



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(1)

Пусть $a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$, $b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$, $c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$. Если у чисел a, b и c есть еще какие-то ^{простые} делители, помимо 2, 3 и 5, то они никак не влияют на условие, но при этом увеличивают искомое произведение, поэтому будем считать, что их нет. Тогда по условию верно, что

$$x_1 + y_1 \geq 8; \quad y_1 + z_1 \geq 12; \quad x_1 + z_1 \geq 14.$$

$$x_2 + y_2 \geq 14; \quad y_2 + z_2 \geq 20; \quad x_2 + z_2 \geq 21$$

$$x_3 + y_3 \geq 12; \quad y_3 + z_3 \geq 17; \quad x_3 + z_3 \geq 39$$

Из этих неравенств получаем, что

$$x_1 + y_1 + z_1 \geq \frac{8+12+14}{2} = 17$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq \frac{14+20+21}{2} = 27$$

$$x_3 + y_3 + z_3 \geq \frac{12+17+39}{2} = 34$$

$$\text{Значит, } x_1 + y_1 + z_1 \geq 17,$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq 27, \quad x_3 + y_3 + z_3 \geq 34.$$

$$\text{Но по условию } x_3 + z_3 \geq 39,$$

$$\text{значит, } x_3 + y_3 + z_3 \geq 39.$$

Минимальное произведение abc равно $2^{x_1+y_1+z_1} 3^{x_2+y_2+z_2} 5^{x_3+y_3+z_3} = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39}$.

Пример: $a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{12}$, $b = 2^3 \cdot 3^7$; $c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27}$.

$$\text{Тогда } ab = 2^8 3^{14} 5^{12} : 2^8 3^{14} 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} 3^{21} 5^{27} : 2^{12} 3^{20} 5^{17}$$

$$ac = 2^{14} 3^{21} 5^{39} : 2^{14} 3^{21} 5^{39}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{17} 3^{27} 5^{39}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



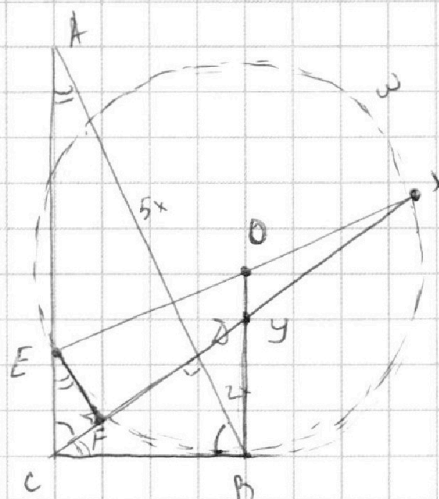
(N2)

Дано:

$\triangle ABC$ — прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$;
и кас. BC в B , CD — вис. $\triangle ABC$
и $\cap AC = E$; и $\cap CD = F$;
 $EF \parallel AB$; $AD:AB = 5:2$

$$S_{ABC} : S_{CEF} = ?$$

Решение:



т.к. $EF \parallel AB$, $\angle CAB = \angle CEF$
и $\angle ADC = \angle EFC = 90^\circ$. Значит,
 $\triangle ABC \sim \triangle ECF$ по 2 углам.

Следовательно, $S_{ABC} : S_{CEF} =$
 $= \frac{AC \cdot BC}{CF \cdot EF} = \left(\frac{BC}{CF} \right)^2$. Т.к. BC — касательная к ω , $BC^2 = CF \cdot CX$, где

X — пересечение CD и ω дальняя точка Δ . Значит, $\frac{BC^2}{CF^2} = \frac{CX}{CF}$,
т.е. достаточно найти отношение $\frac{CX}{CF}$.

Т.к. $\angle EFX = 90^\circ$, EX — диаметр ω . Значит, O — середина EX .

Т.к. B — точка касания BC и ω , $OB \perp BC$ и $OB \parallel EC$. Т.к.

