



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a \cdot b &: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ b \cdot c &: 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{13} \\ a \cdot c &: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{aligned}$$

Найти: минимальное значение $a \cdot b \cdot c$.

Минимальное значение будет достигаться когда a, b, c представляют собой произведение чисел 2, 3, 5 в необходимых степенях. Найдем подходящие нам степени.

для 2:

минимальное значение произведения будет, если то, на что оно делится будет самым этим числом, при необходимости - будем умножать.
пусть x - степень двойки для числа a , y - для b ,
 z - для c ,

$$\begin{cases} x+y=9 \\ y+z=14 \\ x+z=19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=2 \\ z=12 \end{cases}$$

для 3:

пусть x - степень 3 для a , y - для b , z - для c

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ z+x=18 \end{cases} - \text{в этом случае найдем наименьшее число, которое к каждой из сум степеней 1, например, к (y+z)}.$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=14 \\ x+z=18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=3 \\ z=11 \end{cases}$$

для 5

пусть x - степень 5 для a , y - для b , z - для c

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ x+z=30 \end{cases} - \text{структура аналогична числу 3} \Rightarrow \text{сделаем к (y+z) - 1. Проверим в наименьшем числе, где y будет < 0 , что невоз-}$$

можно в натуральных числах.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Будем считать 1 эту сумму до тех пор, пока
все числа не станут простыми.

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=20 \\ x+z=30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=0 \\ z=20 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 2^{7+2+12} \cdot 3^{7 \cdot 3+11} \cdot 5^{10+20} =$$
$$= 2^{21} \cdot 3^{30} \cdot 5^{30}$$

Ответ: $2^{21} \cdot 3^{30} \cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

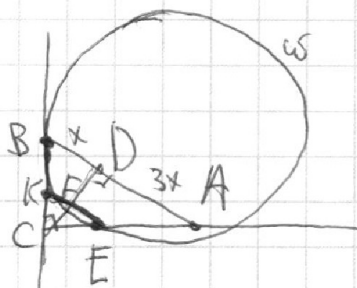
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



Дано: $\triangle ABC$ - треугольник.
 ω - касательная $BC \in \omega$.
 $\omega \cap AC$ - секущая $B \in \omega$
 $\omega \cap AC = \{E\}$
 $FE \parallel AB$; $AD:DB = 3:1$

Найти: $\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}}$

Проведем FE с пересечением с BC . $FE \cap BC = \{K\}$.
 Из K вых. касательная и секущая $K\omega \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ верна соотношение $KF \cdot KE = BK^2$

$\frac{KF}{FE} = \frac{AD}{DB}$ в силу подобия треугольников ABC и CKE
 если $KF = x$, то $KE = 3x \Rightarrow BK = \sqrt{x \cdot 3x} = \sqrt{3}x$

$B \in KEC$ - FC - высота $\Rightarrow FC = \sqrt{FE \cdot FK} =$

$= \sqrt{x \cdot 3x} = \sqrt{3}x \Rightarrow$ по т. Пифагора $CK = \sqrt{FC^2 + FE^2} =$

$= \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x \Rightarrow BC = x \Rightarrow$

$\Rightarrow K = \frac{CK}{CB} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{CEK}}{S_{ABC}} = K^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$
 в треугольнике ABC и CEK

$\Rightarrow S_{CEK} = \frac{1}{4} \cdot S_{ABC}$

по т. Пифагора: $EC = \sqrt{KE^2 - CK^2} = \sqrt{9x^2 - 4x^2} =$

$= 2x\sqrt{5} \Rightarrow S_{CEK} = \frac{1}{2} \cdot 2x\sqrt{5} \cdot 2x = 2x^2\sqrt{5}$

$S_{FEC} = \frac{1}{2} \cdot FE \cdot FC = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot x\sqrt{5} = \frac{3x^2\sqrt{5}}{2}$

