



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем прогрессию как $b, b, q; b, q^2, \dots$

$$\text{тогда: } \begin{cases} \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b, q^{1/2} \\ \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = b, q^3 \end{cases} \rightarrow b, q^n = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$$

$$\rightarrow b, q^n = \sqrt{25x+34} \quad \text{т.к. } b, q^n = \sqrt{b, q^{n-k} \cdot b, q^{n-k}}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$4+x^2-4x = 25x+34 \Leftrightarrow x^2-29x-30 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 30 \end{cases}$$

Заметим, что b, q^n, b, q^3 будут одного знака,

значит $2-x > 0$, также $(25x+34)(3x+2) > 0$

Корни $-1; 30$ не удовлетворяют этим условиям
значит таких действительных x не существует

Ответ: Нет корней



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 4 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \\ \sqrt{400-z^2} \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |y+2| + 2|y-18| \geq 20, & |y+2| + 2|y-18| < 20 \Leftrightarrow y < 18 \\ \sqrt{400-z^2} \leq 20 \\ |y+2| + 2|y-18| \geq 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |y+2| + 2|y-18| < \sqrt{400-z^2} \\ y < 18 \\ z \leq 0 \end{cases}$$

Подставим эти значения в 1 уравнение

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 4 = 2\sqrt{18-3x-x^2}, -6 \leq x \leq 3$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 4 = 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x}$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}, t^2 = 9 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x}$$

$$t + t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1 \Leftrightarrow (x+6)(3-x) = 16 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}, -6 \leq \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \leq 3$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = -2 \Leftrightarrow (x+6)(3-x) = \frac{25}{4} \Leftrightarrow x^2 + 5x - 18,75 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{56}}{2}, -6 \leq \frac{-5 \pm \sqrt{56}}{2} \leq 3$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left(\frac{-5 \pm \sqrt{56}}{2}; 18; 0 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

Пусть $t = \cos x$, $|t| \leq 1$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow pt^3 + (t+1)^3 - t^3 = 0$$

$$(p-1)t^3 = -(t+1)^3$$

$$(1-p)t^3 = (t+1)^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{1-p} t = t+1 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$|t| \leq 1 \rightarrow |\sqrt[3]{1-p} - 1| \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \quad x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$;

$$x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть A и B - множества точек на плоскости симметричны относительно средней линии, а L - множество для центральной симметрии. Вокруги из $A \cap B$ будут содержаться и в $L \rightarrow L \cap A \cap B = A \cap B$

Также $A \cap L$ и $B \cap L$ будут содержаться в $A \cap B$ т.к. две осевые симметрии в композиции дают центральную, итого:

$$A \cap B = A \cap L = B \cap L = A \cap B \cap L$$

$$|A \cup B \cup L| = |A| + |B| + |L| - |A \cap B| - |A \cap L| - |B \cap L| + |A \cap B \cap L|$$

$$= |A| + |B| + |L| - 2|A \cap L| = 3|A| - 2|A \cap L|$$

Немного замечание, если $|A| = |B| = |L| = \binom{30000}{4}$

т.к. ~~каждая~~ половина клеток будет находиться в симм. половине $|A \cap L| = \binom{15000}{2}$

т.к. каждая вторая клетка будет относиться еще к симм. в 3 симметричных четвертиях приполюсально

Ответ: $3 \cdot \binom{30000}{4} - 2 \cdot \binom{15000}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть p - простое число $(a-c)(b-c) = p^2$

т.к. $a-c \neq b-c$ из первого условия, то

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow b-a = p^2 - 1, \text{ это удовлетв.} \\ \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \text{ выполняется для всех} \\ \text{целых}$$

Из условия 2: $b-a \neq 0 \pmod{5} \Leftrightarrow p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{5}$

$p^2 \not\equiv 1 \pmod{5} \Leftrightarrow p \not\equiv 0 \pmod{5} \Leftrightarrow p \leq 3$, т.к. только

