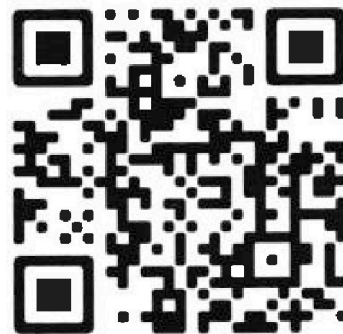




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Условие задачи равносильна система:

$$\begin{cases} b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6 & (1) \end{cases} \text{ Деля (3) на (1), получаем:}$$

$$\begin{cases} b_9 = \sqrt{x+3} = b_1 \cdot q^2 & (2) \end{cases} \quad q^6 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} \Rightarrow q^4 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} \Rightarrow q^2 = \sqrt{\frac{1}{1x-6}} (*)$$

$$\begin{cases} b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14} & (3) \end{cases}$$

Деля (2) на (1), получаем $q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} (**)$. Составляем (*) и (**),

получим $\frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \sqrt{\frac{1}{1x-6}}$. Если $x > 6$, то это уравнение равносильно

$$x+3 = \sqrt{25x-9} \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \Rightarrow x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \begin{matrix} x < 6 \\ x > 6 \end{matrix} \Rightarrow x = 18$$

Если же $x < 6$, то уравнение равносильно $-x-3 = \sqrt{25x-9} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \begin{matrix} x < 6 \\ x < 6 \end{matrix} \Rightarrow x = 1$
Но при $x = 1$ $b_7 \notin \mathbb{R}$, поэтому единственное возможное значение x — $x = 18$.

Отметим, что если какой-то из членов прогрессии равен 0, то $\begin{cases} b_1 = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow b_7 = b_9 = b_{15} = 0$, а это невозможно, т.к. $\begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{25} \end{cases}$ не имеет решений.

Ответ: $x = 18$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$. Т.к. $81-z^2 \leq 81$, $\sqrt{81-z^2} \leq 9$, поэтому
 $|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$
 $|y+4| + 4|y-5| \leq 9$. Пусть $y \in (-\infty, -4)$. Тогда $-y-4-4y+20 \leq 9 \Rightarrow 5y \geq 7 \Rightarrow y \geq \frac{7}{5}$ - противоречие. Если $y \in [-4, 5]$, то $y+4-4y+20 \leq 9 \Rightarrow 3y \geq 15 \Rightarrow y \geq 5$, откуда $y=5$. Если $y \in (5, \infty)$, то $y+4-4y-20 \leq 9 \Rightarrow 5y \leq 25, y \leq 5$ - противоречие. Поэтому единственный вариант - $y=5$, откуда $z=0$.

Подставив в условие, получаем:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

Возведем в квадрат:

$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(x+5)(1-x) + 16 - 16\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(x+5)(1-x)} = t$$

$$6 - 2t = 4t^2 + 16 - 16t \Leftrightarrow 4t^2 - 14t + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+5)(1-x) = 1 \\ (x+5)(1-x) = \frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5-4x-x^2=1 \\ 5-4x-x^2=\frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+4x-4=0 \\ 4x^2+16x+5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2} \\ x = -2 \pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Подстановка в исходное убеждает нас, что $x = \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2}$ не подходит.

Ответ: $(-2+2\sqrt{2}; 5; 0)$ или $(-4+\sqrt{11}; 5; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$\text{Пусть } \cos x = t$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t \neq 0$$

$$p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3} \quad \text{Пусть } f(t) = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3} = \frac{3}{t} - \frac{3}{t^2} + \frac{1}{t^3}$$

$$f(t) \quad [-1; 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f'(t) = -\frac{3}{t^2} + \frac{6}{t^3} - \frac{3}{t^4} = -\frac{3}{t^2} \left(\frac{1}{t} - 1 \right)^2 \leq 0$$

Поэтому $f(t)$ строго убывающая. Теперь найдем область значений f .