$\frac{S_{FEC}}{S_{CEK}} = \frac{3x^2\sqrt{5}}{2 \cdot 2x^2\sqrt{5}} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{FEC} = \frac{3}{4} \cdot S_{CEK}$

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{4 \cdot S_{CEK}}{\frac{3}{4} \cdot S_{CEK}} = \frac{16}{3}$

Ответ: $\frac{16}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arcsin \cos x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} \right| \leq \frac{\pi}{2} \cdot 10 \\ \cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5\pi \leq 2x + \pi \leq 5\pi \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\pi \leq x \leq 2\pi \\ \frac{\pi}{2} - x = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2\pi k \\ \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \frac{\pi}{2} - x = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2\pi k \quad | \cdot 10$$

$$5\pi - 10x = 2x + \pi + 20\pi k$$

$$-12x = -4\pi + 20\pi k \quad | : (-12)$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi k \quad \text{Выбор корней:}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi(-1) = 2\pi$$

$$x_2 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi \cdot 1 = -\frac{4}{3}\pi$$

$$x_3 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi \cdot 2 = -\frac{19}{3}\pi$$

$$x_4 = \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi \cdot 3 = -\frac{14}{3}\pi$$

$$-3\pi \leq \frac{\pi}{3} - \frac{5}{3}\pi k \leq 2\pi \quad | \cdot \frac{3}{\pi}$$

$$-9 \leq 1 - 5k \leq 6$$

$$-10 \leq -5k \leq 5$$

$$-2 \leq k \leq 1$$

$$x = \frac{\pi}{3}; 2\pi; -\frac{4}{3}\pi; -3\pi$$

$$\textcircled{2} \frac{\pi}{2} - x = \pi - \frac{x}{5} - \frac{\pi}{10} + 2\pi n \quad | \cdot 10$$

$$5\pi - 10x = 10\pi - 2x - \pi + 20\pi n$$

$$-8x = 4\pi + 20\pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi n$$

Выбор корней:

$$-3\pi \leq -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi n \leq 2\pi \quad | \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$-12 \leq -2 - 5n \leq 8$$

$$-10 \leq -5n \leq 10$$

$$-2 \leq n \leq 2$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi(-2) = 2\pi$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi(-1) = \frac{3}{4}\pi$$

$$x_3 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi \cdot 0 = -\frac{\pi}{2}$$

$$x_4 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi \cdot 1 = -\frac{7}{4}\pi$$

$$x_5 = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi \cdot 2 = -3\pi$$

$$x = -3\pi; -\frac{7}{4}\pi; -\frac{\pi}{2}; \frac{3}{4}\pi; 2\pi$$

$$\text{Ответ: } -3\pi; -\frac{7}{4}\pi; -\frac{\pi}{2}; \frac{3}{4}\pi; 2\pi.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



14

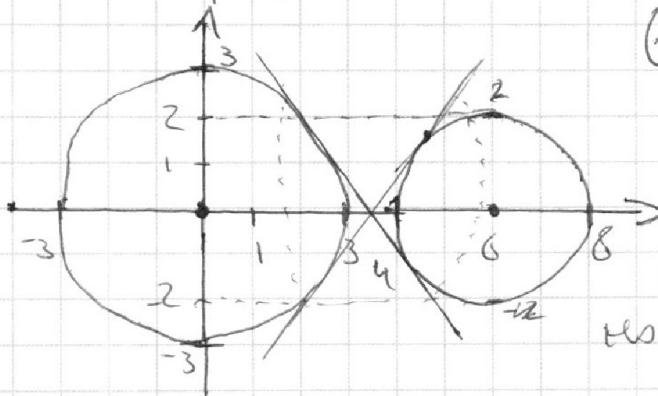
$$\begin{cases} ax + 2y - 36 = 0 & ① \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 & ② \end{cases}$$

Найти: а, при которых
∃ $\forall$: система имеет 4
решения.

$$② (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \\ x^2 + y^2 - 12x + 36 - 36 + 32 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 3^2 \\ (x - 6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

