



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть седьмой член геометрической прогрессии равен a , тогда девятый равен $a q^2$, а пятнадцатый равен $a q^8$, тогда

$$\begin{cases} \sqrt{25x-9}(x-6) = a & ① \\ x+3 = a q^2 & ② \\ \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = a q^8 & ③ \end{cases}$$

① : ③

$$\frac{1}{q^8} = \sqrt{(x-6)^4}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}}$$

$$q q^2 = \sqrt{25x-9} = x+3 \quad \text{при } x \geq 6$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \quad \begin{cases} x = 1 - \text{не подходит} \\ x = 18 \end{cases}$$

при $x < 6$

$$-25x + 9 = (x+3)^2 \quad \begin{cases} x = 0 - \text{не подходит} \\ x = -31 - \text{не подходит} \end{cases}$$

Ответ: $x = 18$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер страницы** и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-x^2} \end{cases}$$

$$(y+4) + 4(y-5) \leq 9$$

или $y < -4$

$$-y-4 + (-4y+20) \leq 9$$

$$-5y \leq -7$$

$$y \geq \frac{-7}{-5} \quad \emptyset$$

или $-4y \leq 5$

$$y+4 - 4y+20 \leq 9$$

$$-3y \leq -15$$

$$y \geq 5$$

$$y = 5$$

или $y \geq 5$

$$5y - 16 \leq 9$$

$$y \leq 5$$

$$y = 5, \text{ merge}$$

$$9 = \sqrt{81-2^2}$$

$$2 = 0, \text{ merge}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2-4x+5}$$

Пусть $2\sqrt{-x^2-4x+5} = k$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = k - 4$$

$$x+5 - 2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x} + 1-x = (k-4)^2$$

$$6-k = (k-4)^2$$

$$k^2 - 8k + 16 = 6 - k$$

$$k^2 - 7k + 10 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 49 - 40 = 9 \quad k_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5; 2$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} = 2 \\ 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -x^2 - 4x + 5 = 1 \\ -x^2 - 4x + 5 = 2.5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 4 = 0 \\ x^2 + 4x + 7.25 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} D &= (4\sqrt{2})^2 \\ D &= 16 - 5 = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{2} = -2 - 2\sqrt{2} - \text{нестроган} \\ x_2 = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{2} = -2 + 2\sqrt{2} - \text{нестроган} \\ x_3 = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \\ x_4 = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2}$ или $x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \quad \sin 2x = 2\sin x \cos x \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$p(2\cos^3 x - \cos x) - p(\sin 2x + \sin x) + 3p\cos x + 12\cos x =$$

$$= 12\cos^2 x - 6 + 10$$

$$2p\cos^3 x - p\cos x + 2p\cos^3 x - 2p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x =$$

$$= 12\cos^2 x + 4$$

Пусть $\cos x = t \Rightarrow$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0 \quad / : 4$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 = -(t-1)^3 = (1-t)^3$$

$$\sqrt[p-1]{t} = 1 - t$$

$$t(\sqrt[p-1]{p-1} + 1) = 1 \quad \text{при } p \neq 0$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[p-1]{p-1} + 1}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[p-1]{p-1} + 1} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

при $p = 0 \quad -t = 1 - t \quad 0 = 1 \quad \emptyset$

Ответ: $x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[p-1]{p-1} + 1} + 2\pi n ; p \neq 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Количество раскрасок симметричных вертикальной осью равно C_{20000}^4 т.е. выбираем 4 точки на одной половине и ставим их зеркально.

Количество раскрасок симметричных горизонтальной осью равно C_{20000}^4 по тем же соображениям, тогда если какая-то раскраска удовлетворяет двум условиям, то можно заметить, что она удовлетворяет и третьей, тогда

количество раскрасок удовлетворяющих двум условиям равно C_{10000}^2 т.е. выбираем 2 точки на четвертинке и отзеркашиваем их получая 8 точек. тогда т.к. количество раскрасок удовлетворяющих двум условиям мы считаем 3 раза, тогда:

Ответ: $3 C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решить $(a-c)(b-c)=p^2$, тогда

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \text{ тк } a < b \text{ или } \begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases} \text{ тк } a < b, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} b=p^2+c \\ a=1+c \end{cases}, \text{ тогда}$$

$$b-a = p^2 - 1 \neq 3$$

$$(p-1)(p+1) \neq 3, \text{ тк}$$

$(p-1)(p+1) \neq 3$ тк. Значит, следовательно, $p \equiv 3$, тогда

тк $p \equiv 3 \Rightarrow$ тк p — шестое $p=3$, тогда

$$\begin{cases} b=a+c \\ a=1+c \end{cases}$$

$$(1+c)^2 + 9 + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 53^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = 25; -28, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} c=25 \\ a=26 \\ b=51 \end{cases} \quad \begin{cases} c=-28 \\ a=-27 \\ b=-79 \end{cases}$$

