



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1



2



3



4



5



6



7



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что ~~мы~~ степени возведения
двойки в abc не чётные, т.е. $\frac{9+14+19}{2} = \frac{28+14}{2} =$
 $= 21$, т.к. $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 2^{19} \cdot 2^{14} \cdot 2^9 = 2^{42} \Rightarrow abc : 2^{21}$.
Для тройки $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 : 3^{40+13+18} = 3^{41} \Rightarrow abc : 3^{20}$,
т.к. в точный квадрат должна входить чётная
степень. $\Rightarrow abc : 3^{21}$. Для пятёрки $abc : 5^{30} \Rightarrow$
 $\Rightarrow abc : 5^{30}$ # а

Значит $abc : 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \Rightarrow abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$

Если $a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{10}$; $b = 2^2 \cdot 3^3$; $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20}$, то

$abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$; $ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$; $ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$; $bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{20}$.

Заметим что условие выполняется и
оценка достигнута

ответ: $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x_1 = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos(x_1 - \frac{\pi}{2})) = x_1$$

$$5 \arcsin(\sin x_1) = x_1$$

Заметим, что $|x_1| < \frac{5\pi}{2}$, т.к. $|\arcsin n| < \frac{\pi}{2}$.

Рассмотрим промежутки, на которых
по-разному раскрывается $\arcsin(\sin(x_1))$

$$x_1 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}): \quad x_1 \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}): \quad x_1 \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$$

$$\begin{aligned} 5x_1 &= x_1 \\ x_1 &= 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5(\pi - x_1) &= x_1 \\ 5\pi &= 6x_1 \\ x_1 &= \frac{5\pi}{6} \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}) \\ x &= \frac{5}{6}\pi = \frac{5}{3}\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5(x_1 - 2\pi) &= x_1 \\ 4x_1 &= 10\pi \\ x_1 &= \frac{5}{2}\pi \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}] \\ x &= 2\pi \end{aligned}$$

Остальные случаи рассматриваются симметрично,
т.к. $\arcsin(\sin x_1) = -\arcsin(\sin(-x_1))$ и получаем
что если x_1 - корень то $-x_1$ - корень. Получаем

$$\text{еще 2 корня: } x_1 = -\frac{5\pi}{6} \text{ и } x_1 = -\frac{5\pi}{2}$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} = -\frac{5}{3}\pi \quad x = -3\pi$$

$$\text{ответ: } x \in \{-3\pi\} \cup \{-\frac{5}{3}\pi\} \cup \{-\frac{\pi}{2}\} \cup \{\frac{5}{3}\pi\} \cup \{2\pi\}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

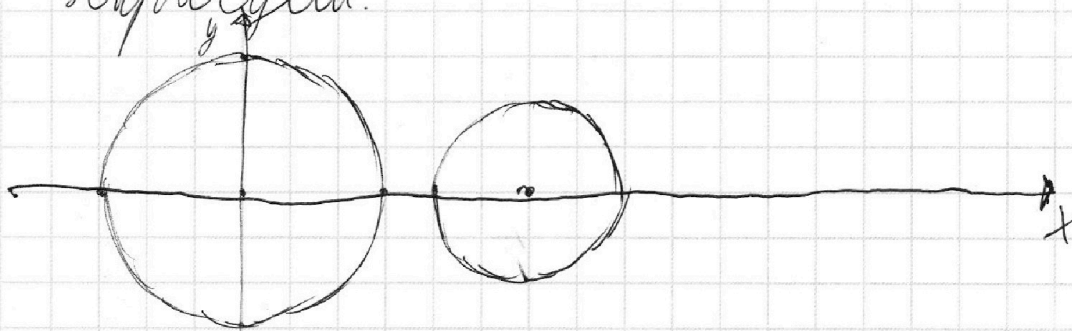
6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Еще заметим что второе равенство - две окружности, т.к. $x^2 + y^2 - 9 = 0$ - окружность с центром $(0;0)$ и радиусом 3, а $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$ $(x-6)^2 + y^2 - 4 = 0$ - окружность с центром в точке $(6;0)$ и радиусом 2. Тогда первое равенство - прямая, у которой угол наклона зависит от a , а то на сколько её поднимем - от b . Нарисуем.



