



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$ и их произведение — число, то

~~можно~~ $ab = k \cdot 2^{13}$

$$ab = k \cdot 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

предположим $a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$ $\left(\begin{array}{l} x \in [0; 2] \\ y \in [0; 11] \\ z \in [0; 14] \end{array} \right)$

тогда $b = k_2 \cdot 2^{4-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$

$$c = k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z}$$

$$\left(\begin{array}{l} k_3 \cdot k_2 = p \\ k_3, k_2 \in \mathbb{N} \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} k_1 \in \mathbb{N} \\ k_1 \neq k_2 \\ k_1 \cdot k_2 = k \\ k_2 \in \mathbb{N} \end{array}$$

так
можно считать
всегда и $a, b, c \in \mathbb{N}$

тогда $ac = k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{6+x} \cdot 3^{4+y} \cdot 5^{4+z} = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$

1.

Заметим: т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = \underbrace{abc}_{\in \mathbb{N}}$

т.е. если $ab = k \cdot 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$
 $bc = p \cdot 2^{12} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
 $ac = r \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$ $\left(k, p, r \in \mathbb{N} \right)$

то их произведение $= abc = \sqrt{kpr \cdot 2^{2+12+14} \cdot 3^{11+15+17} \cdot 5^{14+18+23}} =$
 $= \sqrt{kpr \cdot 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{55}} = 2^{17} \cdot \sqrt{kpr \cdot (3^{21})^2 \cdot 5^{55}} \cdot 5 =$
 $= 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{32} \cdot \sqrt{kpr \cdot 15}, \text{ т.к. } abc \in \mathbb{N}; k, p, r \in \mathbb{N}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

то нам нам ~~знам~~ для $\sqrt{kpr \cdot 15} = \sqrt{15 \cdot 15} = 15$

т.е. $k \cdot p \cdot r = 15$, тогда $\min abc = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

~~пример: $k=1, p=3, r=5$~~

тогда нам нам ~~знам~~ для $\sqrt{kpr \cdot 15}$, при этом

чтобы $abc \geq ac; bc; ab$ должно быть $\sqrt{15 \cdot 15 \cdot 5^{10}} =$

$= 5 \cdot 3 \cdot 5^5$, тогда $\min abc = 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