одно из простых чисел делителем $10 \cdot 5 = 5$

$$b-a \leq 8 \rightarrow b \leq a+8$$

$$a^2 + a + 8 = 1000 \Leftrightarrow a^2 + a - 992 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 31 \\ a = -32 \end{cases}$$

$$\text{соответствующие им } b: \begin{cases} b = 39 \\ b = -24 \end{cases} \quad \begin{cases} (a, b) = (31, 39) \\ (a, b) = (-32, -24) \end{cases}$$

Для каждой пары (a, b) будем искать соответствующие

z , удовлетворяющие условиям системы

$$\begin{cases} 31 - c = 1 \Leftrightarrow z = 30 \\ 31 - c = -92 \Leftrightarrow c = 40 \end{cases}$$

-32

$$\begin{cases} -32 - c = 1 \Leftrightarrow c = -33 \\ -32 - c = -9 \Leftrightarrow c = -23 \end{cases}$$

Ответ: $(31, 39, 40); (31, 39, 30); (-32, -24, -33); (-32, -24, -23)$



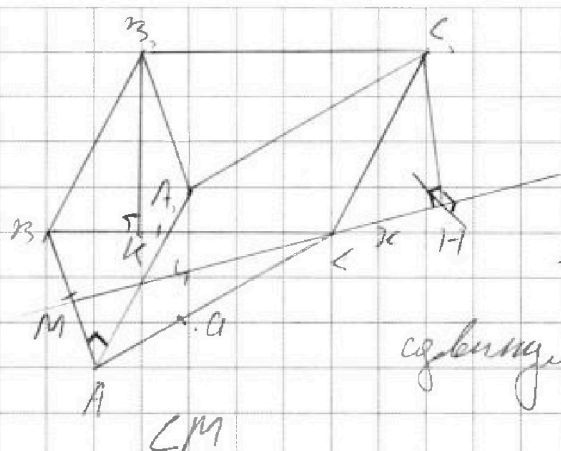
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{т.к. } S_{AB_1C_1L} = S_{AA_1C_1L}$$

то треугольник

выпуклого основания

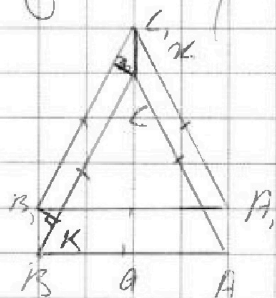
соединяем на π в одну линию

Пусть $h = CH$, $CH \perp (ABC)$

$h_1 = BK$; $h_2 = AA_1$, т.к. $AA_1 \perp AK$

Из т. Пифагора: $h_2^2 = x^2 + h^2$

$$h_1^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2$$



BK в проекции на $(ABC) = \frac{x}{2}$

$$h, a = 6$$

$$ah_2 = 5$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{h} = 4$$

$$3h^2 = 4h_1^2 - h_2^2$$

$$ka = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$h_1 = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$h_2 = \frac{5\sqrt{5}}{4}$$

$$3h^2 = 9\sqrt{3} - \frac{25\sqrt{3}}{16} = \frac{144 - 25}{16}\sqrt{3} = \frac{119}{16}\sqrt{3}$$

$$h = \sqrt{\frac{119}{16\sqrt{3}}}$$

$$V = 4h = \sqrt{\frac{119}{\sqrt{3}}}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{119}}{\sqrt{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$b - a \neq 0 \pmod{p}$$

$$(a-c)(b-c) \equiv p^2 \pmod{p^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a-c \equiv 1 \\ b-c \equiv p^2 \end{cases} \Leftrightarrow b-a+1 \equiv p^2$$

$$\begin{cases} a = 31 \\ b = 4839 \\ c = 8030 \end{cases}$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b-a \equiv (p-1)(p+1) \pmod{p^2}$$

$$1001 - a^2 - a \equiv p^2$$

$$p \leq 0 \pmod{p^2}$$

$$a(a+1) \equiv 1001 - p^2$$

$$p = 3$$

$$1000 - a^2 - a \not\equiv 0 \pmod{p^2} \quad a(a+1) < 1000 \rightarrow a \leq 31$$