теперь заметим, что если наклон будет по $\tan^{-1} \frac{a}{2}$ то модуль будет больше чем коэффициент у касательной, то прямая при наклоне будет пересекать только 1 окружность $\Rightarrow$ модуль $-\frac{a}{2} <$ модуль у внутр. касательной (в случае равенства при $\tan^{-1} \frac{a}{2}$ она касается двух окр., а при других только пересекать не пересекать одну из окружностей). При модуле $-\frac{a}{2} <$ модуль коэфф. у внутр. касательной. Если провести другой лист.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

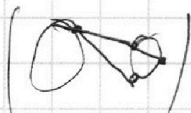
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

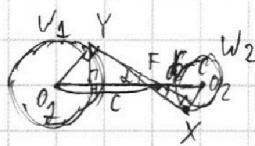
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если провести через точку касательной
соотв. знака, то прямая пересечет в 4 точки.

(). Тогда нужно вычислить коэффициент
наклона касательной.



Пусть O_1 и O_2 — центры W_1 и W_2 , X и Y —
точки касания, F — пересечение
касательной и O_1O_2 . $H \in O_1O_2$: $YH \perp O_1O_2$.

$$O_1O_2 = 6 \quad (x_1=0, y_1=0; x_2=6, y_2=0) \quad O_1Y=R_1=3 \quad O_2X=R_2=2$$

Пусть $O_1F=c$, тогда $\frac{c}{3} = \frac{2}{2} \cdot \frac{6-c}{2}$ (из подобия)

$$3c = 18 - 3c \quad 5c = 18 \quad c = \frac{18}{5}$$

$$YF = \sqrt{O_1F^2 - O_1Y^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{5}\right)^2 - 3^2} = 3 \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 - 1} = \frac{3}{5} \sqrt{36 - 25} = \frac{3\sqrt{11}}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{O_1Y}{YF} = \frac{3 \cdot 5}{3\sqrt{11}} = \frac{5}{\sqrt{11}} \Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{11}} \leq \frac{a}{2} \leq \frac{5}{\sqrt{11}} \quad -\frac{10}{\sqrt{11}} \leq a \leq \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$O\&3: x \neq 1, x > 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{\log 5}{2} \log_x 3 - 8$$

$$\log_3^5 x + 6 = \frac{5}{2} - 8 \log_3 x$$

$$\text{Замена: } t = \log_3 x$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0$$

Заметим что функция **монотонно**

возрастает (т.к. все слагаемые нечетные), поэтому

есть **только 1** решение. Заметим что корни

левого ~~иного~~ пусть t_1 корень левого.

$$\text{тогда } (t_1)^5 + 8(t_1) = -\frac{7}{2} \Rightarrow -t_1 - \text{корень правого.}$$

$$\text{тогда } \log_3 x + t_1 = -s_1, \text{ где } s_1 - \text{корень правого} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x = -\log_3 5y \quad \log_3 x + \log_3 5y = \log_3 5xy = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

$$\text{Ответ: } xy \in \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8$$

$$y \neq \frac{1}{5}, y > 0$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \frac{2}{\log_3 5y} = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$\log_3^5(5y) + 2 = \frac{11}{2} - 8 \log_3(5y)$$

$$s = \log_3 5y$$

$$s^5 + 8s + 2 - \frac{11}{2} = 0$$

$$s^5 + 8s - \frac{7}{2} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем уравнение прямой содержащей
сторону параллелограмма.

$$PO: y = ax + b \quad \begin{cases} 42 = -14a + b \\ 0 = 0 + b \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{42}{14} = -3 \Rightarrow PO: y = 3x, \\ y + 3x = 0,$$

т.к. точки A и $B \in PO \cap Q$, то $y_1 + 3x_1 \geq 0$
 $y_2 + 3x_2 \geq 0$, т.к.