пример: $a = 5^{14} \cdot 3^5 \cdot 2^4$

$b = 5^0 \cdot 3^6 \cdot 2^3$

$c = 5^{20} \cdot 3^{11} \cdot 2^{10}$

Ответ: $2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



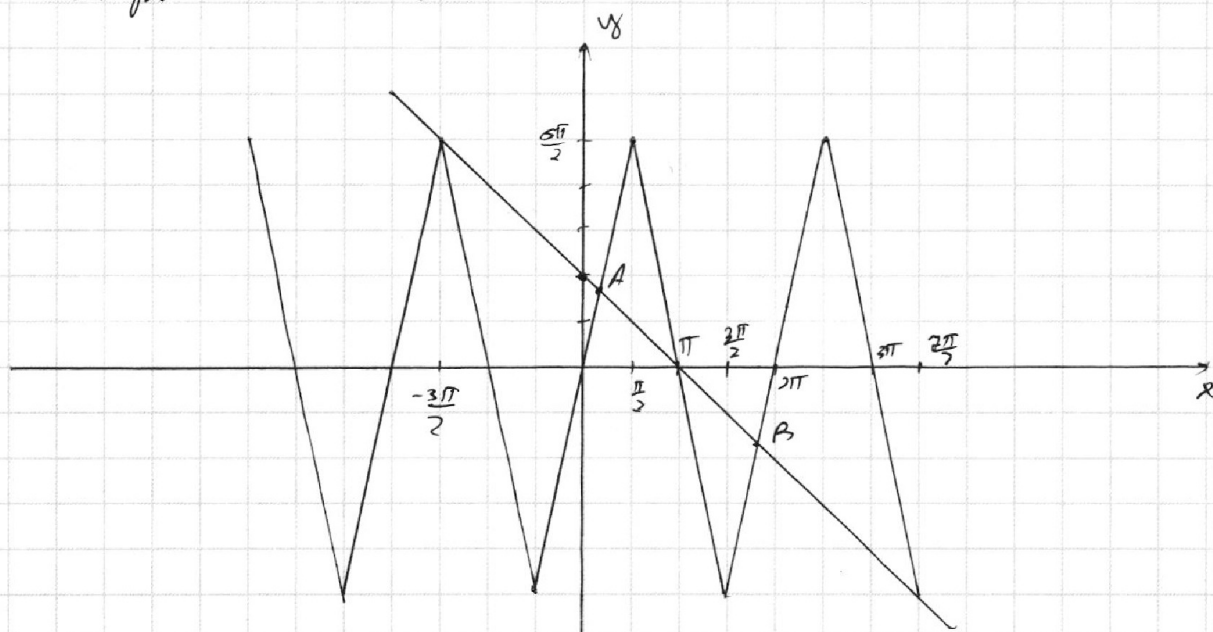
23

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - x = 5 \arcsin(\sin x)$$

Построим л.т. и п.с



Заметим: очевидны корни: $-\frac{3\pi}{2}$; π ; $\frac{7\pi}{2}$

найдем оставшиеся 2 корня

$$x_A \in (0; \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \arcsin(\sin x_A) = x_A$$

$$\text{тогда } \pi - x_A = 5x_A$$

$$\underline{x_A = \frac{\pi}{6}}$$

$$x_B \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi) \Rightarrow \arcsin(\sin x_B) = x_B - 2\pi$$

$$\text{тогда } \pi - x_B = 5x_B - 10\pi$$

$$6x_B = 11\pi$$

$$\underline{x_B = \frac{11\pi}{6}}$$

Ответ: $(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, если т. перес. $\varnothing$ прямой и $Ox \leq -\frac{1}{3a}$, т.е. $x \leq -\frac{1}{3a}$ т. перес. $x \geq -\frac{1}{3a}$

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{3a}x + \frac{2b}{3a} \\ x \leq -\frac{1}{3a} \end{cases} \text{ это достаточно}$$

уловия, что коэфф. этой прямой будет

по модулю $<$ чем $K_{\text{кас}}$ при прямой с таким $K_{\text{кас}}$ т.е.

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3a} \\ x \leq -\frac{1}{3a} \\ \text{по модулю } \left| -\frac{1}{3a} \right| \leq \frac{3}{\sqrt{(2b)^2 - 4}} \end{cases}$$

и если т. перес. прямой и $Ox \geq -\frac{1}{3a}$, т.е.

$$\begin{aligned} \text{или} \\ x = -\frac{1}{3a} \\ -\frac{1}{3a} \geq -\frac{1}{3a} \end{aligned}$$

то будет достаточно условия, что

коэфф. кас. этой прямой будет по модулю $<$ чем $K_{\text{кас}}$ при прямой с таким $K_{\text{кас}}$

$$\text{т.е. } x = -\frac{1}{3a}$$

$$-\frac{1}{3a} \geq -\frac{1}{3a}$$

$$\left| -\frac{1}{3a} \right| < \frac{2}{\sqrt{(2b+2)^2 - 4}}$$

или же т. перес. прямой и $Ox \in (-\frac{1}{3a}, \frac{1}{3a})$, то x будет $> -\frac{1}{3a}$; т.е. это т. перес. двух прямых

будет кас, т.е. если взять 1) прямую, то с ней будет перес. в 2-ух т. 2-ую кас, то первую они только пересекут в одной точке 2) аналогично

3) т.е. при x стоит коэфф. $-\frac{1}{3a}$, то прямая, пар. Ox всегда

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н) Круги γ перес. внеш. кр. Пусть эти две прямые
кас. друг друга в γ . $A \in B$ и $C \in D$ соот.

тогда $\angle AOB < 90^\circ$, $\angle COB > 90^\circ$ ($k = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{|x_0|}{|x_0|} = \frac{2}{3} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x_0 = 14; \text{ т.е. } x(-21; 0) \\ |x_0| = 7 \end{array} \right.$$

Вспомним то что я говорил пом. "замечка" в 1)
сл.