OB проходит через середину EX и $OB \parallel EC$, OB — средняя линия
 $\triangle ECX$ и OB пересекает CX в середине (пусть точка пересечения — точка Y), BD — высота в прямоугольном треугольнике $\triangle BCY$. $CD \cdot DY = BY^2 = 4x^2$, где $x = \frac{1}{2} AB$. При этом CD — высота в $\triangle ABC$, т.е. $CD^2 = AD \cdot BD = 10x^2$. Значит, $DY =$
 $= \frac{4x^2}{x \sqrt{10}} = \frac{4x}{\sqrt{10}}$. Т.к. $CY = \frac{1}{2} CX$, $CX = 2(CD + DY) = 2\left(x\sqrt{10} + \frac{4x}{\sqrt{10}}\right)$.

$$= 2 \cdot \frac{14x\sqrt{10}}{10} = \frac{14\sqrt{10}}{5} x$$

Поскольку BC — касательная,
 $BC^2 = CF \cdot CX$, а также BC — катет $\triangle ABC$, т.е. $BC = \sqrt{BD \cdot BA} =$
 $= x\sqrt{4}$. Следовательно, $14x^2 = CF \cdot \frac{14x \cdot \sqrt{10}}{5}$

$$CF = \frac{5x}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{BC}{CF} \right)^2 = \left(\frac{x\sqrt{4} \cdot \sqrt{10}}{\frac{5x}{\sqrt{10}}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{140}}{5} \right)^2 = \frac{140}{25} = 5 + \frac{15}{25} =$$

$$= 5,6$$

Ответ: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = 5,6$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N3)

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$5 \arcsin(\sin(\pi/2 - x)) = \pi/2 - x$$

Рассмотрим несколько случаев:

1) $x \in [-2\pi; -\pi]$. Тогда

$$\pi/2 - x \in [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]. \text{ Значит,}$$

$$5 \arcsin(\sin(\pi/2 - x)) = \pi/2 - x$$

$$5(\pi/2 - x - \pi) = \pi/2 - x$$

$$5(-x - \frac{3\pi}{2}) = \pi/2 - x$$

$$-5x - \frac{15\pi}{2} = \pi/2 - x$$

$$-\frac{16\pi}{2} = 4x$$

$$x = -\frac{4\pi}{2} = -2\pi$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos(-2\pi)) = \pi + 4\pi$$

$$10 \arcsin(1) = 5\pi$$

$$\pi/2 = \pi/2 - \text{верно}$$

2) $x \in [-\pi; 0]$. Тогда $\pi/2 - x \in [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$, то есть

$$5 \arcsin(\sin(\pi/2 - x)) = \pi/2 - x$$

$$5(\pi/2 - x - \pi) = \pi/2 - x$$

$$5(-x - \pi/2) = \pi/2 - x$$

$$-5x - \frac{5\pi}{2} = \pi/2 - x$$

$$-\frac{6\pi}{2} = 4x$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos(-\frac{3\pi}{4})) = \pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$10 \arcsin(\sin(\pi/4)) = \pi + \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2} - \text{верно}$$

3) $x \in [0; \pi]$. Тогда $\pi/2 - x \in [-\pi/2; \pi/2]$, то есть

$$5(\pi/2 - x) = \pi/2 - x$$

$$\pi/2 = x$$

Проверим корень:

$$10 \arcsin(\cos \pi/2) = 0$$

$$10 \arcsin(0) = 0$$

$$0 = 0 - \text{верно}$$

4) $x \in [\pi; 2\pi]$. Тогда $\pi/2 - x \in [-3\pi/2, -\pi/2]$, то есть

$$5(\pi/2 - x + \pi) = \pi/2 - x$$

$$5(\frac{3\pi}{2} - x) = \pi/2 - x$$

$$\frac{15\pi}{2} - \pi/2 = 4x$$

$$x = \frac{7\pi}{4}$$

Проверим корень:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos \frac{7\pi}{4}) = \pi - \frac{7\pi}{2}$$

$$10 \arcsin(\sin(-\frac{\pi}{4})) = -\frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{10\pi}{4} = -\frac{5\pi}{2} \text{ - верно}$$

5) $x \in [2\pi; 3\pi]$. Тогда $\frac{\pi}{2} - x \in [-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$, т.е.

$$5(\frac{\pi}{2} - x) + 2\pi = \frac{\pi}{2} - x$$

$$4(\frac{\pi}{2} - x) = -10\pi$$

$$12\pi = 4x$$

$x = 3\pi$. - Проверим корни;

$$10 \arcsin(\cos 3\pi) = \pi - 6\pi$$

$$10 \arcsin(-1) = -5\pi$$

$$-5\pi = -5\pi \text{ - верно.}$$

Найдем все корни, т.е. рассмотрим все случаи по ОДЗ.