лежат поверху от прямой.

$$QR: y = ax + b \quad \begin{cases} 42 = 6a + b \\ Q = 20a + b \end{cases} \Rightarrow 14a = -42 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 60 \Rightarrow QR: y = -3x + 60 \\ y + 3x = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 + 3x_1 \leq 60 \\ y_2 + 3x_2 \leq 60$$

PA и OR дают ограничения $0 \leq y_1 \leq 42$. Рассмотрим
семейство $y_1 + 3x_1 = c$. Заметим, что оно покрывает
все целые точки по одному разу. Если
перерформулировать факт, что надо доказать, то

$$\text{получим: } \begin{cases} y_1 + 3x_1 = c_1 \\ y_2 + 3x_2 = c_2 \end{cases} \quad c_2 - c_1 = 33. \text{ Посчитаем кол-во}$$

точек в каждом семействе $\in \mathbb{N}$. Если $c < 0$; если $c > 60$; если $0 \leq c \leq 60$, то их 8. Тогда ответ -

$8^2 \cdot x$, где x - кол-во способов выбрать (c_2, c_1) в рамках промежутка
иначе 7. Если $c_2 = 3$, то $c_1 = 3$. Тогда таких пар в промежутке - 1.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда для таких с пар $A \cup B = 8^2 \cdot 10$. А для
оставшихся кол-во пар элементов $= 28 - 10 = 18$ и
для тех с $\%3$ пар $A \cup B = 7^2 \cdot 18$. Тогда всего
пар $= 8^2 \cdot 10 + 7^2 \cdot 18 = 640 + 49 \cdot 18 = 640 + 882 = 1522$.
Ответ: 1522.

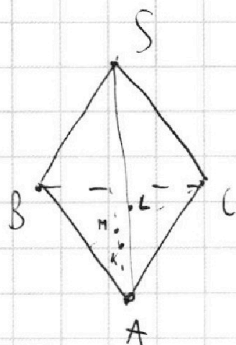
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

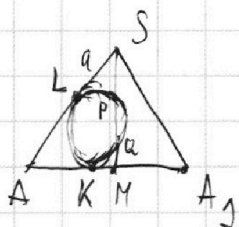
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Посмотрим на плоскость (MKS):



Заметим что ω (окружность
полученная сечением плоскостью Ω)
касается AS и AA_1 в точках L и K соответственно.

Пусть $SL = a$, тогда $AL = 12 - a$

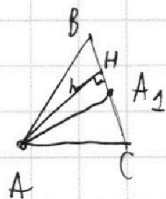
$AK = AL$, т.к. ω — касательная, т.к. они обе касательные!

$$MK^2 = MP \cdot MQ = SQ \cdot SP = SL^2 \Rightarrow MK = SL = a.$$

(степенная точка)

$$\Rightarrow AM = 12 - a + a = 12. \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} \cdot AM = 18.$$

Посмотрим на плоскость ABC:



Д/т: $AH \perp BC$.

$$AH = \frac{2S}{BC} = \frac{180}{12} = 15 \quad AA_1 = 18 \Rightarrow A_1H = \sqrt{AA_1^2 - AH^2} =$$

$$= \sqrt{18^2 - 15^2} = 3\sqrt{6^2 - 5^2} = 3\sqrt{11} \quad BH = BA_1 - A_1H = \frac{1}{2}BC - A_1H = 6 - 3\sqrt{11} \Rightarrow$$

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} \Rightarrow \triangle ABC \text{ тупоуг.}$$



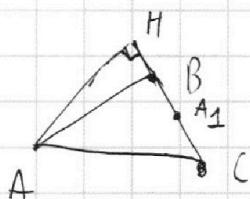
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BH = 3\sqrt{11} - 6$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB = 3\sqrt{11+4-4\sqrt{11}+25} = 3\sqrt{40-4\sqrt{11}} = 6\sqrt{10-\sqrt{11}}$$

$$AC = \sqrt{(3\sqrt{11}+12)^2 + 15^2} = 3\sqrt{11+16+8\sqrt{11}+25} =$$

$$3\sqrt{48+8\sqrt{11}} = 6\sqrt{12+2\sqrt{11}}$$

Из ^{сторон} ~~этих~~ можно выразить медианы,
а после найти произведение.



