



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

1) Пусть x, y, z — степени факты в разложении чисел a, b, c на простые множители соответственно.

Поэтому из условия:
$$\begin{cases} x+y \geq 8 \\ y+z \geq 12 \\ x+z \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2x+2y+2z \geq 34, \quad x+y+z \geq 17$$

Значит, степень факты в разложении чисел a, b, c на простые множители хотя бы 17.

2) Аналогично, в числе abc степень факты хотя бы $\frac{14+20+24}{2} = 7+10+10,5 = 27,5$, то есть хотя бы 28,
т.е. $\{a, b, c\} \subset \mathbb{N} \Rightarrow (abc) \in \mathbb{N}$

3) Аналогично, степень факты хотя бы $\frac{14+20+24}{2} = 27,5$, т.е. $abc \geq 5^{28}$.

Значит, $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

3) Значит, то при $a=2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$, $b=2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^0$, $c=2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^{23}$, все условия выполняются, и при этом $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

Значит, $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ — миним. возможное значение abc .

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

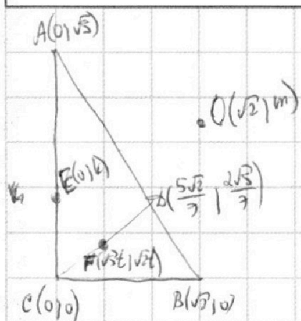
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



- Решение задачи 2
- 1) Пусть O - центр окружности. Тогда из условия $OB \perp BC$.
- 2) Поскольку $\frac{AB}{OB} = \frac{5}{2}$, $\frac{AC}{OB} = \sqrt{2}$ по условию. Значит $BC = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{2}$.
- 3) Введем систему координат так, что $C(0|0)$; $A(0|\sqrt{3})$; $B(\sqrt{3}|0)$; $O(\sqrt{3}/2|\sqrt{3}/2)$; $E(0|k)$.

4) Поскольку $t \in [AB]$, то $OB = 5/2$: $x(\frac{5}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{2}{2} \cdot 0)$, $y(\frac{5}{2} \cdot 0 + \frac{2}{2} \cdot \sqrt{2})$, т.е. $x(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{2}}{2})$.

Поскольку $EF \parallel AB$, то $y = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. Пусть $F(\sqrt{3}t; \sqrt{3}t)$.

5) Поскольку $EO^2 = FO^2 = BO^2$, $EF \parallel AB$:

$$\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{3}t - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}t - m)^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{k - \sqrt{3}t}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \begin{cases} 7k^2 - 2\sqrt{10}k - 2mt + 2 = 0 \\ t = \frac{\sqrt{2}}{2}k \\ m = \frac{1}{k} \cdot \frac{k^2 + 2}{2} \end{cases}$$

$$7 \cdot \frac{2}{49} k^2 - 2\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} k + 2 \cdot \frac{2}{2} - 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{k^2 + 2}{2} = 0$$

$$10 = 4\sqrt{5}k$$

$$k = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ т.е. } EC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

6) $\triangle CEF \sim \triangle ABC$, значит,

$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{EC}{AC}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{4}{1} = 4.$$

Ответ: 4.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$10 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x) \right) = \pi - 2x$$

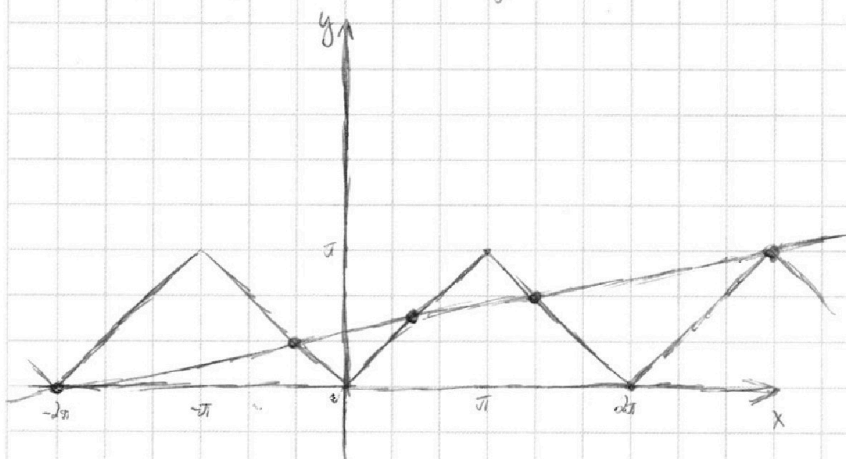
$$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$4\pi + 2x = 10 \arccos(\cos x)$$

$$5 \arccos(\cos x) = x + 2\pi$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{2\pi}{5}$$