тогда т. перес. это -21 .

тогда сл. $x = 7b$ т. перес. $(Ox) \leq -21$,

то. будет достаточно усл. $|- \frac{1}{3b}| < \frac{2}{\sqrt{(b+2)^2 - 4}}$, т.е.

при этом усл. прямая точка пересечения окр. $R=3$

Итого:

$$\text{сл. } \begin{cases} 7b \leq -21 \\ \text{или } -\frac{1}{3b} < \frac{2}{\sqrt{(b+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{сл. } \begin{cases} 7b \in [-21; -4] \\ \left| -\frac{1}{3b} \right| < \frac{2}{\sqrt{(b+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

$$\text{сл. } \begin{cases} 7b \geq -4 \\ \left| -\frac{1}{3b} \right| < \frac{2}{\sqrt{(b+2)^2 - 4}} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

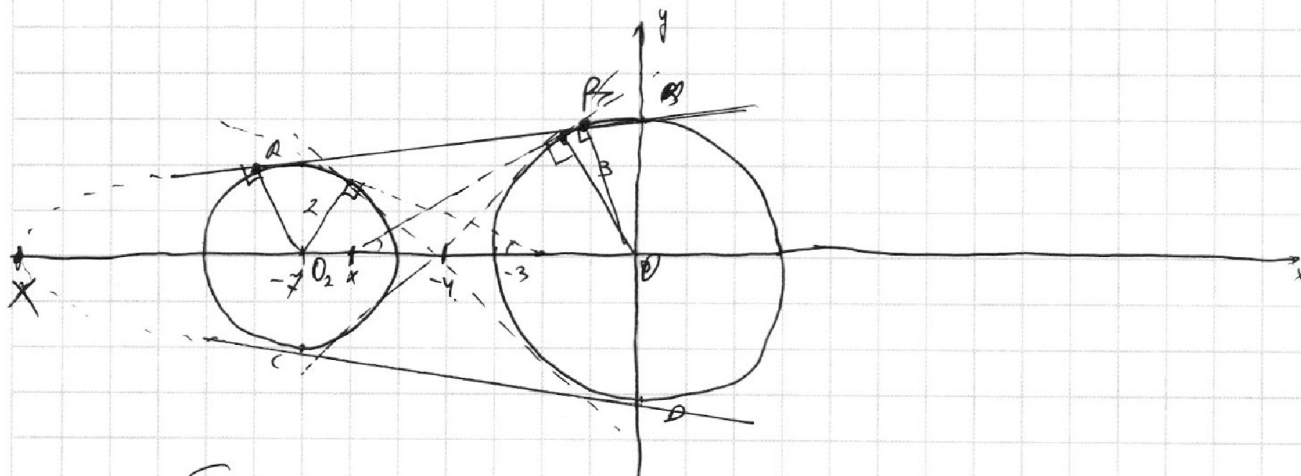
24

$$\begin{cases} x+3ay-2b=0 & (1) \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 & (2) \end{cases}$$

(2) $x^2+14x+y^2+45=0$ или $x^2+y^2=9$
 $x^2+14x+49+y^2=4$ $\text{окр } (C, (-7, 0) \cup R=2$
 $(x+7)^2+y^2=2^2$
 $\text{окр } (C, (-7, 0) \cup R=2$

1) $3ay = -x + 2b$
 если $a=0$
 то $x=2b$ - прямая параллельна Oy. она не может никогда пересекать окружности $\text{окр } (C, (-7, 0) \Rightarrow a \neq 0$ по условию

2) если $a \neq 0$
 $y = -\frac{1}{3a}x + \frac{2b}{3a}$



чтобы у сист было 4 р-я, должно быть 4 т. перес. прямой
 из (1) и фр-т. окр из (2). т.е. каждая окр. прямая пересек в
 1) найдём ур-я обеих кр-т. прямая фр-т. этой окр. фр-т. 1.
 это же условие: для АВ и СР. АВ! $\begin{cases} x = -7k + 6 \\ y = 3 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$
 и (D) $y = -\frac{1}{3}x - 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(t_1 + t_2) \left(\underbrace{\dots}_{>0} + 4 \right) = 0$$

$$t_1 + t_2 = 0$$

$$t_1 = -t_2$$

$$\log_2 y + \log_2 6x = 0$$

$$\begin{cases} \log_2 6xy = 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6xy = 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = \frac{1}{6} \\ x > 0 \end{cases}$$