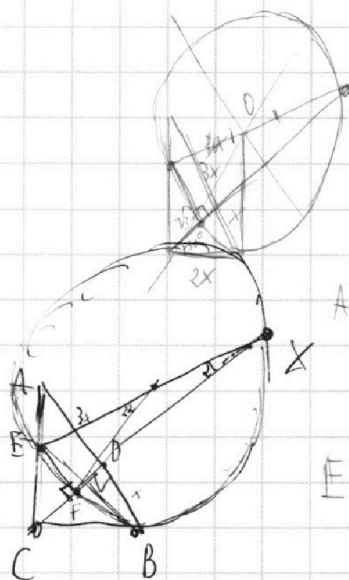
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \cdot 6 \cdot 15^2$$

$$18^2 - 15^2 = 3 \cdot 33$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 15 \\ \hline 33 \end{array}$$

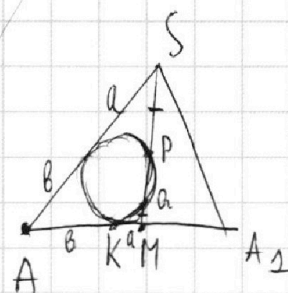
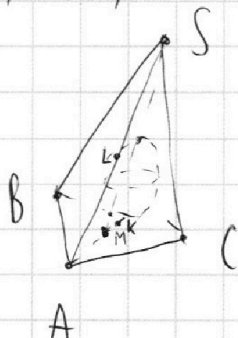
$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$CF \cdot CG = CB^2$$

$$18 \quad 6^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{144 - 25}{4} = \frac{119}{4}$$

$$12 \cdot \frac{3}{2} = 18$$

$$\begin{array}{r} 15 \quad 36 \\ 5 \quad 12 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 4 \\ \hline 256 \end{array}$$

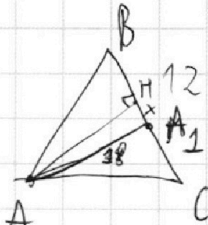
$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$AK = b \quad AM = b - a$$

$$MK = SL$$

$$a + b = 12$$

$$\frac{12 - a}{12 - 3a} = \frac{2}{1}$$



$$h = \frac{15}{2} = \frac{15}{2}$$

$$m = \frac{72}{5}$$

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{72}{5}\right)^2$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{72}{5}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = 3 \sqrt{\left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = 3$$

$$h = \frac{15}{2}$$

$$x = \sqrt{24^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt{576 - \frac{225}{4}} = \sqrt{\frac{2289}{4}} = \frac{\sqrt{2289}}{2}$$

$$AA_1 = b + b - 2a = \frac{6 \cdot 12}{5} = \frac{72}{5}$$

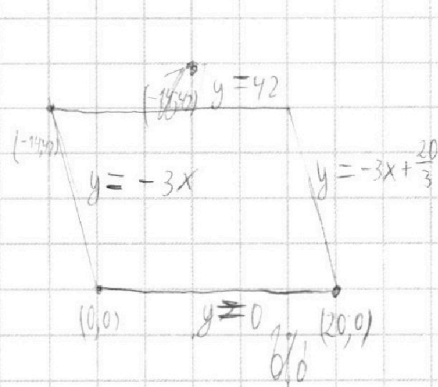
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

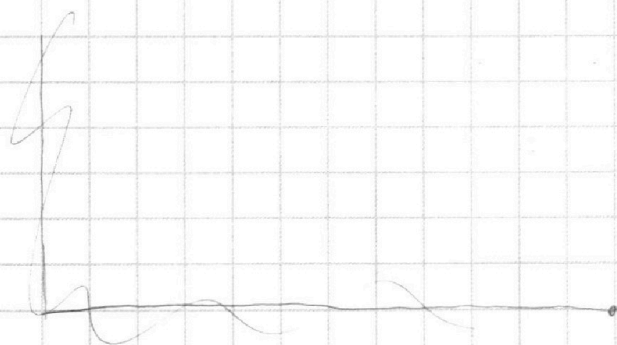
$$x_1 > -14, 42 \geq y_2 \geq 0$$
$$y_2 > 0, \frac{20}{3} \geq y_1 + 3x_1 \geq 0$$

$$0 \leq y_2 + 3x_2 \leq \frac{20}{3}$$

$$\frac{20}{3} \leq 3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33 - \text{неверно} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ не существует таких пар.

