



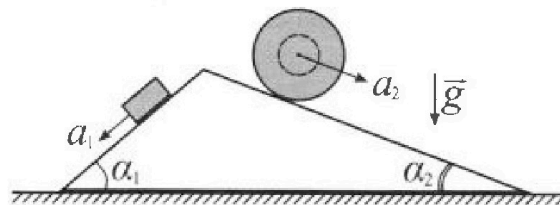
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



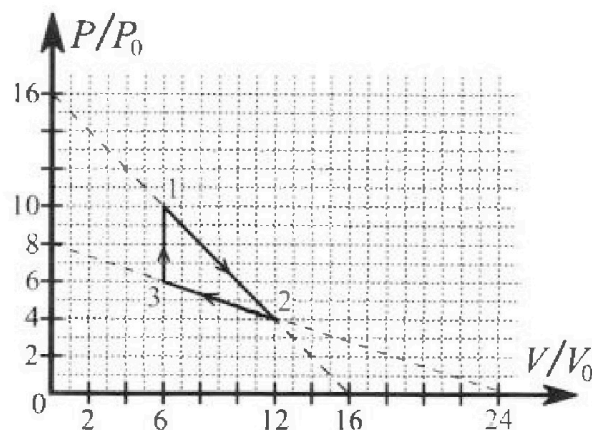
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

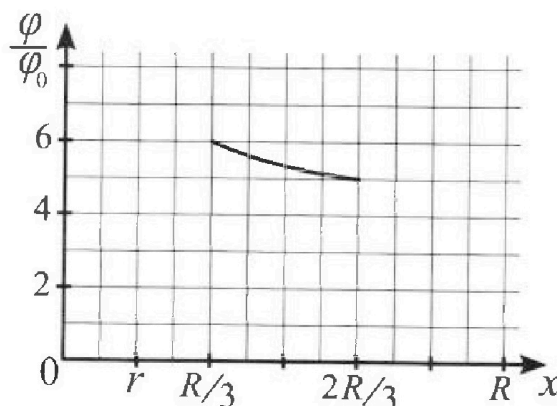
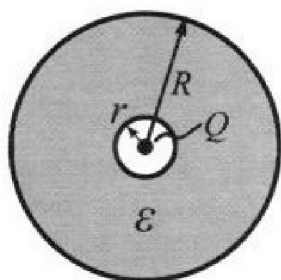


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



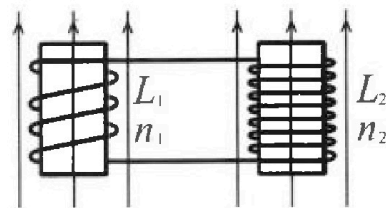
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

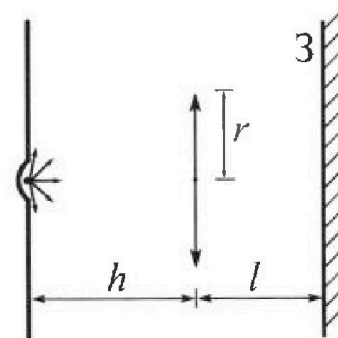


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) и ахнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $\{\text{см}^2\}$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

1) Запишем ^{2 закон Ньютона} ~~5-й закон~~ ось вдоль движения блока:

$$mg \sin \alpha_1 = m a_1 + F_1$$

$$F_1 = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{17} \right) = \frac{26}{85} mg$$

2) Напишем закон Ньютона по оси движения груза

$$Mg \sin \alpha_2 + N_2 + F_2 = M a_2 \Rightarrow F_2 = Mg \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{17} \right) = - \frac{9mg}{4 \cdot 17 \cdot 17} = - \frac{5mg}{102}$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1; \quad N_2 = Mg \cos \alpha_2$$

$$F_{\text{упр}} = F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 =$$

$$= mg \left(\frac{26}{85} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{17 \cdot 6} \cdot \frac{15}{17} + \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} \right) =$$

$$= \frac{mg}{17 \cdot 5} (26 \cdot 4 \cdot 5 - 17^2 \cdot 3 \cdot 4 +$$

$$\text{Ответ: } \frac{26}{85} mg; - \frac{5}{102} mg; mg \left(\frac{26}{85} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{17 \cdot 6} \cdot \frac{15}{17} + \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/2

$$1). U_2 - U_1 = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{3}{2} (4P_0 \cdot 12V_0 - 10P_0 \cdot 6V_0) =$$

$$= -18 P_0 V_0, \quad A = \text{площадь под графиком} = \frac{6V_0 \cdot 4P_0}{2} = 12 P_0 V_0$$

$$\frac{|U_2 - U_1|}{A} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

Ответ: $3/2$.