Заметим, что м.к. (1) и (2) — монотонны возраст ф-и

то у них не более одного корня, но т.к. у каждой

есть значения $x < 0$ и $x > 0$, то у (1) и (2) ровно

один корень

а значит

ровно одна пара

$$\begin{cases} \log_2 6x = t_1 \\ \log_2 y = t_2 \end{cases}$$

откуда ~~нет~~ ~~есть~~

^{одна} ровно одна пара $(x, y) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ровно одно произ-
 $x \cdot y$

и это произвед $\frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~5

$$1) \log_2(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x} 343 - 4$$

$$\log_2(6x) - 2 \log_{6x} 7 - \frac{3}{5} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

$$t_1 = \log_2(6x)$$

$$\log_2(6x) - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 6x} + 4 = 0$$

$$t_1 - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

Замени

$$t_1 = \log_2 6x$$

$$t_1 - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{t_1} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_1^2 + 8t_1 - 5}{t_1} = 0$$

$$2t_1^2 + 8t_1 - 5 = 0 \quad ||)$$

$$(t_1 \neq 0)$$

$$2) \log_2 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4$$

$$\log_2 y + 6 \log_y 7 - \frac{5}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_2 y + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$$

$$\log_2 y + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 y} + 4 = 0$$

Замени

$$t_2 = \log_2 y$$

$$t_2 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{t_2} + 4 = 0$$

$$\frac{2t_2^2 + 8t_2 + 7}{t_2} = 0$$

$$2t_2^2 + 8t_2 + 7 = 0 \quad ||)$$

$$(t_2 \neq 0)$$

$$\Rightarrow \text{сложим } (1) \text{ и } (2) \quad 2(t_1^2 + t_2^2) + 8(t_1 + t_2) + 7 - 7 = 0$$