№7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

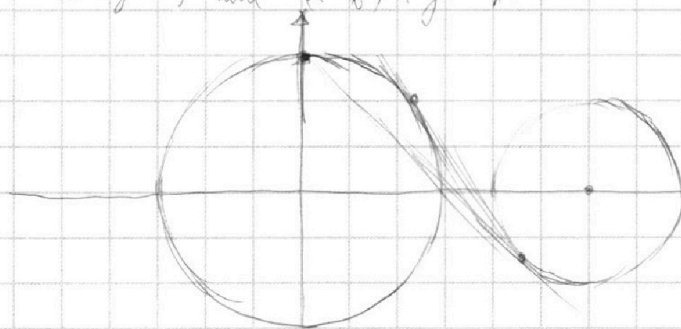


№4

$$ax + 2y - 3b = 0 \quad y = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2}x$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 9 \text{ или } (x-6)^2 + y^2 = 4$$



$$y = (x - \frac{18}{5}) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$$

$$\frac{36-11}{10} = \frac{25}{102}$$

~~$$y = (x - \frac{18}{5}) \cdot \frac{\sqrt{11}}{5}$$~~

y

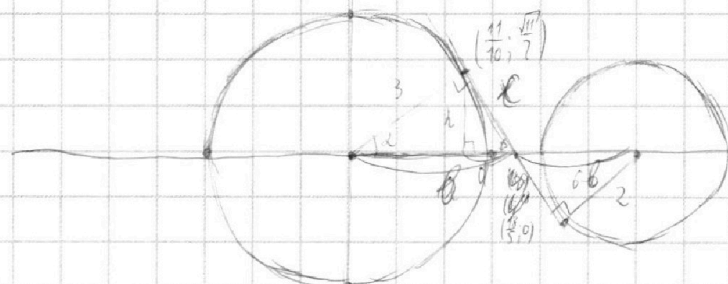
$$\frac{11}{10} - \frac{18}{5} - \frac{22-18}{10} = 0 = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{41}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{11}}{2} = \frac{3}{2}b - \frac{a}{2} \cdot \frac{11}{5}$$

$$\frac{a}{2} \cdot (\frac{18}{5} - \frac{11}{10}) = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{25}{10} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$a = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$



$$\frac{a}{6-b} = \frac{3}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{6}{5}} - 1^2 \cdot 3 =$$

$$= \sqrt{\frac{36}{25} - \frac{25}{25}} \cdot 3 = \frac{\sqrt{11}}{5} \cdot 3$$

3a#

$$1 = \frac{3x}{b} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{2}{3}b = 6-b$$

$$\frac{5}{3}b = 6 \quad b = \frac{18}{5}$$

$$d = \sqrt{11} \cdot \sqrt{(\frac{3}{5})^2 - (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{9}{25} - \frac{1}{4}} =$$

$$= \sqrt{11} \cdot \sqrt{\frac{36-25}{100}} = \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{c}{b} \quad d = \frac{c^2}{b} = \frac{11 \cdot 9 \cdot 5}{25 \cdot 18 \cdot 2} = \frac{11}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\times \frac{2}{9}$$

$$\log_3^4 x + 6 \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8$$

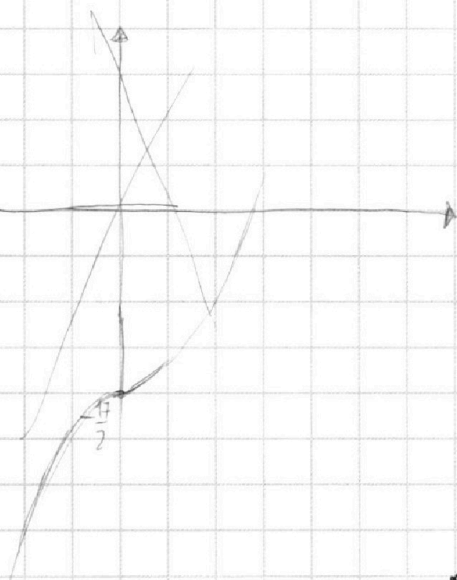
$$\frac{2}{9} \frac{9}{3}$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8 \quad \text{O.D. } x \neq 1 \quad x > 0$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot t$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2} = 0$$