Построим графики обеих частей уравнения:



Найдем точки пересечения по графику: $x_1 = -2\pi$, $x_2 = -\frac{\pi}{3}$, $x_3 = \frac{\pi}{2}$, $x_4 = \frac{4\pi}{3}$, $x_5 = 3\pi$.
Очевидно, что больше точек пересечения нет.

Ответ: -2π ; $-\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{4\pi}{3}$; 3π .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Б'4

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 10x^2 + (y - 10)^2 - 6^2) = 0 \end{cases}$$

Решим задачу графически. Второе уравнение задает две окружности: $\omega_1(O_1(0;0), r_1=1)$ и $\omega_2(O_2(0;10), r_2=6)$.

Первое уравнение задает прямую при конкретных a и b . Очевидно, что ω_1 и ω_2 не пересекаются. Поэтому,

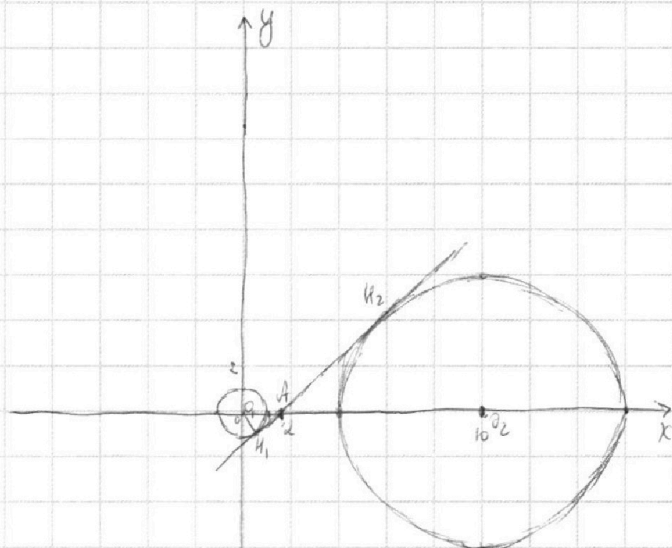
любая система имеет 4 решения, тогда и есть, тогда эта прямая пересекает каждую из окружностей два раза.

Итак, $3y = ax + 4b$, $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$.

При данном a : $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ — множество всех

прямых, параллельных $y = \frac{a}{3}x$, и она одна.

Заметим, что "крайний случай" будет при $\angle$ угла наклона, равном углу наклона их общей ~~касательной~~ касательной.



Если этот случай, очевидно, не подходит; более "вертикальные" прямые подходят, а более "горизонтальные" — нет.

Найдем эту прямую. Введем нужные точки, как на рисунке. Из подобия $\triangle O_1AH_1$ и $\triangle O_2H_2A$: $\frac{O_1A}{O_2A} = \frac{1}{6}$.

т. е. $O_1A = \frac{1}{7} O_1O_2 = \frac{10}{7}$. Тогда $H_1A^2 = O_1A^2 - O_1H_1^2 = \frac{100}{49} - 1 = \frac{51}{49}$; $H_1A = \frac{\sqrt{51}}{7}$; $\tan \angle O_1AH_1 = \frac{O_1H_1}{H_1A} = \frac{1}{\frac{\sqrt{51}}{7}} = \frac{7}{\sqrt{51}}$.

Тогда $\frac{a}{3} = \frac{7}{\sqrt{51}}$. Аналогично, для другой "крайней" прямой $\frac{a}{3} = -\frac{7}{\sqrt{51}}$.