$$2(t_1 + t_2) \underbrace{(t_1 + t_2)}_{>0} + 8(t_1 + t_2) = 0$$



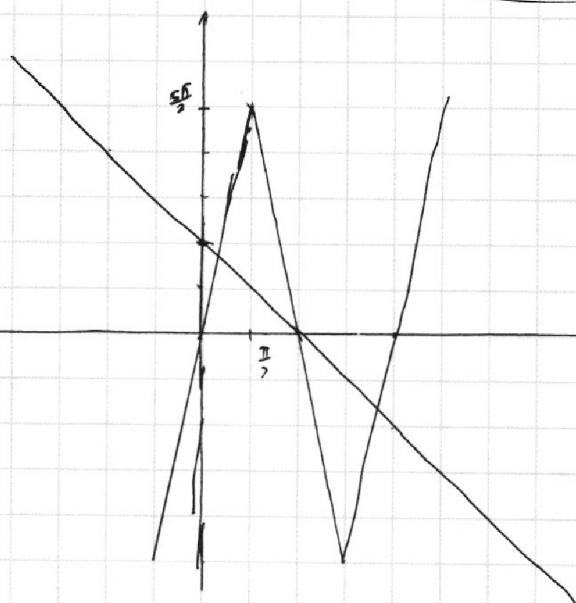
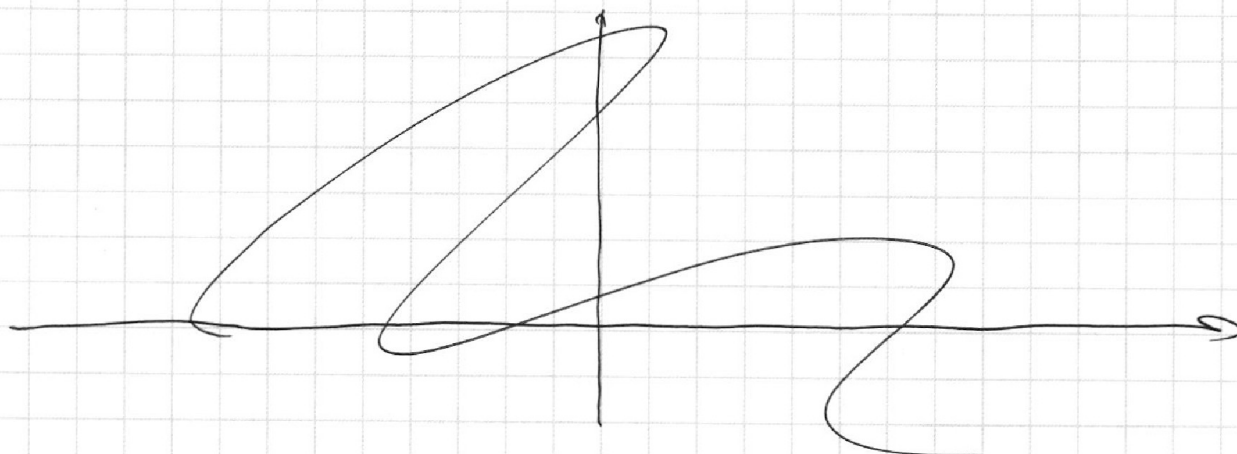
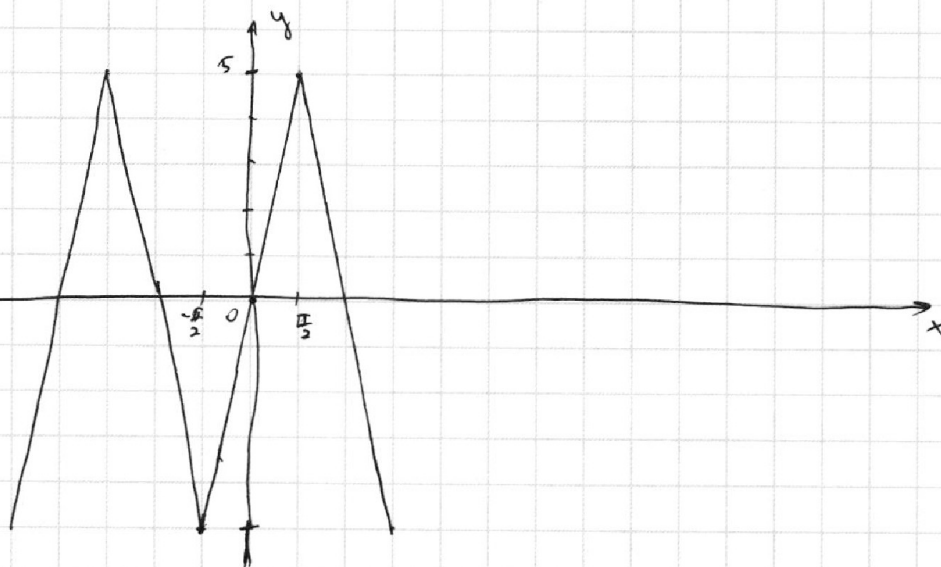
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7(6x) - 2 \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = \log_{(6x)^2} (7^3) = 4$$

$$\frac{3}{2} \log_{6x} 7 - 1$$

$$\log_{6x}(6x) - 2 \log_{6x} 7 - \frac{3}{2} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

$$t^4 - \frac{2}{t} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{t} + 4 = 0$$