Графике соотношения изображены 2 окружности
в координатной плоскости: одну с центром в
(0;0) и радиусом 3, а другую с центром в
(6;0) и радиусом 2.



$$① ax + 2y - 36 = 0$$

$$2y = -ax + 36$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{36}{2}$$

Это соотношение графа
прямую в коор. плос-
кости с ~~данным~~ ~~наклоном~~
наклоном $-\frac{a}{2}$ и
высечком $\frac{36}{2}$ и

Свободным членом $\frac{36}{2}$, чтобы система имела
и решала, необходимо, чтобы эта прямая пере-
секлась обе окружности в двух точках

Визуально рассмотрим окружности и увидим, что на-
чав касаться их прямой, касательная у нас ~~кас-~~
ается ~~прямой~~ прямой, касательная двух окруж-
ностей внутр. образом. В этом случае будет
возможно найти a .

Возможность найти a "сдвигая" - "подвигая".
Уменьшим радиус одной окружности в 0, а
другую увеличим на этот же радиус. К этой
касательной этих касательных ~~тогда~~ ~~тогда~~ касательных

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

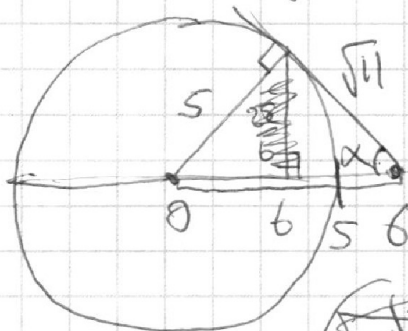
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



"Сидит" вверху окр. Найдем точку $(6; 0)$
"Кадет" в первую окр. Найдем окр. с центром
в $(0; 0)$ и радиус 5.



из точки $(6; 0)$ проведем касательную к окружности с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5. $\frac{5}{6} = \frac{25}{6}$

Найдем расстояние от центра $(6; 0)$ до н. Точки касания:



$\tan \alpha$ - тангенс угла наклона

$\tan \alpha = \frac{5}{\sqrt{11}}$ в силу симметрии требуется от-
сечь от оси OX , то $-\frac{5}{\sqrt{11}}$ тоже является крайним
значением.

найдем: $\frac{-5}{\sqrt{11}} < \frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$

$$-\frac{5}{\sqrt{11}} < \frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}} \rightarrow -\frac{10}{\sqrt{11}} \leq a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ: $\left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 x + 6 \cdot \log_x 3 = \log_{x^2} 3^5 - 8 \\ \log_3^4 y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Найти: все} \\ \text{возможные значения} \\ \text{пар } x, y. \end{array} \right.$$

Заметим, что $\log_3 x + \log_{5y} 3 = \log_3 (5xy) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ чтобы ~~найти~~ найти все возможные значения

~~пар~~ суммы логарифмов, то можно суммировать

равенства задачи. Пусть $a = \log_3 x$; $b = \log_3 5y$

$$\begin{cases} a^4 + 6 \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{a} - 8 \\ b^4 + 2 \cdot \frac{1}{b} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{b} - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{a} = -8 \\ b^4 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{b} = -8 \end{cases}$$

$$a^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{a} = b^4 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{b} \rightarrow (a^4 - b^4) + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 0$$

$$(a+b) \left((a-b)(a^2+b^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{ab} \right) = 0$$