Ответ: $(26; 51; 25)$ или $(-27; -79; -28)$. $(a; b; c)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}} - \sqrt{\pm 2\sqrt{2} + 3} = 4 = 2\sqrt{1} = 2$$

$$\sqrt{-k+6} = k-4$$

$$\sqrt{6-k} = k-4$$

$$k = 2\sqrt{x+5}\sqrt{x+1}$$

$$k = 2\sqrt{3-2\sqrt{2}}\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 2$$

$$36 \quad 25$$

$$k = \sqrt{1-\sqrt{11}}\sqrt{\quad}$$

$$k = 2\sqrt{3-\frac{\sqrt{11}}{2}}\sqrt{3+\frac{\sqrt{11}}{2}}$$

$$k = 2\sqrt{9-\frac{11}{4}} = 2\sqrt{\frac{25}{4}} = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a = 1 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$a = 1 + c$$

$$b = c^2 + c - (c + 9) = -3$$

$$(1 + c)^2 + c^2 + c = 710$$

54

$$c^2 + 2c + 1 + c^2 + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$D = 9 + 2800 = 2809 = 53^2$$

53

53

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 53}{2} = 25, -28$$

53

53

159

15

25

$$\begin{cases} c = 25 \\ a = 26 \\ b = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -28 \\ a = -27 \\ b = -19 \end{cases}$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 5 \quad \text{нест} \quad x = 0 \quad \text{нест} \quad x = -4$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 2 \quad D = 16 + 20 = 36$$

$$x_{1,2} = -x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28 = 4 \cdot 7$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{-2} = -2 \pm \sqrt{7} \quad \text{корни}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = a - c \quad q = b - c \quad a = p + c \quad b = q + c$$

$$p = q + 1 \quad p - q = 1$$

$$p < q$$

$$p - q = 1$$

$$(p + c)^2 + q + c = 710$$

$$q^2 - 1 \quad q \div 3 \Rightarrow q = 3$$

$$\begin{cases} (1+c)^2 + 3^2 + c = 710 \\ (3^2+c)^2 + 1+c = 710 \end{cases}$$

$$y^4 + 2q^2c + c^2 + c + 1 = 710$$

$$(9 + c^4)^2 + 1 + c = 710$$

$$81 + 18c + c^2 + 1 + c = 710$$

$$c^2 + 19c - 628 = 0$$

$$D = \emptyset \text{ ни разу} \Rightarrow$$

$$p = a - c = b - c$$

$$a = p + c$$

$$b = p + c$$

$$a - c = 1$$

$$b - c = q^2$$

$$b = q^2 + c$$

$$a = 1 + c$$

$$19^2$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ 171 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 261 \\ 522 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$361$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 540 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 628 \\ \times 3 \\ \hline 1884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 628 \\ \times 19 \\ \hline 5652 \\ 11312 \\ \hline 11940 \end{array}$$

$$5$$



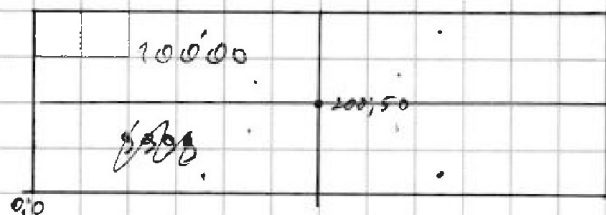
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

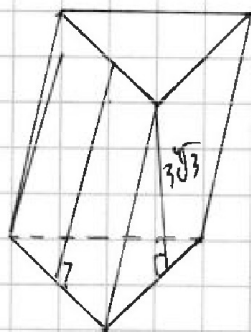
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -2 \pm \sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}}$$



$$C^4_{10000} + C^4_{10000} + C^4_{10000} + C^4_{10000} + C^4_{10000}$$

$$3C^4_{10000} + C^4_{10000} - 3C^4_{20000} - C^4_{10000}$$



$$g = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$$

$$a = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$S = \frac{1}{2}ah = 3$$

$$h = 2 \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$h = \frac{4}{a} = 2\sqrt{3}$$