$$2t^4 - 7 \cdot \frac{1}{t} + 8 = 0$$

$$\frac{2t^5 + 8t - 7}{t} = 0$$

$$t^4 + 6t - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{t} + 4 = 0$$

$$2t^4 + 7 \cdot \frac{1}{t} + 8 = 0$$

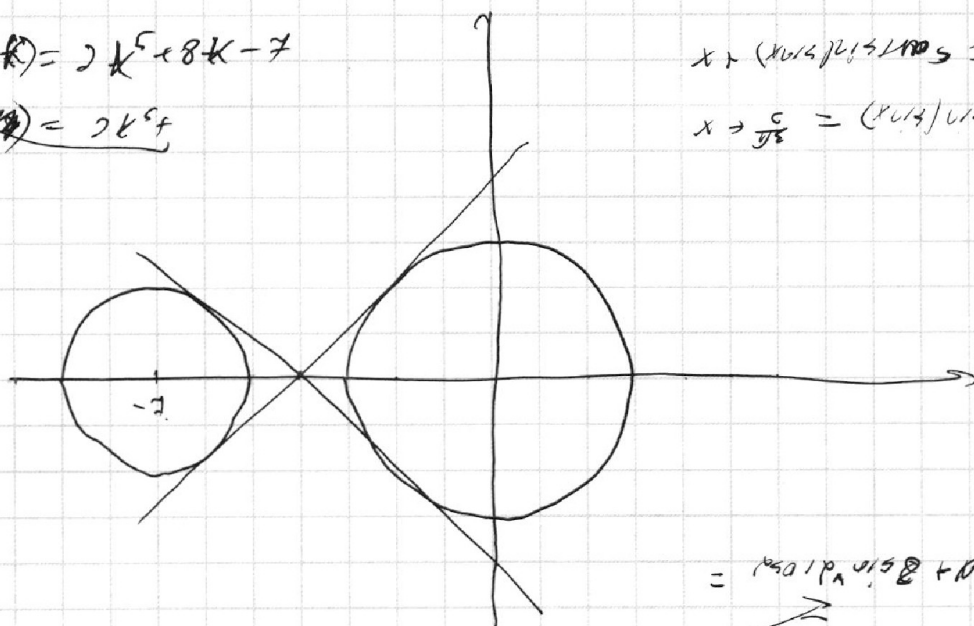
$$2(t_1 + t_2)(t_1 t_2) + 8(t_1 t_2) = 0$$

$$F(x) = 2x^5 + 8x - 7$$

$$F(x) = 2x^5 + 8x - 7$$

$$x \rightarrow (x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x \rightarrow \frac{c}{\sqrt{3}} = (x_1, x_2, x_3) = \frac{c}{\sqrt{3}}$$



$$= \cos(\alpha) \sin(\beta) + \sin(\alpha) \cos(\beta) = \sin(\alpha + \beta)$$

$$= (\cos(\alpha) \sin(\beta) + \sin(\alpha) \cos(\beta)) \cos(\gamma) = \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)$$

$$= \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) = \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)$$

$$= \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \leq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \leq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x_1 = (x_1, y_1) = (x_1, y_1)$$

$$x_1 = (x_1, y_1) = (x_1, y_1)$$

$$x_1 = (x_1, y_1) = (x_1, y_1)$$

$$x_1 = (x_1, y_1) = (x_1, y_1)$$

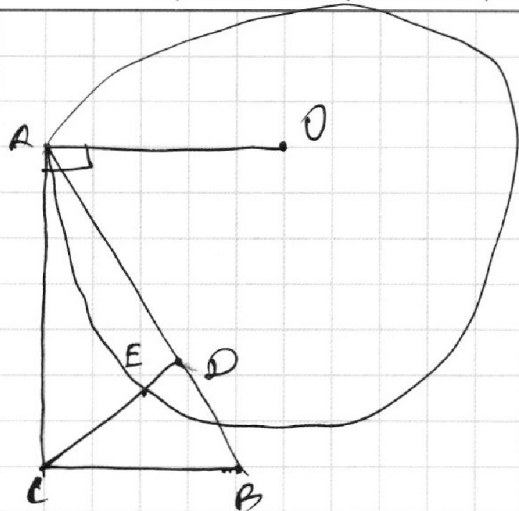
$$x_1 = (x_1, y_1) = (x_1, y_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

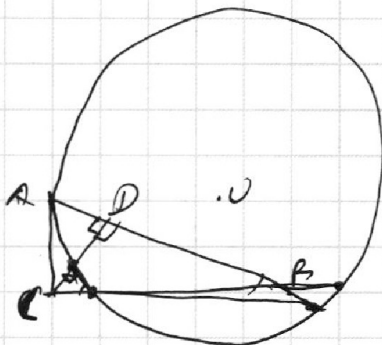
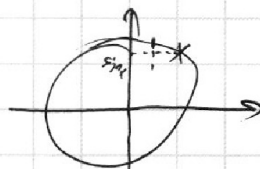
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