первое возможное значение $a+b=0$

$$(a-b)(a^2+b^2) + \frac{7}{2ab} = 0$$

$$\frac{2ab(a-b)(a^2+b^2) + 7}{2ab} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0, b \neq 0 \\ 2ab(a-b)(a^2+b^2) + 7 = 0 \end{cases}$$

$$ab(a-b)(a^2+b^2) = -\frac{7}{2}$$

$\therefore a+b=0$; $\log_3 5xy = 0 \rightarrow 5xy = 1$; $xy = \frac{1}{5}$

Ответ: $\frac{1}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

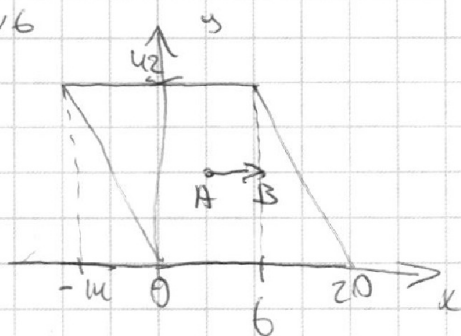
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6



Найти: к-во $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$,
 $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z} : 3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

Это соотношение задает
линейное соотношение между x и y , в которых
целочисленные проекции на ось x и проекции на
ось y в сумме дают 33.
Заметим, что т.к. координаты $\in \mathbb{Z}$, то
 y_2 и y_1 имеют одинаковый остаток при
делении на 3.



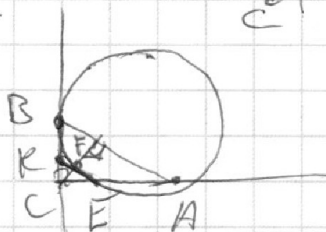
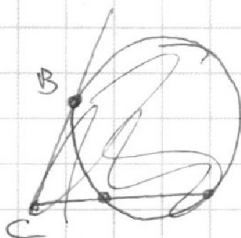
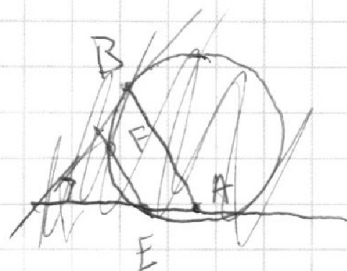
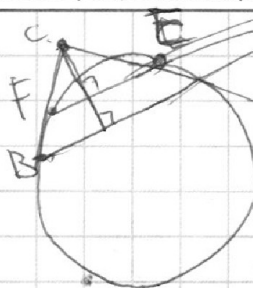
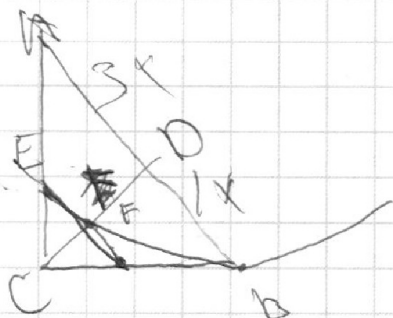
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

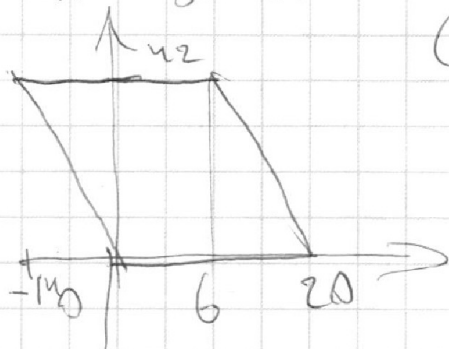
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