$$2). T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{36 P_0 V_0}{\nu R}$$

График (1-2) проходит через точки $(0, 16)$ и $(16, 0) \Rightarrow$ имеет уравнение

$$\frac{P}{P_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$$

$$T = \frac{PV}{\nu R} = \frac{P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) V}{\nu R}, \quad \text{в максимуме } T'(V) = 0 = \frac{P_0 (16 - \frac{V}{V_0})}{\nu R} - \frac{P_0 V}{\nu R V_0}$$

$$16 - \frac{V_m}{V_0} = \frac{V_m}{V_0} \Rightarrow \frac{V_m}{V_0} = 8 \Rightarrow \frac{P_m}{P_0} = 8, \quad \text{где } V_m \text{ и } P_m - \text{объем и давление при}$$

максимальной температуры. $T_{\max} = \frac{P_m V_m}{\nu R} = \frac{64 P_0 V_0}{\nu R}$

$$\frac{T_m}{T_3} = \frac{64}{36} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$$

Ответ: $16/9$.

3). Газу, отдаёт или получает теплоту, в процессе

$$1-2 \text{ и } 2-3: \text{ В } 1-2: \left(\frac{P}{P_0}\right) = 16 - \frac{V}{V_0} \Rightarrow T = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \left(\frac{V}{V_0}\right) \left(16 - \frac{V}{V_0}\right)$$

$$\delta Q = P dV + \frac{3}{2} \nu R dT = P_0 \left(16 - \frac{V}{V_0}\right) dV + \frac{3}{2} P_0 V_0 \left(\frac{16}{V_0} - 2 \frac{V}{V_0^2}\right) dV =$$

$$= P_0 dV \left(16 - \frac{V}{V_0} + 24 - 2 \frac{V}{V_0}\right) > 0 \text{ при } \frac{V}{V_0} < \frac{40}{3}, \text{ т.е. на всем } 1-2 \text{ тепло}$$

получает теплоту.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$13 \text{ 2-3: } \frac{P}{P_0} = 8 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}, T = \frac{P_0 (8 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}) V}{2R}$$

$$\delta Q = P dV + \frac{3}{2} 2R dT = P_0 dV (8 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}) + \frac{3}{2} P_0 dV (8 - \frac{V}{V_0}) =$$

$$= P_0 dV (8 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 12 - \frac{3}{2} \frac{V}{V_0}) \quad \delta A < 0, \text{ процесс не реализуется. } T \text{ из 2-3.}$$

$$\frac{P}{P_0} = 8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}, T = \frac{P_0 (8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}) V}{2R}$$

$$P(V) = 0 \Rightarrow 8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0} = 0$$

$$\delta Q = P dV + \frac{3}{2} 2R dT = P_0 dV (8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}) + \frac{3}{2} P_0 dV (8 - \frac{2V}{3V_0}) =$$

$$= P_0 dV (20 - \frac{4}{3} \frac{V}{V_0}), \text{ т.е. при } \frac{V}{V_0} > 15 \text{ теплоотдачу получаем,}$$

а при $\frac{V}{V_0} < 15$ отдаем. при $\frac{V}{V_0} < 15$ (на графике 1-3) тепло

$(\frac{V}{V_0})_4 = 10 \Rightarrow (\frac{P}{P_0})_4 = 3$ теплоотдачу отдаем.

$$\text{т.е. } \eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{31}} = \frac{A}{U_2 - U_1 + A_{12} + U_1 - U_3} = \frac{A}{U_2 - U_3 + A_{12}} = \frac{12 P_0 V_0}{30 P_0 V_0 + 18 P_0 V_0}$$

$$= 1/4, \text{ т.е. } U_2 - U_3 = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_3 V_3) = 18 P_0 V_0 \text{ и } A_{12} =$$

$$= 10 P_0 \cdot 6 V_0 / 2 = 30 P_0 V_0,$$

Ответ: 1/4 или (25%).