$$t^5 + 8t + \frac{7}{2} = 0$$



$$x^5 + 8x = -\frac{7}{2}$$

$$y^5 + 8y = \frac{7}{2}$$

$$(xy)^5 + 8xy$$

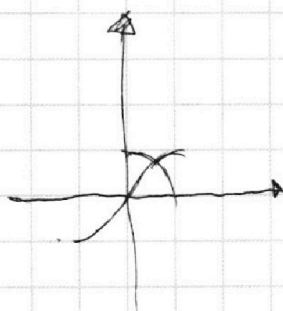
$$t = -5$$

$$\log_3 x = -\log_3 y$$

$$\log_3 x + \log_3 y = 0$$

$$\log_3 xy = 0$$

$$xy = 1 \quad \checkmark$$



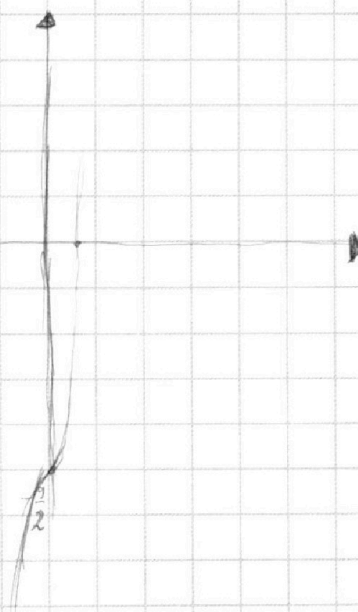
$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8$$

$$\text{O.D. } 5y \neq 1, \quad y > 0$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \frac{\log_{11}}{2 \log_3(5y)} - 8$$

$$s^5 + 2 = \frac{11}{2} - 8s$$

$$s^5 + 8s - \frac{7}{2} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{3}$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \arcsin(\cos x_1 - \frac{\pi}{2}) = x_1$$

$$5 \arcsin(\sin x_2) = x_2$$

$$x_2 \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$$

$$x_2 \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$$

$$5x_2 = x_2$$

$$x_2 = 0 \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$5(\pi - x_2) = x_2$$

$$5\pi = 6x_2 \quad x_2 = \frac{5\pi}{6} \quad x = \frac{2\pi}{6}$$

$$x_2 \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2})$$

$$x_2 \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2})$$

$$5(x_2 - 2\pi) = x_2$$

$$5(-x_2 - \pi) = x_2$$

$$4x_2 = 10\pi$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{2} \quad x = 2\pi$$

$$6x_2 = -5\pi$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{6}$$

$$x_2 \in [-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2})$$

$$5(x_2 + 2\pi) = x_2$$

$$4x_2 = -10\pi$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ab

bc

ac

$\sqrt{1}$

ab

bc

ac

~~ab~~

2^9

2^{14}

2^{19}

3^{10}

3^{13}

3^{18}

~~$2^{16} = 10$~~
 $2^{16} = 15$

$\frac{a}{2^7} \frac{b}{2^2} \frac{c}{2^{12}}$

$\frac{a}{3^7} \frac{b}{3^3} \frac{c}{3^{14}}$

ab

bc

ac

5^{10}

5^{13}

5^{10}

$$a^5 - b^5 = 50 - 13 =$$

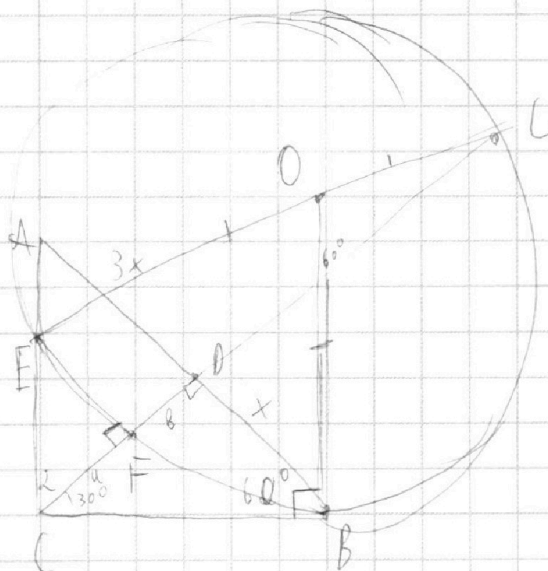
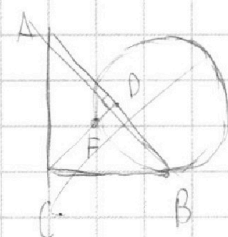
c 5^{20}

ab

5^{10}

abc

$\sqrt{2}$



$$\frac{EF}{CD} = \frac{CF}{CB}$$

$$\sqrt{3} \times \frac{CD}{DB} = \frac{AD}{CD}$$

$$CD = \sqrt{AB \cdot DB} = \sqrt{3}x$$

$$BC = 2x$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