Функция не существует в нуле, поэтому рассмотрим отдельно $t \in [-1, 0)$ и $t \in (0; 1]$. $f(-1) = \frac{3+3+1}{-1} = -7$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{3(0) - 3(0) + 1}{(0)^3} = \infty$

$$= -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{3(0) - 3(0) + 1}{(0)^3} = +\infty, \quad f(1) = \frac{3-3+1}{1} = 1$$

Поэтому $f(t) \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$, других значений она не принимает и на $[-1, 1] \setminus \{0\}$ она непрерывна, поэтому $f(t)$ сюръективна для этого промежутка. Следовательно, уравнение $f(t) = p$ будет всегда иметь хотя бы одно решение $t \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ для любого p из $(-\infty; -7] \cup [1; \infty)$ и не будет иметь ни одного решения $t \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ для $p \in (-7; 1)$. Поэтому $p \notin (-7; 1)$.

Ответ: $p \notin (-7; 1)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $(a-c)(b-c) = p^2$, где p — простое. Из условия $a < b$ мы получаем $a-c < b-c$ (1)
Поэтому возможны 5 случаев: $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$, $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$, $\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$, $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$, $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$.

3 последних случая не подходят с учетом (1), поэтому остается 2 варианта:

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$$

Вчитая первое из второго, получаем:

Аналогично вчитая, получаем

$$b-a = p^2 - 1. \text{ Пусть } p \neq 3. \text{ Тогда } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 0 \equiv p^2 - 1 \equiv b-a \pmod{3} \Rightarrow$$

$$b-a = p^2 - 1, \text{ откуда, аналогично случаю } 1, p=3 \Rightarrow b = a+8 \Rightarrow \begin{cases} a=26 \\ a=-27 \end{cases} \Rightarrow$$

$3 \mid b-a$ — противоречие.

$$\begin{cases} b=34 \\ b=-19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=35 \\ c=-18 \end{cases} \text{ (соответственно)}$$

$$\text{Поэтому } p=3, b=a+8$$

Поэтому тройки $(26, 34, 35)$ и $(-27, -19, -18)$ удовлетворяют условию.

$$\text{Из } a^2 + b = 710 \Leftrightarrow a^2 + a - 702 = 0 \text{ получаем } \begin{cases} a=26 \\ a=-27 \end{cases}, \text{ откуда } \begin{cases} b=34 \\ b=-19 \end{cases},$$

$$\text{откуда } \begin{cases} c=25 \\ c=-28 \end{cases} \text{ (соответственно).}$$

Поэтому тройки $(26, 34, 25)$ и $(-27, -19, -28)$ удовлетворяют условию.

Ответ: $(26, 34, 25), (-27, -19, -28), (26, 34, 35), (-27, -19, -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Назовем расстановку полностью симметричной, если она симметрична относительно обеих средних линий. Пусть множество A — множество симметричных относительно вертикальной средней линии, B — множество раскрасок, симметричных относительно горизонтальной средней линии, C — множество раскрасок, симметричных относительно центра, D — множество полностью симметричных раскрасок.

Тогда по условию нам нужно найти $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$. Заметим, что если какая-то раскраска симметрична относительно центра и одной из средних линий, то она симметрична и относительно другой средней линии, то есть она полностью симметрична. Аналогично, полностью симметричная раскраска симметрична относительно центра. Поэтому $|A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = |A \cap B \cap C| = |D|$.

Поэтому $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - 2|D|$.

Теперь найдем $|C|$ и $|D|$, а также докажем, что $|A| = |B| = |C|$.

Пусть есть раскраска, симметричная относительно центра. Способов закрасить первую клетку — 40000, причем клетки, симметричные ей, красятся автоматически, вторую третью — 33338 (т.к. 2 уже закрашены), пятую — 33336, седьмую — 33334. Поэтому $|C| = 40000 \cdot 33338 \cdot 33336 \cdot 33334$. Но аналогичные рассуждения верны

Пусть есть раскраска, симметричная относительно центра. Рассмотрим верхнюю половину доски. В силу симметрии, на ней должны быть закрашены ровно 4 точки. Способов их закрасить — C_{2000}^4 , причем остальные 4 точки будут однозначно определены. Но аналогичные рассуждения можно провести и для симметричной относительно средней линии раскраски, беря верхнюю половину и левую половину. Поэтому $|A| = |B| = |C| = C_{2000}^4$.

Теперь найдем $|D|$. Разобьем доску на 4 равных прямоугольника 50×200 . Т.к. расстановка из D симметрична полностью, эти 4 прямоугольника будут одинаковы и определяться однозначно по одному.