Поэтому, если нужно, чтобы $-\frac{7}{\sqrt{51}} < \frac{a}{3} < \frac{7}{\sqrt{51}}$, т. е. $-\frac{21}{\sqrt{51}} < a < \frac{21}{\sqrt{51}}$; $-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}} < a < \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}$.

Ответ: $\left(-\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}, \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{17}}\right)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$1) \lg_5^4(2x) - 3 \lg_{2x} 5 = \lg_{(2x)^3}(5^9) - 3$$

Пусть $t = \lg_5 2x$. Тогда: $t^4 - \frac{3}{t} = \frac{9}{3t} - 3 \mid \cdot 3t$

$$3t^5 - 9 + 9t - 9 = 0, \quad 3t^5 + 9t - 13 = 0$$

Пусть $n = \lg_5 y$. Тогда:

$$n^4 + \frac{9}{n} = -\frac{1}{3n} - 3 \mid \cdot 3n$$

$$3n^5 + 9n + 12 = 0$$

$$3n^5 + 9n + 13 = 0$$

$$1) f(t) = 3t^5 + 9t - 13, \quad f'(t) = 15t^4 + 9$$

$f'(t) = 15t^4 + 9 > 0 \Rightarrow f(t)$ монотонно возрастает на $\mathbb{R} \Rightarrow$ ур-ие $f(t) = 0$ имеет только 1 корень.

Аналогично, ур-ие $3n^5 + 9n + 13 = 0$ имеет только 1 корень.

Поскольку, по условию, существует только 1 положительное значение x и только 1 положительное значение y .

3) Перепишем эти ур-ия так:
$$\begin{cases} 3n^5 + 9n = -13 \\ 3t^5 + 9t = 13 \end{cases}$$

Положим $f(x) = 3x^5 + 9x$ четная, поэтому, если эти ур-ия $f(t_0)$ и $f(t_0)$ соответственно таковы, то

$$n_0 = -t_0 \Rightarrow n_0 + t_0 = 0, \text{ т.е. } \lg_5 y + \lg_5 2x = 0, \lg_5(2xy) = 0, 2xy = 1, xy = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

* поскольку уравнение $\lg_5 ax = b$ имеет только 1 решение при $a > 0$ и b любым.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