Ответ: $x \in \{-2\pi; -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}; 3\pi\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐



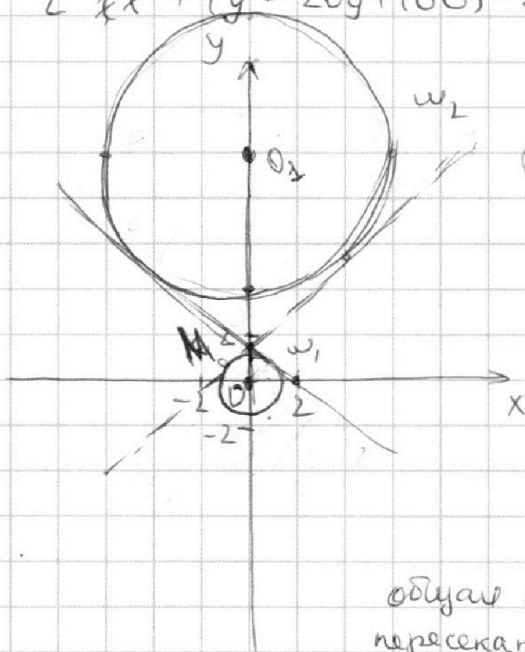
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча ОР-кода недопустима!

(NH)

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 46 \\ x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y - 20y + 100) = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 4b \\ x^2 + y^2 = 1 \quad (w_1) \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \quad (w_2) \end{cases}$$



Так как параболы системы
должны иметь ровно 4 реше-
ния, прямая $y = \frac{2}{3}x + 46$
должна пересекать окружности
 ω_1 и ω_2 в 2-х точках.

Заметим, что для $q > k$,
где k — ^{коэффициент при x} ~~угол наклона~~ ^{обознач}
внутренней касательной, то
такой β обязательно найдет-
ся, ведь прямая такого вида
будет ближе к оси Oy , чем
асимптота, следовательно, будут
обе окруж. в 2-х точках.

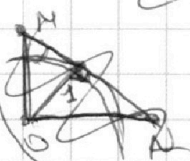
Т.к. ось Oy — линия центров окружностей, касательные внутренние касательные симметричны относительно Oy , т.е. касательные имеют вид $y = kx + l$ и $y = -kx + l$. Аналогично описанному ранее, если $\frac{a}{3}$ меньше $-k$, то прямая $y = \frac{a}{3}x + 4b$ будет ближе к оси Oy и будет проходить напм.

Найдём общее касательное этих 2-х окружностей

Пусть M -точка пересечения внутренних касательных. Рассмотрим гомоморфизм ψ_1 и ψ_2 с центром M и коэффициентами $\frac{1}{\phi}$ и $\frac{1}{\phi}$. Тогда $\frac{\partial \psi_1}{\partial \psi_2} = \frac{1}{\phi}$ и $\phi_1 M + \phi_2 M = 10$. Значит, $\phi_1 M \rightarrow$

~~$$= \frac{10}{16} \times 0.1 \times \frac{50}{8} = \frac{0.1 \times 50}{16} = \frac{5}{160} = \frac{1}{32} = 0.03125 \text{ m} = 0.3125 \text{ cm}$$~~

3) ~~Значим $\rho = \frac{60}{7} \text{ м/с}$ $y_{\text{карс}} = kx + \frac{60}{7}$, $y_{\text{карс}2} = kx + \frac{60}{7}$~~
~~Пусть N - направление Ox и $y_{\text{карс}} \perp$ Torpa~~
 ~~$\theta = k + \frac{60}{7}$ $OM = OM_1 + OM_2 = \frac{60}{7}$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N5)

$$1) \log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{2x} 3 \quad 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{1}{3 \log_5 2x} - 3$$

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1/2 \end{cases}$$

$$3\log_5^5(2x) + 9\log_5(2x) + 13 = 0 \quad (1)$$

$$2) \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y 3 \quad 9 - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1}{3 \log_5 y} - 3$$

$$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \quad (2)$$

Заметим, что $\log_5(2x) + \log_5(y) = \log_5(2xy)$. Значит, если мы найдем эту сумму, то однозначно найдем xy .