В силу симметрии в каждом прямоугольнике ровно по 2 закрашенные клетки, поэтому способов поставить 2 клетки в прямоугольнике 50×200 будет $C_{1000}^2 \Rightarrow |D| = C_{1000}^2$.

Поэтому $|A \cup B \cup C| = 3|C| - 2|D| = 3 \cdot C_{2000}^4 - 2 \cdot C_{1000}^2$.

Ответ: $3 \cdot C_{2000}^4 - 2 \cdot C_{1000}^2$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

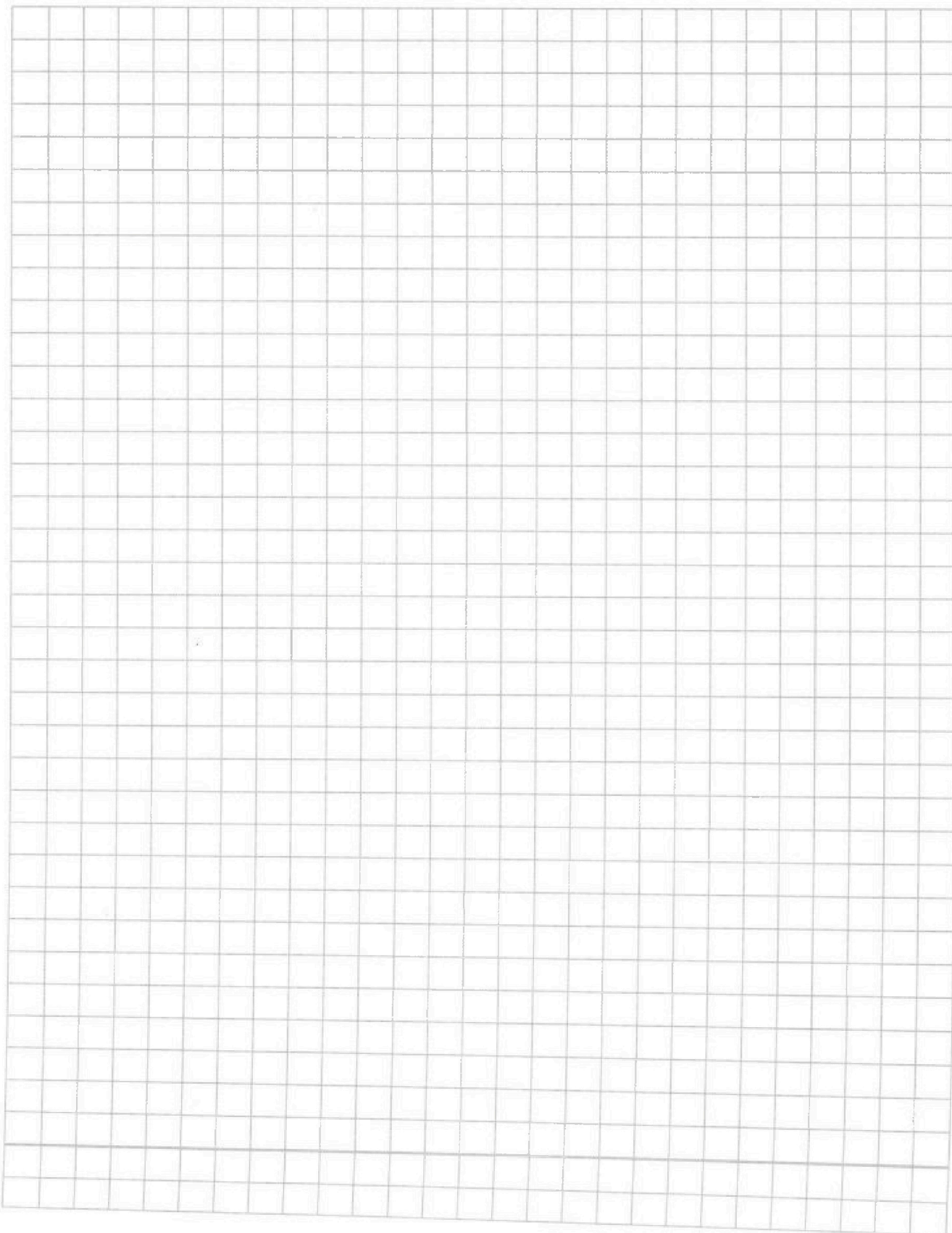
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