KB - кас
 BKE - сеч

$$BK = KE \cdot FK$$

$$3(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 33$$



$$(y_2 - y_1) = 33 - 3(x_2 - x_1)$$

$$y_2 - y_1 = 3(11 - x_2 + x_1)$$

~~xy~~

$$x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = \text{const}$$



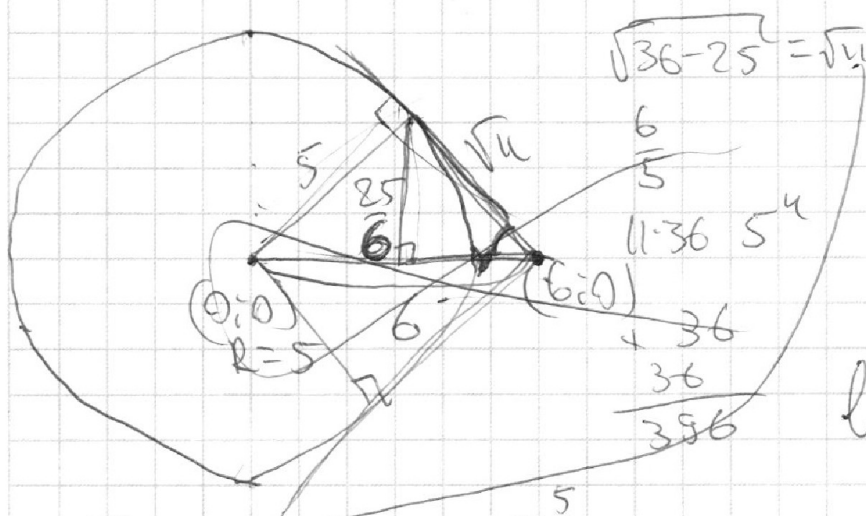
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3 x + \log_3 5y =$$
$$= \log_3 5xy^7$$

$$\log_3 x = a, \log_3 5y = b$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x - \frac{5}{2} \log_3 x + 8 = 0$$
$$\log_3^4 x + \frac{6}{15} \log_3 x - \frac{5}{2} \log_3 x + 8 = 0$$
$$5 \log_3^5 x + 30 - 2 = -8$$
$$5 \log_3 x = -8$$

$$a^4 + \frac{6}{15}a - \frac{5}{2}a - 8 = 0$$
$$b^4 + \frac{2}{6}b - \frac{5}{2}b - 8 = 0$$

$$a+b=?$$

$$a^4 + \frac{7}{2}a - 8 = 0$$

$$b^4 - \frac{7}{2}b - 8 = 0$$

$$(a^4 - b^4) + \frac{7}{2}(a+b) = 0$$

$$(a^2 + b^2)(a+b)$$

$$(a-b)(a+b)(a^2 + b^2) + \frac{7}{2}(a+b) = 0$$

$$(a+b)(a-b)(a^2 + b^2) + \frac{7}{2} = 0$$

$$(a^4 - b^4) + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) a^3 = 0$$

$$\frac{(a-b)(a+b)}{(a^2 + b^2)} + \frac{7}{2} \cdot \frac{a+b}{ab} = 0$$

$$(a+b)(a-b)(a^2 + b^2) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{ab} = 0$$

$$(a-b)((a+b)^2 - 2ab) + \frac{7}{2ab} = 0$$

$$2(x)(-x)(x - (-x))(x^2 + x^2) =$$
$$= -2x^2 - 2x^2 - 2x^2$$

$$a(x-a)(a-x+a)(a^2 + x^2)$$

$$a(x-a)(2a-x)(x^2 - 2ax) = \frac{7}{2}$$

$$(a^2 - b^2)(a+b)^2 - 2ab = \frac{7}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

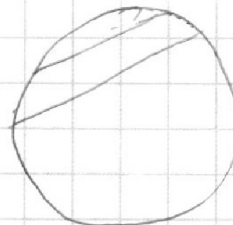
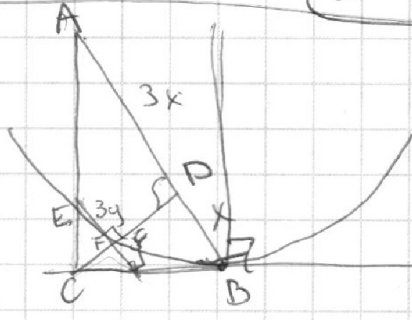
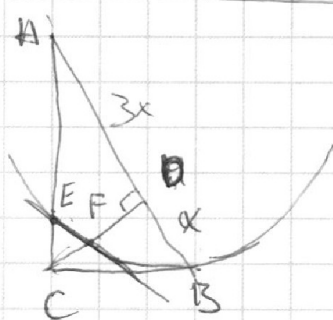
$a \cdot b \cdot c = 2$
 $a \cdot b \cdot c = 2$
 $a \cdot b \cdot c = 2$

