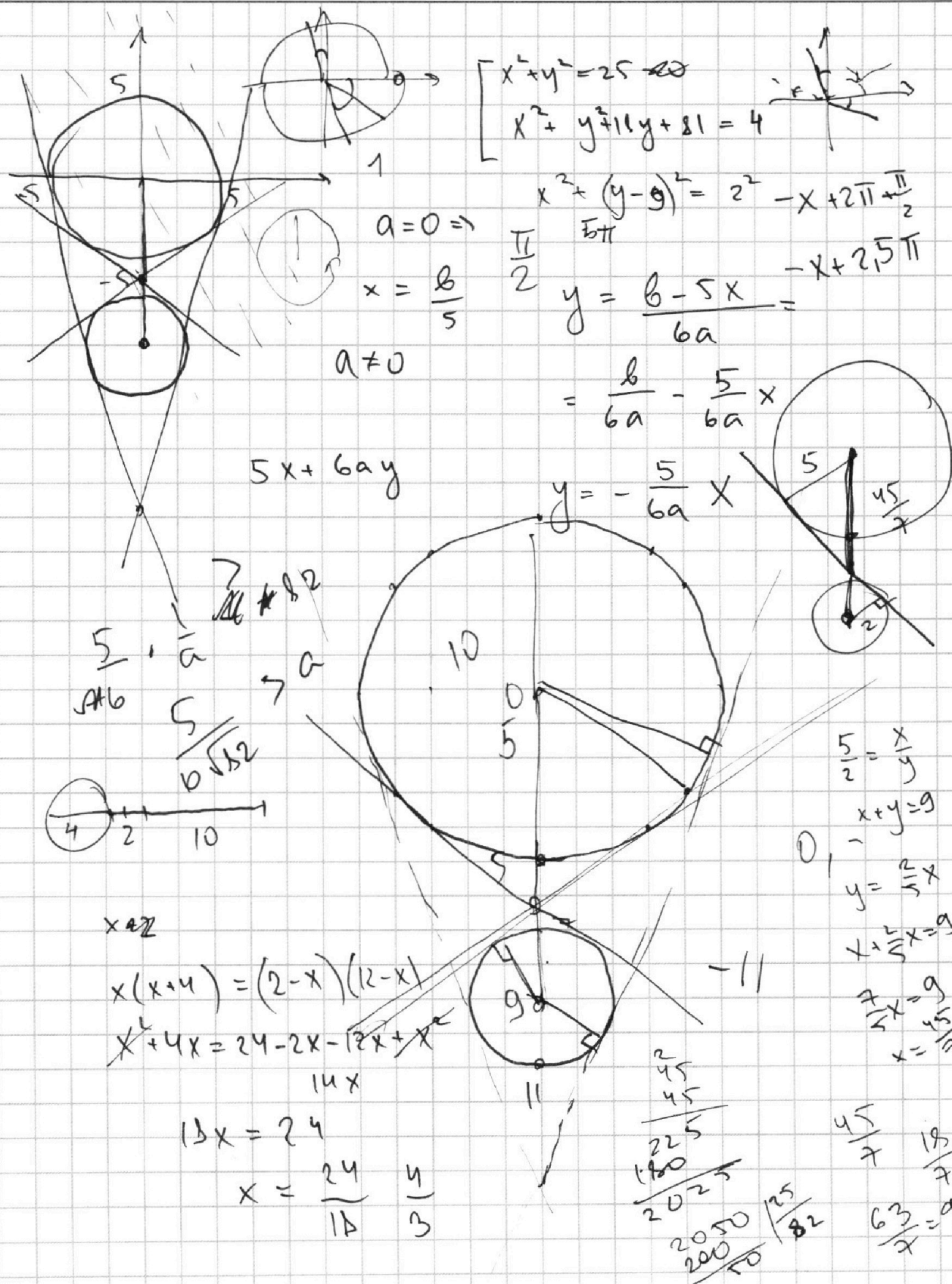
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

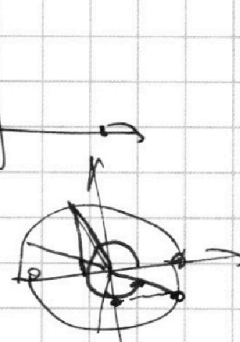
$$10 \left(\arccos \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) \right) = 9\pi - 2x$$

$$\frac{\pi}{2} - x$$

$$\arccos \in [0; \pi]$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{36} \cdot 3^{29} \cdot 5^{52}$$

$$abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$



$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB} = \sin \beta$$

XC

X

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 2^7 \\ c &= 2^{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 2^7 \\ b &= 2^{10} \end{aligned}$$

$$x + y + z = 18$$

$$x + y = 6$$

$$y + z = 14$$

$$x + z = 16$$

$$x - y = 2$$

$$x + y = 6$$

$$2x = 4$$

$$x = 4$$

$$z = 12$$

$$x = 4$$

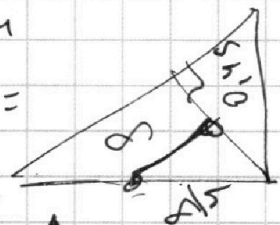
$$y = 0$$

$$\frac{\sin 2x - \frac{\pi}{2}}{\sin 2x} = \frac{\sin 2x - \frac{\pi}{2}}{\sin 2x}$$

$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{CF}$$

$$\log_{10} \frac{1}{x} =$$

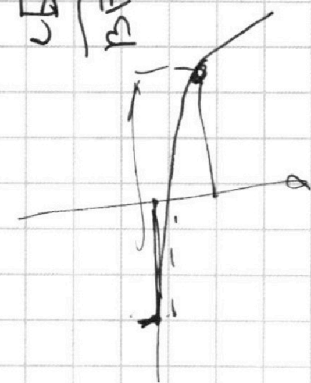
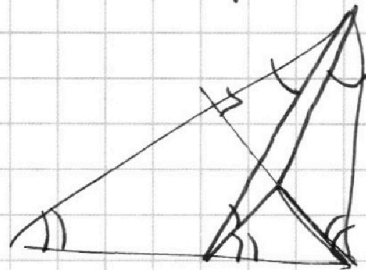
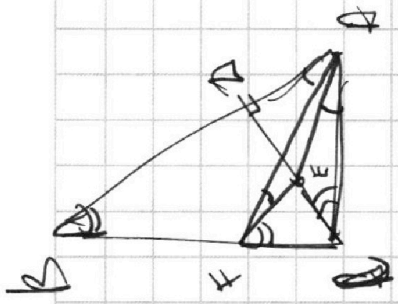
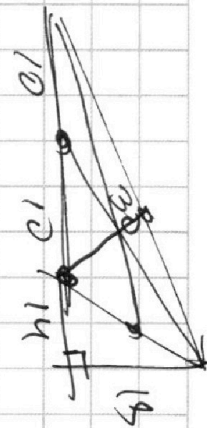
$$= -\log$$



$$\frac{CE}{BF} = \frac{AC}{AB}$$

$$CE = BE \cdot \sin \alpha$$

$$CE = CF \cdot \sin \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