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 диэлектрик поляризуется и на его внутренней поверхности появляется заряд $-q$, на внешней $+q$. В результате поле диэлектрике уменьшается в ϵ раз, т.е. $\frac{kQ}{\epsilon x^2} = \frac{kQ}{0x^2} - \frac{kq}{x^2}$

(каждый заряд Q и заряд на внутр. поверхности).

$$\frac{Q}{\epsilon} = Q - q \Rightarrow q = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$$

$$\varphi(x) = \varphi_q(x) + \varphi_{-q}(x) + \varphi_Q(x) = \frac{kq}{R} - \frac{kq}{x} + \frac{kQ}{x}$$

из графика: $6\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 5\varphi\left(\frac{R}{3}\right)$

$$6\left(\frac{kq}{R} - \frac{3kq}{2R} + \frac{3kQ}{2R}\right) = 5\left(\frac{kq}{R} - \frac{3kq}{R} + \frac{3kQ}{R}\right)$$

$$6kq - 9kq + 9kQ = 5kq - 15kq + 15kQ$$

$$6kQ = 7kq \Rightarrow q = \frac{6Q}{7} = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \Rightarrow 6 = 7 - \frac{7}{\epsilon} \Rightarrow \epsilon = 7$$

$$\varphi\left(\frac{11R}{12}\right) = \frac{11kq}{11R} - \frac{12kq}{11R} + \frac{12kQ}{11R} = \frac{kQ(12 - 1 - \frac{1}{\epsilon})}{11R} = \frac{kQ(11 + \frac{1}{\epsilon})}{11R}$$

Ответ: φ Поверхности краем: равномерно заряженная

сфера $+Q$ создает внутри $E=0$ и φ -const, сфера $-q$ создает снаружи поле как от единичного заряда.

Ответ: $\varphi\left(\frac{11R}{12}\right) = \frac{kQ(11 + 1/\epsilon)}{11R}$; $\epsilon = 7$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

1). Запишем уравнение о циркуляции электр. поля вдоль контура, идущего вдоль провода.

$(L_1 - L_2) \frac{dI}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} - 2n_1 S$, где $2n_1 S$ - суммарная ^{внеш.} потоки $\vec{B}$ через контур, а $L_1 I$ и $L_2 I$ - потоки магн. поля от контура $\Rightarrow$

$$2n_1 S = 2L_2 \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{2n_1 S}{2L_2} = \frac{2L_1 n_1 S}{9L}$$

2). Запишем ЭДС в обмотке катушки $V = SE =$
 $= [L = \frac{\mu_0 n^2 S^2}{L}] = \frac{\mu_0 n^2 S^2}{L}$

$$\text{Тогда } \frac{\mu_0 B_0^2 V}{2} + \frac{\mu_0 (4B_0)^2 V}{2} = \frac{\mu_0 B_0^2 \left(\frac{3B_0}{4}\right)^2 V}{2} + \frac{\mu_0 \left(\frac{8B_0}{3}\right)^2 V}{2} + \frac{(L_1 + L_2) I^2}{2}$$

$$\frac{(L_1 + L_2) I^2}{2} = \frac{\mu_0 B_0^2 V}{2} \left(16 + 1 - \frac{9}{16} - \frac{64}{9}\right) = \frac{1343}{288} \mu_0 B_0^2 V$$

$$I = \sqrt{\frac{1343}{144} \frac{\mu_0 B_0^2 \left(\frac{\mu_0 n^2 S^2}{L}\right)}{L_1 + L_2}} = \frac{\mu_0 B_0 S n}{12} \sqrt{\frac{1343}{L \left(1 + \frac{9L}{4L_2}\right)}} = \frac{\mu_0 B_0 S n}{6L} \sqrt{\frac{1343}{13}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2L_1 n_1 S}{9L}; \frac{\mu_0 B_0 S n}{6L} \sqrt{\frac{1343}{13}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Лучи, проходящие через линзу, светят в фокус

по формуле $S_0 B$. $\frac{AO_2}{GO} = \frac{O_2 S_0}{OS_0} = \frac{3}{2} \Rightarrow SO = \frac{2}{3} AO_2 = 2 \text{ см.}$

$$\frac{BS_0}{S_0 S_3} = \frac{GO}{OS_3} \Rightarrow BS_0 = 2 \text{ см.} \cdot \frac{S_0 S_3}{OS_3} = 2 \text{ см.} \cdot \left(\frac{k - f_2}{f_2} \right) = \frac{26h}{24h} = 3 \text{ см.}$$

Площадь поверхности $S = \pi (12 \text{ см})^2 - \pi (3 \text{ см})^2 = 135 \pi \text{ см}^2$

Ответ: 240π ; 135π .