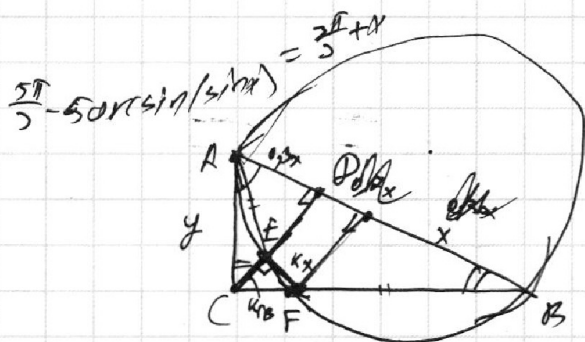
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2A}{2} = \frac{3,3,1V}{2} = 3,15A$$



$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$



6A02V6 EFE

$$\text{arrang} = \pi - x$$

$x = 5 \cos t$ in $\sin x = \pi$
 $(E: \text{circle}) = y = CF \cdot CB$
 for $\sqrt{1 - x^2} = y = CB$

$\triangle ACD \sim \triangle BCE$ (K,

$$1K = \frac{0.3x}{y} \approx \frac{CD}{CB}$$

$$y' = k \cdot CB \rightarrow CB$$

$$y' = k \cdot rB^2$$

$$y^2 = k \cdot (100x^2 - y^2)$$

$$y^{(k+1)} = k! \cdot 60x^2$$

$$\frac{k+1}{k} = \left(\frac{1,31}{j}\right)^2$$

$$r = \frac{17.7}{92.7} \cdot \frac{c}{F} + \frac{(17.7)(17.7)(c+1)}{(92.7)(92.7)(c+1)}$$

$$0 = \left(\begin{pmatrix} 9 & 17 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right) \frac{5}{2} + \left(\begin{pmatrix} 7 & -14 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$f_n + \frac{c}{n} = f_n - \frac{c}{n^2} \cdot n$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$ab: 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$\sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = abc$$

б.р.т.

$$\begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 7 \\ z &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 12 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 12 \\ \hline 43 \\ + 32 \\ \hline 75 \\ + 43 \\ \hline 118 \end{array}$$

$$(x+y)^2 = 4 \text{ и } xy = 9$$

$$ab = k_1 \cdot k_2 \cdot 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$k_1, k_2 \quad 5^{32}$$

$$bc = k_3 \cdot k_4 \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$k_3, k_4$$

$$k_3: k_4 = 15$$

$$ac = k_5 \cdot k_6 \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$$

$$a = k_1 \cdot 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$$

$$x \in [0; 7]$$

$$y \in [0; 11]$$

$$z \in [0; 14]$$

$$b = k_2 \cdot 2^{a-x} \cdot 3^{11-y} \cdot 5^{14-z}$$

$$c = k_3 \cdot 2^{14-x} \cdot 3^{17-y} \cdot 5^{23-z}$$

$$ac = k_5 \cdot k_6 \cdot 2^{6+2x} \cdot 3^{6+y} \cdot 5^{4+2z}$$

$$2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{23}$$

$$b = 5$$

$$\begin{aligned} 5+5 &\geq 11 \\ 5+14 &\geq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &\geq 11 \\ x+z &\geq 14 \\ y+z &\geq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &\geq 11 \\ y+z &\geq 15 \\ x+z &\geq 14 \end{aligned}$$

$$x+y+z = 22$$

$$x+y = 11$$

$$y+z = 15$$

$$x+z = 14$$

$$x = 4$$

$$y = 7$$

$$z = 11$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда все правильно, у кого: ~~$k \in (-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ и $b \in (-3, 3)$~~
 ~~$k \neq b$~~

Зачет!!!