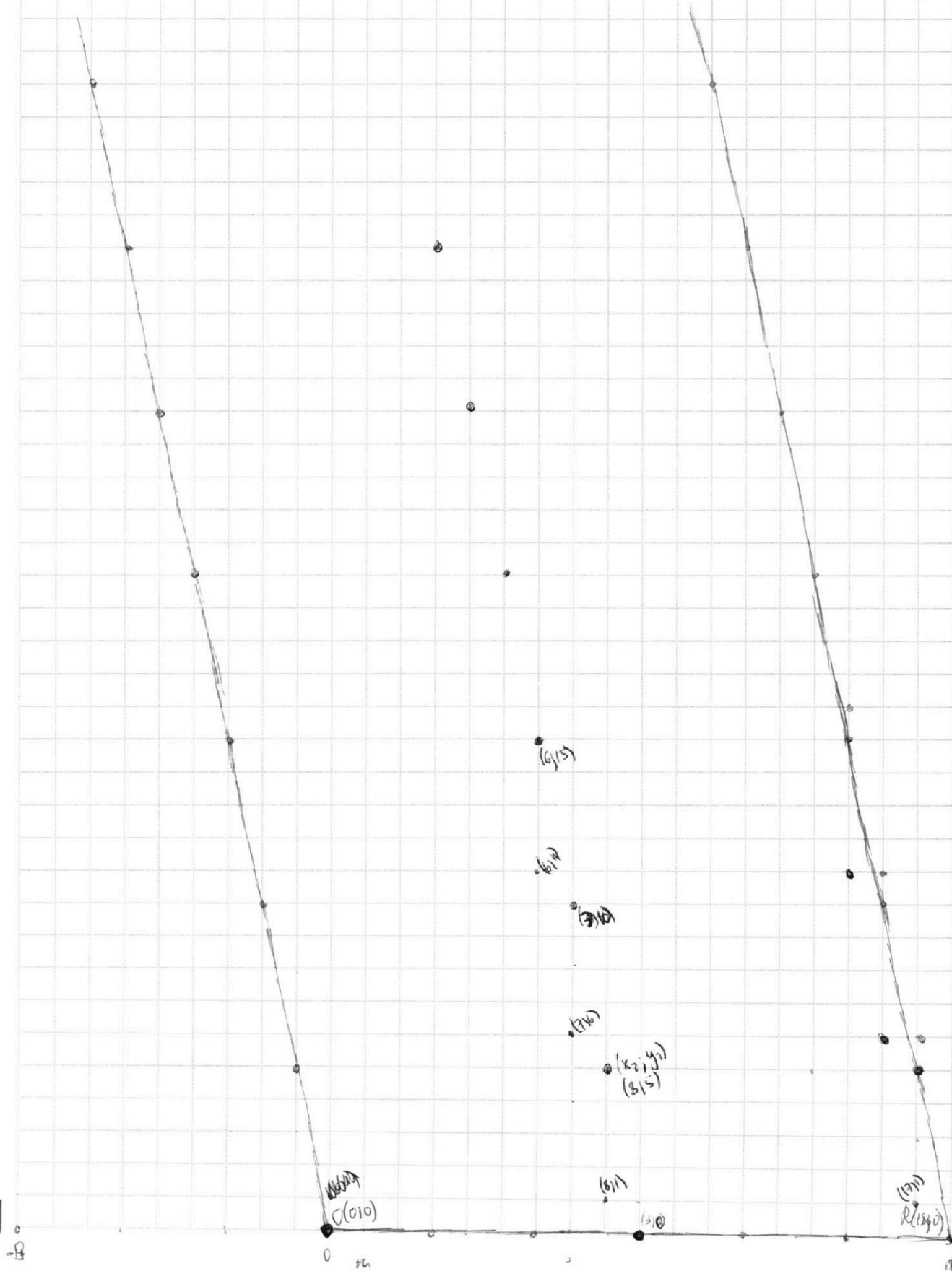
6
☒

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

the



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Б6

$$1) 5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

Заметим, что для любых точек (x_1, y_1) решение этой урав. в целых числах будет

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + 9 + t \\ y_2 = y_1 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$$

Заметим, что прямая, на которой будут лежать эти точки, параллельна сторонам параллелограмма.

2) Рассмотрим $y_1 = 0$. Тогда при $x_1 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ эта прямая будет целиком лежать внутри параллелограмма, и будет содержать точки с $y_2 \in \{0, 5, 10, 15, \dots, 80\}$, т.е. 17 точек.

Аналогично при $y_1 \in \{5, 10, 15, \dots, 80\}$ тоже будет 17-10 точек.

В этом случае получаем $17(17-10) = 289 \cdot 10 = 2890$ точек.

3) Рассмотрим $y_1 = 1$. Тогда при $x_1 \in \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ эта прямая будет частично лежать внутри параллелограмма, и будет содержать точки с $y_2 \in \{1, 6, 11, \dots, 76\}$, т.е. 16 точек.

Аналогично при $y_1 \in \{2, 3, 4, \dots, 6, 7, 8, 9, \dots, 11, 12, 13, 14, \dots, 76, 77, 78, 79\}$ тоже будет 16-9 точек.

В этом случае получаем $(80-10) \cdot (16-9) = 64 \cdot 16 \cdot 9 = 1024 \cdot 9 = 9216$ точек.

4) Таким образом, всего $2890 + 9216 = 12106$ точек.

Ответ: 12106 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O — центр Ω . Очевидно, что $OB = OM$. Значит, O лежит в плоскости α , проходящей через K — середину $[BM]$, и перпендикулярной BM .

2) Очевидно, что $OL = OK = r$. Значит, O лежит в плоскости β , проходящей через L — середину $[AC]$, и перпендикулярной AC .

Значит, O лежит в плоскости γ , проходящей через T — середину $[BK]$, и перпендикулярной BK .

Поскольку, O лежит на перпендикуляре к (ABC) через K , и в плоскости, перпендикулярной AC и проходящей через L .