$$y < 6 \Rightarrow y \geq 4 \Rightarrow 4 \leq y < 6$$

$$-4 - y - 4y + 20 \leq 9 \Rightarrow -5y \leq -7$$

$$5y \geq 7$$

$$y \geq \frac{7}{5}$$

$$-5y \leq -7$$

$$y \geq \frac{7}{5}$$

$$y = 5$$

$$-4 \leq y \leq 5$$

$$y + 4 - 4y + 20 \leq 9 \Rightarrow -3y \leq -15 \Rightarrow y \geq 5$$

$$y = 16$$

$$y = 245$$

$$y = 15$$

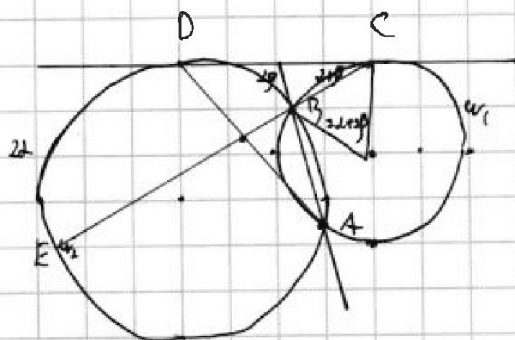
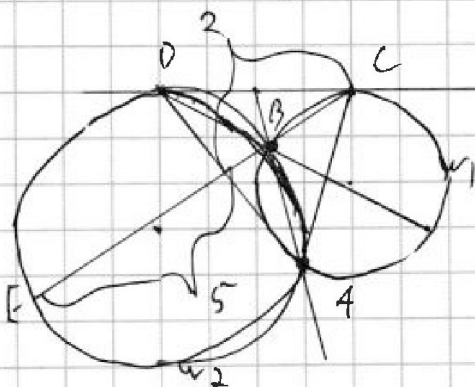
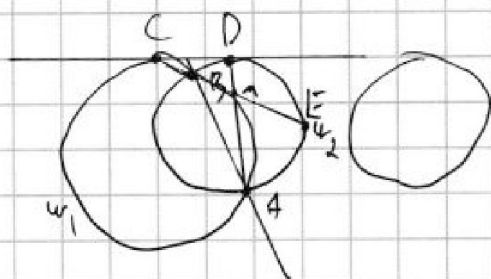


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) x^2 = a^2$$

$$1) x^2 = a^2 - 5$$

$$81z^2 = 6^2 \quad \text{---} \quad 81 = 6^2$$

$$a = \sqrt{1 - a^2 + 5 + 4z}$$

$$1) z = 5$$

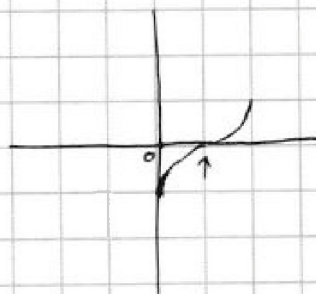
$$2 \in [-9; 9]$$

$$(y + u)^2 + 8|y + u||y - 5| +$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$(p - 1) t^3 = (t - 1)^3$$



$$\sqrt[3]{p-1} - 1 = k$$

$$|k-1|t = t-1$$

$$k t = 1$$

$$p \neq 2$$



$$\cos x = \frac{-1}{k} = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}-1}$$

$$x = \arccos \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}-1} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{25x-9} \cdot (x-6) = a$$

$$x+3 = a \cdot 9^2$$

(6

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}} = a \cdot 9^2$$

$$(x-6)^2 = \frac{1}{9^2}$$

$$9 = \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$x^2 + 6x + 9 = -25x - 9$$

$$x+3 = \frac{9}{\sqrt{x-6}}$$

$$x^2 + 37x = 0$$

$$a^2 = (x^2 + 6x + 9) / (x-6)$$

$$a = \sqrt{x^2}$$

$$a \cdot 9^2 \cdot (x+3) = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

21

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ x = 18 \end{cases} \text{ - корни, так как } x-6 \geq 0$$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p(2 \cos^2 x - \cos x) - p(\sin 2x - \sin x) + 3p \cos x + 12 \cos x =$$

$$= 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$2p \cos^2 x - p \cos x - 2p(1 - \cos^2 x) \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x =$$

$$= 12 \cos^2 x + 4$$

$$2p \cos^2 x - p \cos x + 2p \cos^2 x - 2p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x =$$

$$= 12 \cos^2 x + 4 \quad D = 9 - 12 < 0$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad / : t^2$$

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$pt^3 - 3 + 3\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}$$

$$(3pt - 1) / (3pt^2 - 3p + 1)$$

$$f'(t) = 3pt^2 - 6t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$pt^2 - t + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4p$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4p}}{2p}$$



$$\begin{array}{r} x^3 - y^3 \quad | \quad x - y \\ x^3 - y^3 \quad | \quad x^2 - xy + y^2 \\ \hline + 2y + y^2 \end{array}$$

$$(t-1)t^3 = -(t-1)^3$$

$$(p-1)t^3 = (1-t)^3$$