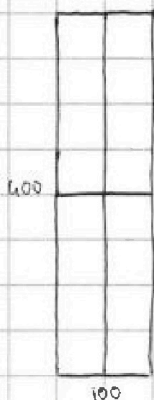
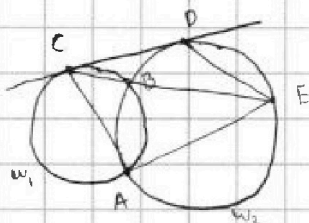


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



A - слияние, отн. унитар

B - слияние, отн. сопряжен

C - слияние, отн. сопряжен

$$|A \cup B \cup C| = (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$

когда рассматриваем слияние, отн. сопряжен, сп.м.

то отн. слияние, отн. у.

$$|A \cup B| = |A \cup C| = C_{400}^2$$

пр. 3

$$f(x) = \frac{3}{x} - \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3}$$

$$|A| = 40000 \cdot (40000 - 1) \cdot (40000 - 4) \cdot (40000 - 6)$$

$$|B| =$$

$$f(x) = \frac{3}{x} - \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3}$$

$$\cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{6}{x^3} - \frac{3}{x^4} = \frac{3}{x^4} \left(-x^2 + 2x - 1 \right)$$

$$p(4 \cos^2 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^2 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$f(x) = \frac{3}{x} - \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3} = \frac{3}{x^3} \left(x^2 - x + 1 \right)$$

$$\cos x = t$$

$$4p t^2 - 12 t^2 + 12 t - 4 = 0$$

$$f(1) = \frac{3+3+1}{-1} = -7$$

$$f(-0.5) = \frac{\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 1}{-\frac{1}{8}} = - (2 + 4 + 8) = -14$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

p = 1 - если решение

$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

$$p = \frac{3 t^2 - 3 t + 1}{t^3} = \frac{3}{t} - \frac{3}{t^2} + \frac{1}{t^3}$$

$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

$$f(x) = \frac{3 x^2 - 3 x + 1}{x^3} \quad f(x) = \frac{(3 x^2 - 3 x + 1) x^2 - x^3 (6 x - 3)}{x^6}$$

$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

$$= \frac{3 x^4 - 9 x^3 + 3 x^2 - 6 x^4 + 3 x^3}{x^6} = \frac{3 x^4 - 6 x^3 + 3 x^2}{x^6} = \frac{3 x^2 - 6 x + 3}{x^4}$$

$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

$$= \frac{3 (x-1)^2}{x^4} \geq 0$$

$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

$$x \in [-1, 1]$$

$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

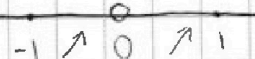
$$(p-4) t^3 + 4 t^2 - 3 t^2 + 3 t - 4 = 0$$

$$p = \frac{3 t^2 - 3 t + 4}{t^3}$$

$$f(x) = \frac{3 x^2 - 3 x + 4}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{3 (3 x^2 - 3 x + 4) x^2 - x^3 (6 x - 3)}{x^6}$$

$$= \frac{9 x^4 - 9 x^3 + 12 x^2 - 6 x^4 + 3 x^3}{x^6} = \frac{3 x^4 - 6 x^3 + 12 x^2}{x^6} = \frac{3 x^2 - 6 x + 12}{x^4} = \frac{3 (x^2 - 2 x + 4)}{x^4} \geq 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b, q^6 \quad q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} \quad q^1 = \frac{1}{x-6}$$

$$b_3 = x+3 = b, q^3$$

$$b_5 = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}} = b, q^{14}$$

$$x \geq 6$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{1}{x-6}} \quad q^2 = \sqrt{\frac{1}{x-6}}$$

$$q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-6}} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$x+3 = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = 18$$

$$a < b$$

$$3 \nmid b-a$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 702 = 1 + 2808 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2} = 26 \quad b = 34 \quad c = 25$$

$$a = \frac{-1 - 53}{2} = -27 \quad b = -19 \quad c = -20$$

$$y \neq 5 \quad 81 - z^2 = 61 \quad z = 5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$a-b+4 \leq 2ab$$

$$2ab - a - b - 4 = 0$$

$$a(2b-1) + b - 4 = 0$$

$$x < 6$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{1}{6-x}}$$

$$q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6-x}} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$-x-3 = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = 1 \text{ не подходит, не } D3$$