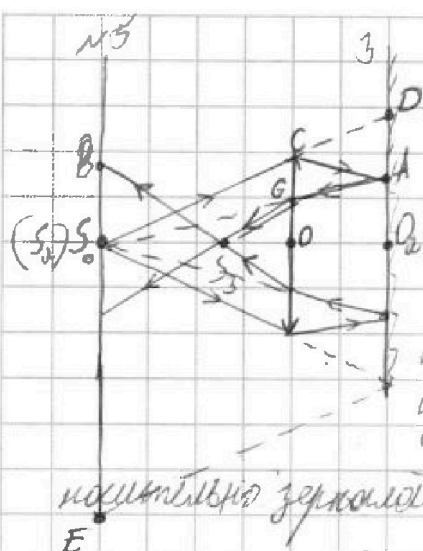


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Источники S_0 создаст изображение S_1 на расстоянии f_1 от линзы.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{Fh}{\frac{Fh}{h} - F} = -\frac{2h^2}{3(\frac{2h}{3} - h)} = 2h, \text{ на}$$

расстоянии $2h - h = \frac{2h}{2}$ от зеркала, S_1 создаст изображение S_2 в зеркале, S_2 симметрично S_1 от-

носительно зеркала $\Rightarrow S_2$ совпадет с S_0 , S_2 образит мнимый ~~пред-~~м для линзы, в которой создаст изображение S_3 на расстоянии от линзы f_2 .

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{h} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{Fh}{\frac{Fh}{h} - F} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{8}{9} - 1} = \frac{2h}{5} = 0,4h.$$

Ра расстояния показаны под крайними лучей.

1). Лучи, не проходя через линзу, светят в круг радиуса

$$Q_2 D, \text{ где } \frac{Q_2 D}{OC} = \frac{Q_2 S_0}{OS_0} = \frac{3}{2} \Rightarrow Q_2 D = \frac{3}{2} OC = \frac{3}{2} r = 6 \text{ см.}$$

Лучи, проходя через линзу, светят в круг радиуса $Q_2 A$, где

$$\frac{Q_2 A}{OC} = \frac{Q_2 S_1}{OS_1} = \frac{3h/2}{2h} = \frac{3}{4} \Rightarrow Q_2 A = \frac{3}{4} r = 3 \text{ см.}$$

тогда площадь $S = \pi(6 \text{ см})^2 - \pi(3 \text{ см})^2 = 27\pi \text{ см}^2$.

2). Лучи, отраженные от зеркала, образуют светящийся круг радиуса $S_0 E$, где E — точка, куда попадет луч, проходящий через край линзы: $S_0 E = 2 Q_2 D = 12 \text{ см.}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