Пусть $t = \log_5 2x$, $z = \log_5 y$. Тогда нам нужно найти $t+z$. Сложим (1) и (2). Получим, что

$$3(t^5 + z^5) + 9(t+z) = 0$$

$$(t+z)(t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3) = 0$$

$$1) \text{ Если } t+z=0, \text{ то } 2xy=1, xy=1/2$$

$$2) \text{ Если } t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3 = 0, \text{ то}$$

$$(t^4 - t^2z^2 + z^4) + (t^3z - tz^3 + 3) = 0$$

$$t^4 - t^2z^2 + z^4 - tz(t^2 - z^2) + 3 = 0$$

$$(t^2 - z^2)^2 + t^2z^2 - tz(t^2 - z^2) + 3 = 0$$

$$(t-z)^2((t+z)^2 - tz) + t^2z^2 + 3 = 0$$

$$(t-z)^2(t^2 + tz + z^2) + t^2z^2 + 3 = 0 \quad \text{— это равенство невозможно.}$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$\geq 0$$

$$> 0$$

м.к. неположит.
квадрат

Следовательно, $xy = 1/2$. Проверим; подставив $x = \frac{1}{2y}$ в (1):

$$3\log_5^5(y^{-1}) + 9\log_5(y^{-1}) - 13 = 0$$

$$-3\log_5^5 y - 9\log_5 y - 13 = 0$$

$$3\log_5^5 y + 9\log_5 y + 13 = 0 \quad \text{— это уравнение (2).}$$

Значит, если корни имеются (а они есть по условию),
то $xy = 1/2$.

Ответ: $xy = 1/2$



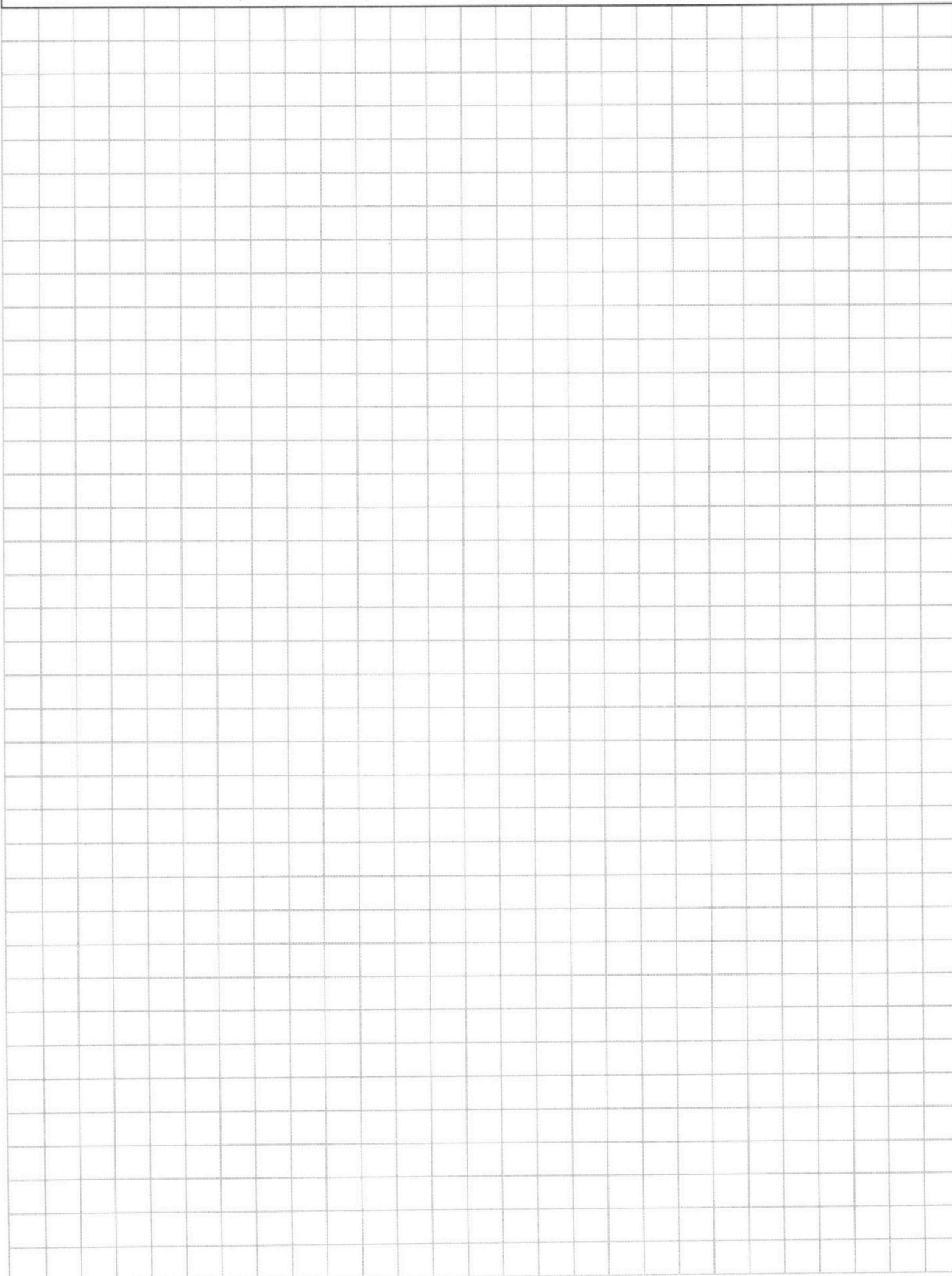
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\left(\frac{1}{\log_{2x} 5}\right)^4 = \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$3\log_{2x}^4 5 - 13\log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$-13t^5 + 9t^4 + 3 = 0$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3\log_5 2x} - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3\log_5 2x} + 3 = 0$$