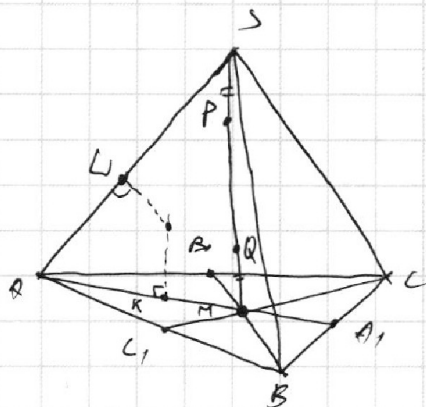
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

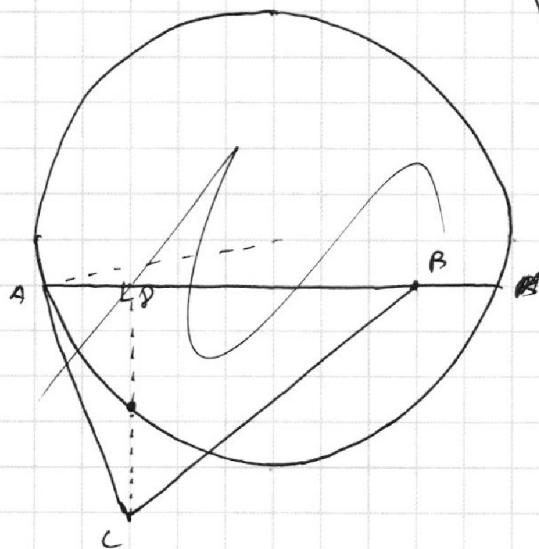
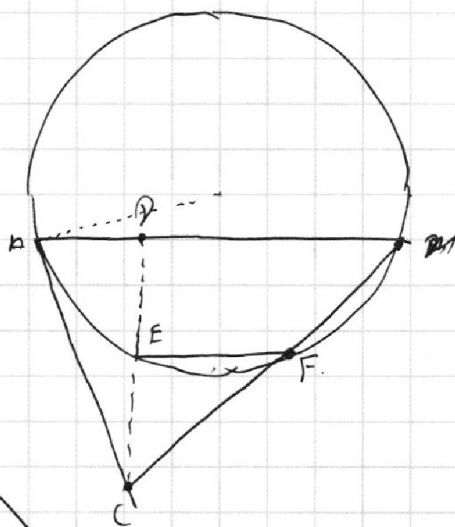
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение!

7)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

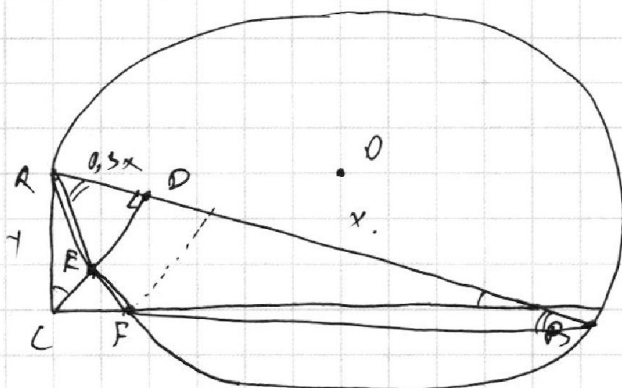
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

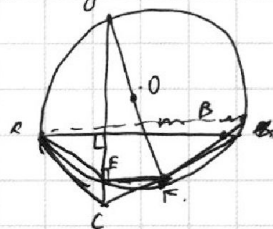
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

22



$$\frac{0.5x}{y} = \frac{y}{1.3x}$$

$$0.3x^2 = y^2$$



$$0.3x^2 = (CF)^2$$

Решение!

Пусть $BD = x$, тогда $AB = 1.3x \Rightarrow AD = 0.3x$

$\Rightarrow AB \perp EF$ (корды биср) $\Rightarrow CD \perp EF$, т.е. $OC \perp EF$ — радиус

3) $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ (т.е. CD — биср) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$$

Пусть $AC = y$, тогда $\frac{0.3x}{y} = \frac{y}{1.3x}$

$$y^2 = 0.39x^2$$

$$\text{тогда } (AB)^2 = (1.3x)^2 - y^2 = 1.69x^2 - 0.39x^2 = 1.3x^2$$

$$y = x$$

$$y = x$$