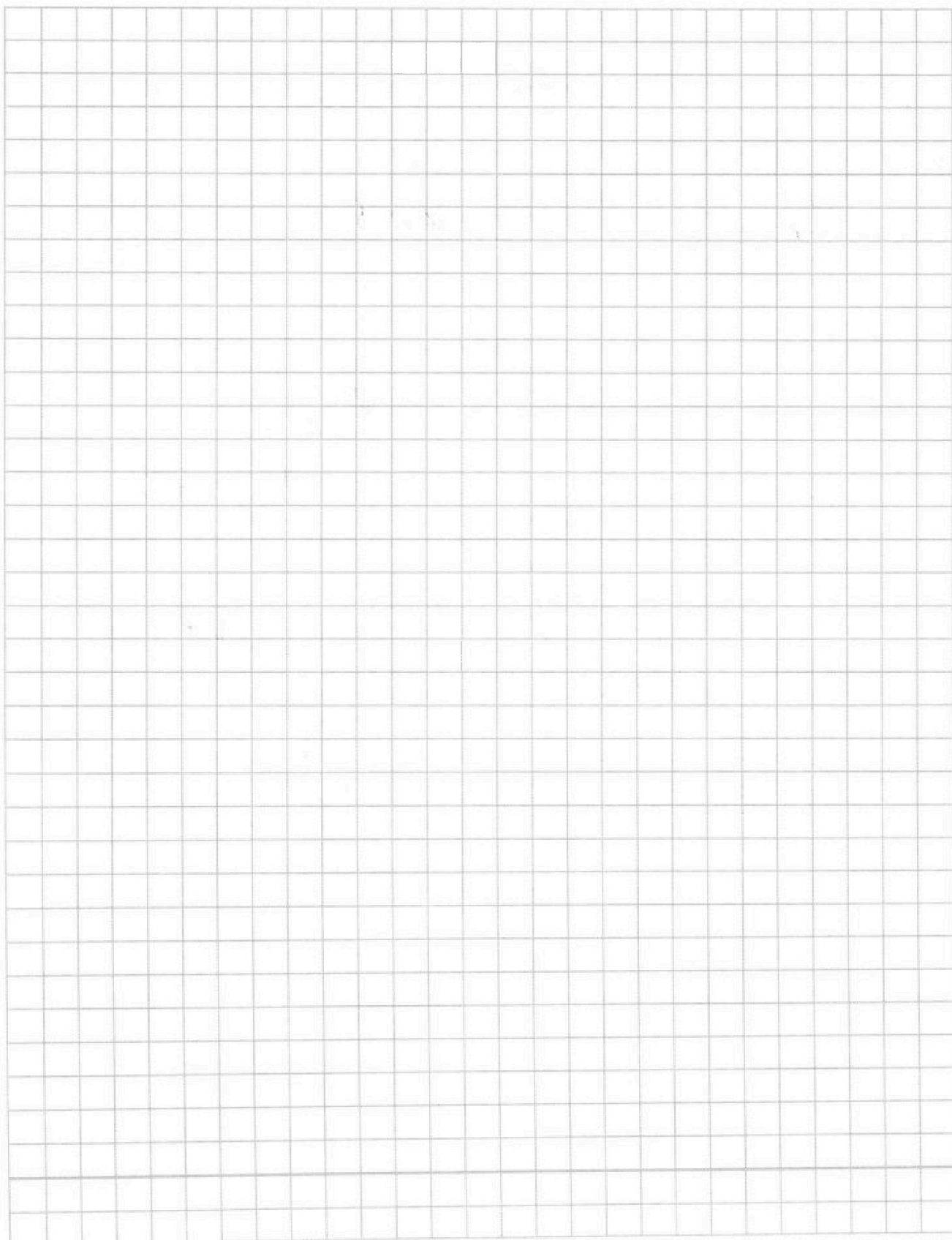
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = \frac{12 P_0 V_0}{U_1 - U_3 + U_2 - U_1 + A_{10}} = \frac{12 P_0 V_0}{U_2 - U_3 + A_{10}} = \frac{12 P_0 V_0}{30 P_0 V_0 + 18 P_0 V_0} = \frac{1}{4}$$

$$U_2 - U_3 = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_3 V_3) = \frac{3}{2} (48 - 36) P_0 V_0 = 15 P_0 V_0$$

$$L \frac{dI}{dt} = -dS$$

$$d\Phi_1 = -dS dt + L I$$

$$\mu_0 (n_1 + n_2) I = \mu_0 n_1 I + \mu_0 n_2 I$$

$$\Phi = n S = L I \Rightarrow L = \mu_0 n^2 S$$

$$\Phi = L I \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow B = \mu_0 n I$$

$$(L_1 - L_2) \frac{dI}{dt} = \mu_0 n I$$

$$(L_1 - L_2) \frac{dI}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} \Rightarrow n_1 S d$$

$$2L_2 \frac{dI}{dt} = n_1 S d \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{n_1 S d}{2L_2} = \frac{2n_1 S d}{9L}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 n^2 S I}{2} = L I$$

$$\frac{64}{9} = 7 \frac{1}{9}$$

$$10 - \frac{9}{16} - \frac{1}{9} =$$

$$= \frac{1440 - 81 - 16}{16 \cdot 9} =$$

$$= \frac{1343}{144}$$

$$mg \sin \alpha = m \frac{dV}{dt} + k V \frac{dV}{dt}$$

$$mg \sin \alpha = ma + k a V$$

$$mg \sin \alpha - F = m a$$

$$d \left(\frac{(L_1 + L_2) I^2}{2} \right) = d(B n_1 S l)$$

$$k = \frac{2I}{\omega^2}$$

$$17.5 \approx 85$$

$$17.3 - 25 =$$

$$= 0.6$$

$$8 - 8 = 80$$