$$3\log_5^5(2x) - 13 + 9\log_5 2x = 0$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$

$$t^5 + 3t^5 + 3(t+z) = 0$$

$$(t+z)(t^4 - t^3z + t^2z^2 - tz^3 + z^4 + 3) = 0$$

$$\uparrow$$

$$(t^2 + z^2)t = t^3z + tz^3$$

$$-2t^2z^2(t^2 + z^2)(t^2 + z^2) = t^2 + z^2$$

$$(t^2 + z^2)(t^2 - tz + z^2) = 2t^2z^2$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{-1}{3\log_5 y} - 3$$

$$1\log_5^4 y + \frac{13}{3\log_5 y} + 3 = 0$$

$$3\log_5^5 y + 13\log_5 y + 9\log_5 y = 0$$

$$\begin{cases} x > 0 & x \neq \frac{1}{2} \\ y > 0 & y \neq 1 \end{cases}$$

$$t+z=0$$

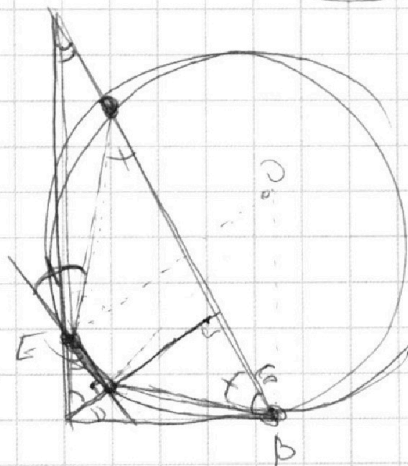
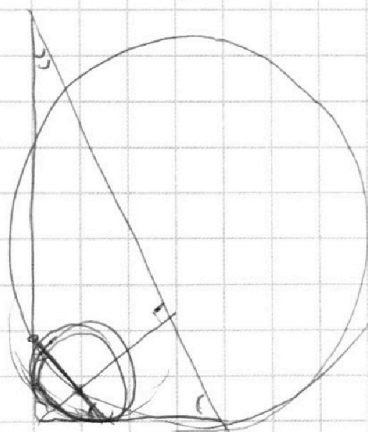
$$3t^5 + 9t + 13 = 0$$

$$t+z=0$$

$$\log_5(2xy) = 0$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$



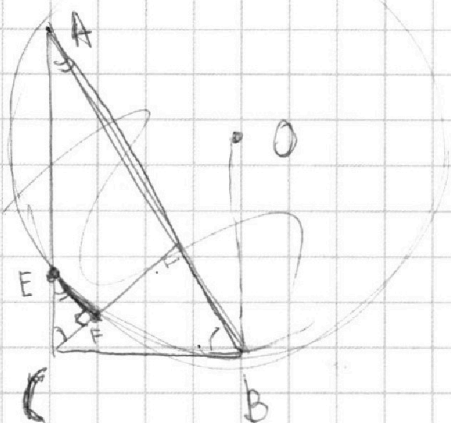
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$[-\pi/2, \pi/2]$$

$$[-5\pi, 5\pi]$$

$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$3\pi \geq x \geq -2\pi$$

$$x \in [-2\pi, 3\pi]$$

Решение, если

$$10 \arcsin(\sin(\pi/2 - x)) = \pi - 2x$$

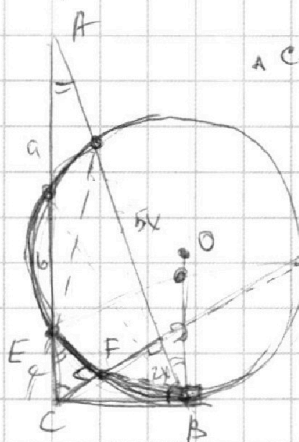
$$1. \text{ если } \pi/2 - x \in [-\pi/2, \pi/2]$$