3) Пусть m_a, m_b, m_c — длины медиан AA_1, BB_1, CC_1 соответственно. Пусть $AB = c, BC = a, AC = b$.

$$\text{Итого: } m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}, m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}, m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

$$m_a, m_b, m_c = \frac{1}{8} \sqrt{-4a^3 - 4b^3 - 4c^3 + 6ab^2 + 6a^2b + 6ac^2 + 6a^2c + 6b^2c + 6b^2a + 6c^2a + 6c^2b}, \text{ где } a = a^2, b = b^2, c = c^2.$$

$$(m_a, m_b, m_c)^2 = 3(a^2 + a^2 + a^2 + ac^2 + bc^2 + b^2c) - 2(a^3 + b^3 + c^3)$$

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) - 2(a^3 + b^3 + c^3)$$

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) - 2(a^3 + b^3 + c^3)$$

$$(m_a, m_b, m_c)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) - 2(a^3 + b^3 + c^3)$$

4) Из ранее написанного очевидно, что O лежит в плоскости (ASM) и биссектрисе угла $\angle ASM$, и является серединой SM . Значит, $\angle ASM = 90^\circ \Rightarrow AS = AM$, т.е. $AM = 16$.

Воспользуемся методом координат. Пусть $C(0|0|0), B(0|16|0), A(12|5|4)$. Посчитаем $S_{ABC} = 100 = \frac{1}{2} h \cdot 16 \Rightarrow$

$$h = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} = 12,5. \text{ То есть } AB = 20. \text{ При этом } \frac{2}{3} AB = 16, \text{ т.е. } 16^2 + 4,5^2 = 24^2$$

$$a^2 = 28,5^2 + 19,5^2, a = \frac{1}{2} \sqrt{57 \cdot 39}. \text{ Итого: } B_1(6,25 | \frac{1}{4} \sqrt{57 \cdot 39} + 8), C_1(6,25 | \frac{1}{4} \sqrt{57 \cdot 39})$$

$$\text{Итого } BB_1^2 = 6,25^2 + (\frac{1}{4} \sqrt{57 \cdot 39} - 8)^2, CC_1^2 = 6,25^2 + (\frac{1}{4} \sqrt{57 \cdot 39})^2. \text{ Итого } AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 4096.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{14}{2} = 7, \quad \frac{12}{2} = 6, \quad \frac{8}{2} = 4$$

$$\begin{cases} a+b \geq 8 \\ b+c \geq 12 \\ a+c \geq 14 \end{cases} \Rightarrow 2(a+b+c) \geq 2(4+6+7) = 34$$

$$a+b+c \geq 17$$

$$\frac{14}{8} = \frac{22}{7}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6}$$

2

$$\begin{cases} a+b \geq 14 \\ b+c \geq 20 \\ a+c \geq 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c \leq 14 \\ a \leq 8 \\ b \leq 7 \end{cases}$$

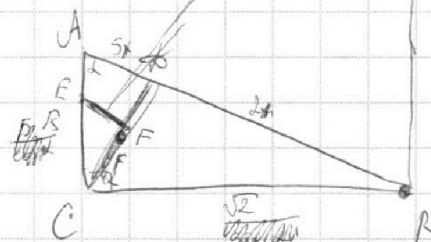
$$a+b+c = 28$$

$$\begin{cases} c = 14,5 \\ a = 8,5 \\ b = 7,5 \end{cases}$$

$$a = 8$$

$$\begin{cases} a+b = 14 \\ b+c = 20 \\ a+c = 22 \end{cases}$$

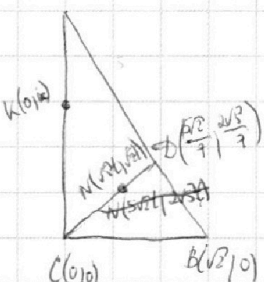
$$\begin{cases} a+b+c = 28 \\ c = 14 \\ a = 7 \end{cases}$$