$$x = 18$$

$$a < b$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$1) a-c = 1$$

$$b-c = p^2$$

$$b-a = p^2 - 1 \Rightarrow p = 3$$

$$b-a = 8$$

$$b = a+8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 702 = 1 + 2808 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2} = 26$$

$$a = \frac{-1 - 53}{2} = -27$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$a = 26 \quad b = 34 \quad c = 25$$

$$a = -27 \quad b = -19 \quad c = -20$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq -5$$

$$1-x \leq 6$$

$$6-4z \geq 1-x-4 \geq 30$$

$$z \leq \frac{3}{2}$$

$$0 \leq y-4x-x^2+z \leq 4-4+\frac{3}{2} = y-\frac{5}{2}$$

$$81-z^2 \leq 61 \Rightarrow \sqrt{81-z^2} \leq 9$$

$$|y+4|+4|y-5| \leq 9$$

$$1) y \in [-\infty; 4]$$

$$4-y+4(5-y) \leq 9$$

$$4-y+20-4y \leq 9$$

$$-5y+24 \leq 9$$

$$5y \geq 15$$

$$y \geq 3$$

$$y+4+4(5-y) \leq 9$$

$$y+4+20-4y \leq 9$$

$$3y \geq 15 \quad y \geq 3 \Rightarrow y = 5$$

$$y \in [5; \infty)$$

$$y+4+4y-20 \leq 9$$

$$5y \leq 25 \quad y \leq 5$$

$$y = 5$$

$$(x+5)(4-x) = \sqrt{x^2+5-x^2-4x+5} = -x^2-4x+5$$

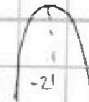
$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq 1$$

$$x \in [-5; 1]$$

$$x \in [-5; -2]$$



$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{1-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$x = -1,5$$

$$(x+5)(1-x) = 4$$

$$2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 2 \cdot 2$$

$$x \in [-5, 1]$$

$$\wedge \uparrow$$

$$x \in [-2, 1] \quad \Pi \downarrow$$

$$\text{or}$$

$$\begin{matrix} 2,4 \\ 1,4 \end{matrix}$$

$$x = -1$$

$$2 - \sqrt{2} + 4 = 2\sqrt{8}$$

$$6 = \sqrt{2} + 2\sqrt{8}$$

$$6 = \sqrt{2}(1+2)$$

$$x = 0$$

$$\sqrt{5} - 1 + 4 = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} + 3 = 2\sqrt{5}$$

$$3 = \sqrt{5}$$

$$2,4 - 1,4 + 4 = 2\sqrt{8}$$

$$2 - 1,4 = 2,4$$

$$f(-1) < g(1)$$

$$f(0) > g(0)$$

$$\text{or}$$

$$5 =$$

$$\sqrt{0,2} - \sqrt{5,8} + 4 = 2\sqrt{6}$$

$$0,45 - 2,4 + 4 = 2 \cdot 0,45 \cdot 2,4$$

$$2 = 2$$

$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(x+5)(1-x) + 16 - 16\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{(x+5)(1-x)} = t$$

$$6 - 2t = 4t^2 + 16 - 16t$$

$$4t^2 - 14t + 10 = 0$$

$$2t^2 - 7t + 5 = 0$$

$$t = 1 \quad t = \frac{5}{2}$$

$$x+5$$

$$x = \frac{-4 + 3,2}{2} = \frac{-0,8}{2} = -0,4$$

$$2,1$$

$$\text{or}$$

$$1,2 + 4 = 2 \cdot 2,5 \cdot 1,2$$

$$5 =$$

$$x = \frac{-4 - 3,2}{2} = -2,16 = -3,6$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 16 = 32 = 2^5 = (4 \cdot \sqrt{2})^2$$

$$x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x \approx -4,8$$

$$x \approx 0,8$$

$$x^2 + 4x$$

$$4x^2 + 16x + 5 = 0$$

$$D = 256 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 176$$

$$= 16 \cdot 16 - 16 \cdot 5 = 16 \cdot 11 = (4 \cdot \sqrt{11})^2$$

$$x = \frac{-16 \pm 4\sqrt{11}}{8}$$

$$x = \frac{-16 \pm 4\sqrt{11}}{8}$$

$$1,2 - 2,2 + 4 = 2 \cdot 1,2 \cdot 2,2$$

$$3 = 4 \cdot 1,2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