$$5\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$5(\pi - 2x) = \pi - 2x$$

$$\pi = 2x$$

$$x = \pi/2$$

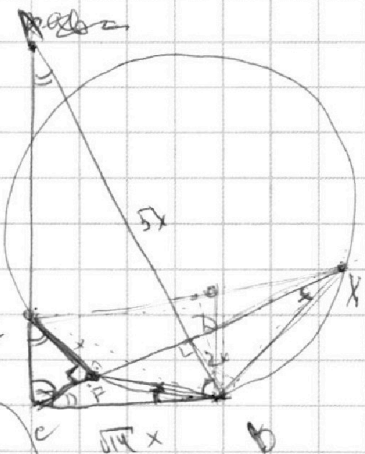


$\triangle CEF$ - прямоугольный

$$\frac{CF}{CS} = \frac{EC}{AE}$$

$$a + b + c = x\sqrt{35}$$

$$CB = 14x^2$$



$$4 \log_5(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{(2x)^3} (5)^4 - 3$$

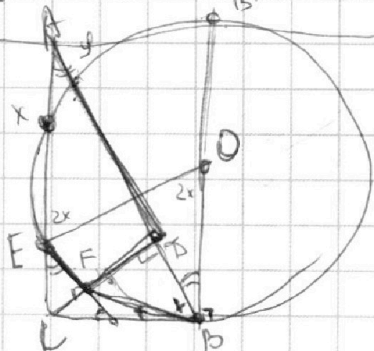
$$4 \log_5 y + 4 \log y 5 = \log_{y^3} (5)^4 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 + 3 = 0$$

$$3 \log_5^5(2x) + 3 \log_5(2x) - 13 = 0$$

$$5t^5 + 9t - 13 = 0$$



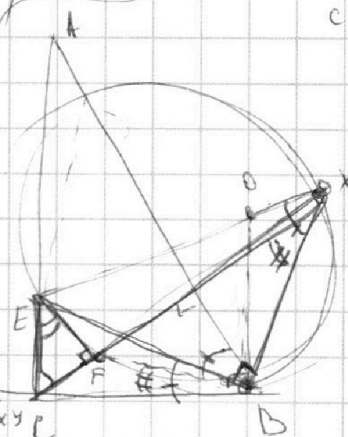
$$1) = \frac{\vec{EB} - \vec{xy}}{2}$$

$$2) = \frac{-\vec{FB}}{2}$$

$$1) + 2) = \frac{\vec{FB} + \vec{EB} - \vec{xy}}{2}$$

$$\frac{\vec{EB} - \vec{xy} + \vec{EB}}{2} = \frac{\vec{EB} + \vec{EB} - \vec{xy}}{2}$$

$$\vec{EB} + \vec{EB} = 180^\circ - \vec{xy} = \frac{\vec{xy}}{2}$$



$$x > 0$$

$$x \neq 1/2$$

$$y > 0$$

$$y \neq 1$$

$$BC^2 = CF \cdot CX$$

$$\left(\frac{BC}{CF}\right)^2 = \frac{CX}{CF}$$

$$\frac{CF \cdot CX}{CF^2} = \frac{CX}{CF}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{x_1} 3^{x_2} 5^{x_3}$$

$$b = 2^{y_1} 3^{y_2} 5^{y_3}$$

$$c = 2^{z_1} 3^{z_2} 5^{z_3}$$

$$x_1 + y_1 \geq 8 \quad y_1 + z_1 \geq 12 \quad x_1 + z_1 \geq 14$$

$$x_2 + y_2 \geq 14 \quad y_2 + z_2 \geq 20 \quad x_2 + z_2 \geq 21$$

$$x_3 + y_3 \geq 12 \quad y_3 + z_3 \geq 17 \quad x_3 + z_3 \geq 39$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}?$$

$$x_1 = 5 \quad y_1 = 3 \quad z_1 = 9$$

$$x_2 = 7 \quad y_2 = 7 \quad z_2 = 14$$

$$x_3 = 12 \quad y_3 = 0 \quad z_3 = 27$$

$$x_1 + y_1 + z_1 \geq \frac{34}{2} = 17$$

$$x_2 + y_2 + z_2 \geq \frac{55}{2} > 27$$

$$x_3 + y_3 + z_3 \geq \frac{68}{2} = 34$$