$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha \cdot 5}$$



$$A(0, \sqrt{3}) \quad O(\sqrt{3}, 1)$$



$$\begin{cases} m^2 = 2 + (m-k)^2 \\ m^2 = (\sqrt{3}t-2)^2 + (\sqrt{3}t-m)^2 \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{k-\sqrt{3}t}{\sqrt{3}t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 2 - 2mk + k^2 \\ 0 = 5t^2 - 2\sqrt{3}t + 2 + 2t^2 - 2\sqrt{3}mt \\ 5t = \sqrt{3}k - 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = 12 \\ b+c = 17 \\ a+c = 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7t = \sqrt{3}k \\ t = \frac{\sqrt{3}}{7}k \end{cases}$$

$$7 \cdot \frac{2}{49}k^2 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{7}k + 2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{7}k^2 = 0$$

$$\frac{2}{7}k^2 - \frac{4}{7}\sqrt{3}k + 2 - \frac{2}{7}(k^2 + 2) = 0$$

$$\begin{aligned} 2k^2 - 4\sqrt{3}k + 14 - k^2 - 4 &= 0 \\ (2-\sqrt{3})k^2 - 4\sqrt{3}k + (14-2\sqrt{3}) &= 0 \\ (\sqrt{3}-1)k^2 - 2\sqrt{3}k + (2\sqrt{3}-2) &= 0 \end{aligned}$$

$$10 = 4\sqrt{3}k$$

$$2\sqrt{3}k = 10$$

$$2k = \sqrt{3}$$

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{2}{4} = 10 - (\sqrt{3}-1)(7\sqrt{3}-2) = 10 - (14 - 9\sqrt{3} + 2) = 5\sqrt{3} - 6 = 3(3\sqrt{3}-2)$$



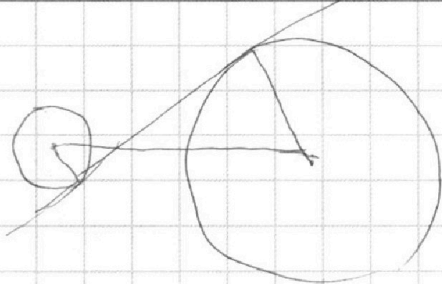
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

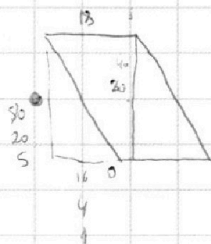


$$\log_3 5^{-1}$$

$$3n^5 + n^2 + 9n + 12 = 0$$

$$n = -\frac{1}{3}i - \frac{1}{81}$$

$$3(n^5 + t^5) + 9(n + t) + n^2 - 4t^2 + 3 = 0$$



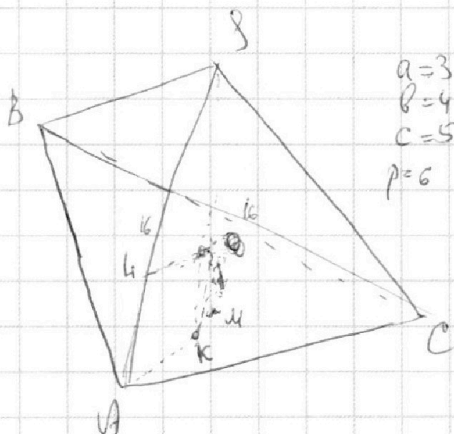
$$f(t) = 3t^5 + 9t - 13$$

$$f'(t) = 15t^4 + 9$$

$$\begin{array}{r} 2890 \\ 9216 \\ \hline 12106 \end{array}$$

$$6 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 9 + 17 \cdot 17 \cdot 10 = 2890 + 9216 =$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 2^{16} \\ 2ab &= 400 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 4 \\ c &= 5 \\ p &= 6 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\begin{aligned} 10 \arcsin(A) &= \pi + 4\pi \\ 10 \cdot \frac{\pi}{6} &= \pi + \frac{2\pi}{3} \\ 10 \cdot \frac{\pi}{6} &= \frac{5\pi}{3} \\ 10 \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right) &= \pi - \frac{2\pi}{3} \\ -10 \cdot \frac{\pi}{6} &= -\frac{5\pi}{3} \\ A(12, 5) & \end{aligned}$$