$x + y = 9$
 $y + z = 14 \rightarrow y = 2$
 $x + z = 19$
 $z = 12$

$x + y = 10$
 $y + z = 13 \rightarrow 14$
 $x + z = 18$
 $28 - 2x = 14$
 $14 - x = 7$
 $x = 7$
 $y = 3$
 $z = 11$

$x + y = 10$
 $y + z = 13 \rightarrow 14$
 $x + z = 30$
 $40 - 2x = 14$
 $x = 13$
 $y = 0$
 $x = 10$
 $z = 20$

$a \cdot b \cdot c = 2$
 $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
 $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$



$\log_3 x + 6 \log_3 3 = \log_3 x + 6 = 5 - 8$

$\log_3 x + 6 \cdot \frac{1}{\log_3 x} = 5 \cdot \frac{1}{\log_3 x} - 8$

$t + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot t$

$t^5 + 6 = \frac{5}{2} - 8t \quad | \cdot 2$

$2t^5 + 12 = 5 - 16t \quad 2t^5 + 16t - 7 = 0$

$x^4 + \frac{2}{x} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{x} - 8$

$2x^5 + 4 = 11 - 16x$
 $2x^5 + 16x - 7 = 0$

$2t^5 + 2x^5 + 16t + 16x = 0 \quad | : 2$

$(t^5 + x^5) + 8(t + x) = 0$

$t = \log_3 x$

$x = \log_3 5$

$6 \log_3 3 = 2 \log_3 3$

$t^5 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2} (t^4 + t^3 + t^2 + t + 1)$

$x \cdot y =$

$t + x = \log_3 x + \log_3 5 = \log_3 5x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

а, б, с

$$a \cdot b = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}, \quad b \cdot c = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot n$$

$$a \cdot c = m \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{m}{k} \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20} \rightarrow c = \frac{m}{k} \cdot b \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20}$$

$$b^2 = \frac{m}{k} \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{20} = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot n$$

$$b^2 = \frac{k \cdot n}{m} \cdot 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{-7} \rightarrow b = 2^2 \cdot 3^3 \sqrt{\frac{k \cdot n \cdot 3}{5^7 m}} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{5^3} \sqrt{\frac{3kn}{5m}}$$

$$\begin{cases} x+y=9 \\ y+z=14 \\ x+z=19 \end{cases}$$

$$y=9-x$$

$$9-x+z=14 \rightarrow z-x=5$$

$$z=19-x \rightarrow 19-x-x=5 \quad 2x=14 \quad x=7 \rightarrow y=2$$

$$z=12$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ x+z=18 \end{cases}$$

$$x=y=10-x$$

$$18+10-2x=13 \rightarrow 2x=15 \quad x=7.5$$

$$z=18-x$$

$$\begin{cases} a=2^7 \cdot 3^5 \\ b=2^2 \cdot 3^5 \\ c=2^{12} \cdot 3^8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=10 \\ y+z=13 \\ x+z=30 \end{cases}$$

$$y=10-x$$

$$10-2x=13 \rightarrow 2x=-3$$

$$z=30-x$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}\right)$$

$$\left|x + \frac{\pi}{2}\right| \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\left|\frac{\pi}{2} - x\right| = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} + 2\pi k$$

$$\frac{6}{5}x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} - 2\pi k$$

$$\frac{6}{5}x = \frac{2}{5}\pi - 2\pi k \quad | \cdot 5$$

$$5\pi - 10x = 10\pi \rightarrow x = -\pi + 20\pi n$$

$$6x = 2\pi - 10\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{10}{3}\pi k$$

$$\left|x + \frac{\pi}{2}\right| \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-8k = 4\pi + 20\pi n \quad | : -8$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - \frac{5}{4}\pi n$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-3\pi \leq x \leq 2\pi$$