$$(2a+2b-c)(2a+2c-b)(2b+2c-a)$$

a	a	b	8
a	b	a	2
b	a	a	-4
			6

$$S = \sqrt{\left(\frac{a}{2} + \frac{c}{2} + \frac{b}{2}\right)\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \frac{c}{2}\right)}$$

$$C(10, 1) \quad (10, 1) \quad C(10, 1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3y = ax + 4b$$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$$

$$h = \frac{a}{3}, m = \frac{4b}{3}: y = nx + m$$

$$(n^2+1)x^2 + 2nm x + (m^2-1) = (x^2 + (nx + (m-10))^2 - 36) = 0$$

$$y = \frac{a}{kx+b}$$

$$n^2 m^2 - (n^2+1)(m^2-1) > 0$$

$$-m^2 + n^2 + 1 > 0$$

$$n^2 - m^2 + 1 > 0$$

$$(n^2+1)x^2 + 2n(m-10)x + (m^2-20m+64) < 0$$

$$n^2(m-10)^2 - (n^2+1)(m-10)^2 - 36 > 0$$

$$n_1 m_1 - (n_1+1)(m_1-36) > 0$$

$$-m_1 + 36n_1 + 36 > 0$$

$$36n^2 - (m-10)^2 + 36 > 0$$

~~36~~

$$n^2 = n_1, (m_1-10)^2 = m_1$$

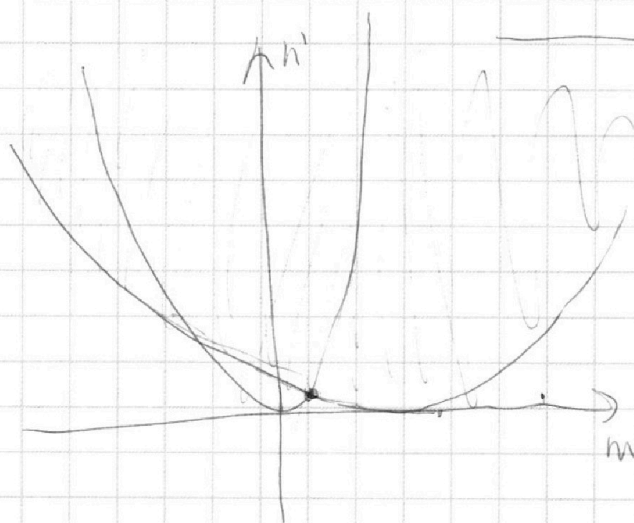
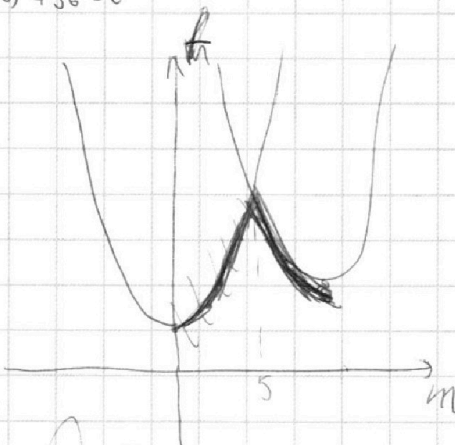
$$?n: \exists m:$$

$$\begin{cases} m^2 \leq n^2+1 \\ (m-10)^2 \leq 36n^2+36 \end{cases}$$

$$y^2 = x^2+1$$

$$?n': \exists m:$$

$$\begin{cases} m^2 \leq n'^2 \\ (m-10)^2 \leq 36n'^2 \end{cases}$$



$$36m^2 = (m-10)^2, 35m^2 + 20m - 100 = 0$$

$$7m^2 + 4m - 20 = 0$$

$$D = 4 + 140 = 144 = 12^2$$

$$m = \frac{-2-12}{7} = -2$$

$$m = \frac{-2+12}{7} = \frac{10}{7}$$

$$n' = \frac{100}{49}$$

$$n^2+1 \geq \frac{100}{49} \mid n^2 = \frac{51}{49}$$

$$n \geq \frac{\sqrt{51}}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