$$p \leq 31$$

$$1 - a(a+1) \not\equiv 0 \pmod{p^2} \quad a^2 + a + (1001 - p^2) = 0$$

$$D = 1 + 4(1001 - p^2) = k^2 \quad \begin{cases} a-c \equiv -p^2 \\ b-c \equiv -1 \end{cases}$$

$$4005 = 4p^2 + k^2$$

$$b-a=8 \quad c = -p^2 - 1$$

$$b-a=8$$

$$b=a+8$$

$$a < b-8$$

$$\begin{cases} a < 31 \\ b = 29 \\ c = 50 \end{cases}$$

$$a = -30$$

$$b = -22$$

$$(b-8)^2 + b = 1000$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$b-a = (p^2 - 1)$$

$$b^2 + 64 - 14b = 1000 \Leftrightarrow$$

$$b = \frac{14 \pm \sqrt{289 + 4 \cdot 936}}{2}$$

$$\frac{14-61}{2} = -22$$

$$a = -30$$

$$\begin{cases} a < 31 \\ b = 31 \\ c = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} a < 31 \\ b = 31 \\ c = 40 \end{cases} \quad a =$$

$$\begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -25 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -25 \end{cases}$$

$$a^2 + a + 8 = 1000$$

$$a^2 - a + 992 = 0$$

$$\begin{matrix} 31 \\ -32 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$72 +$$

$$2 \cdot 4 - 3 + 72 = 95 + 10$$

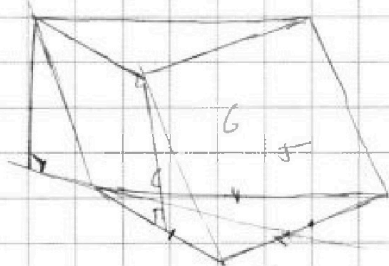
$$-6$$

$$\cos \frac{4\pi}{3}$$

$$H = \frac{a^2 \sqrt{5}}{4}$$

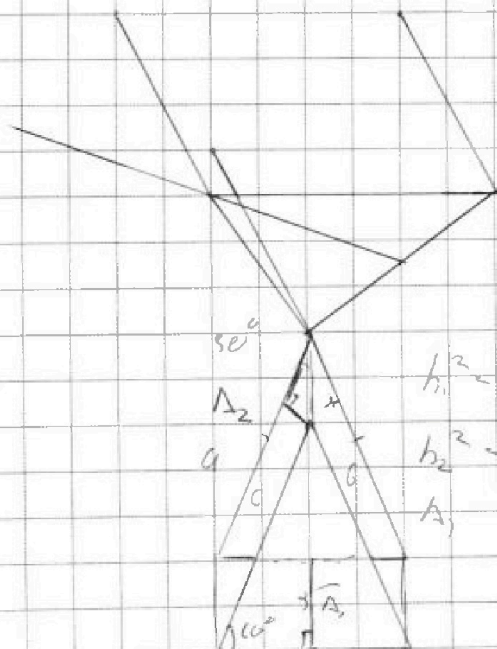
$$\frac{16}{\sqrt{5}} = a^2$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{5}}$$



$$2 \cdot 3 + 18 \rightarrow 3 + 10$$

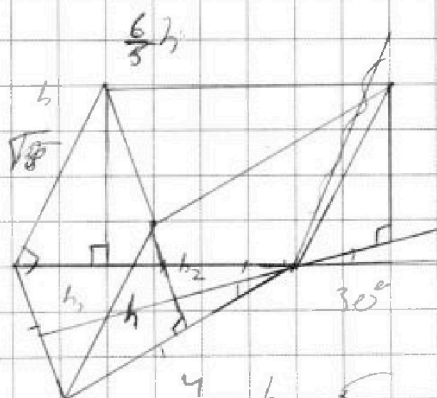
$$- \left(-\frac{1}{2} \right)$$



$$h_1^2 = h^2 + A_1^2$$

$$h_2^2 = h^2 + A_2^2$$

$$A_2 = \frac{A_1}{2}$$



$$\frac{4}{\sqrt{5}} \cdot h = 5$$

$$h = \frac{5\sqrt{5}}{4}$$

$$h_2 = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$9 \cdot 16 = 90 + 54$$

$$= 144$$

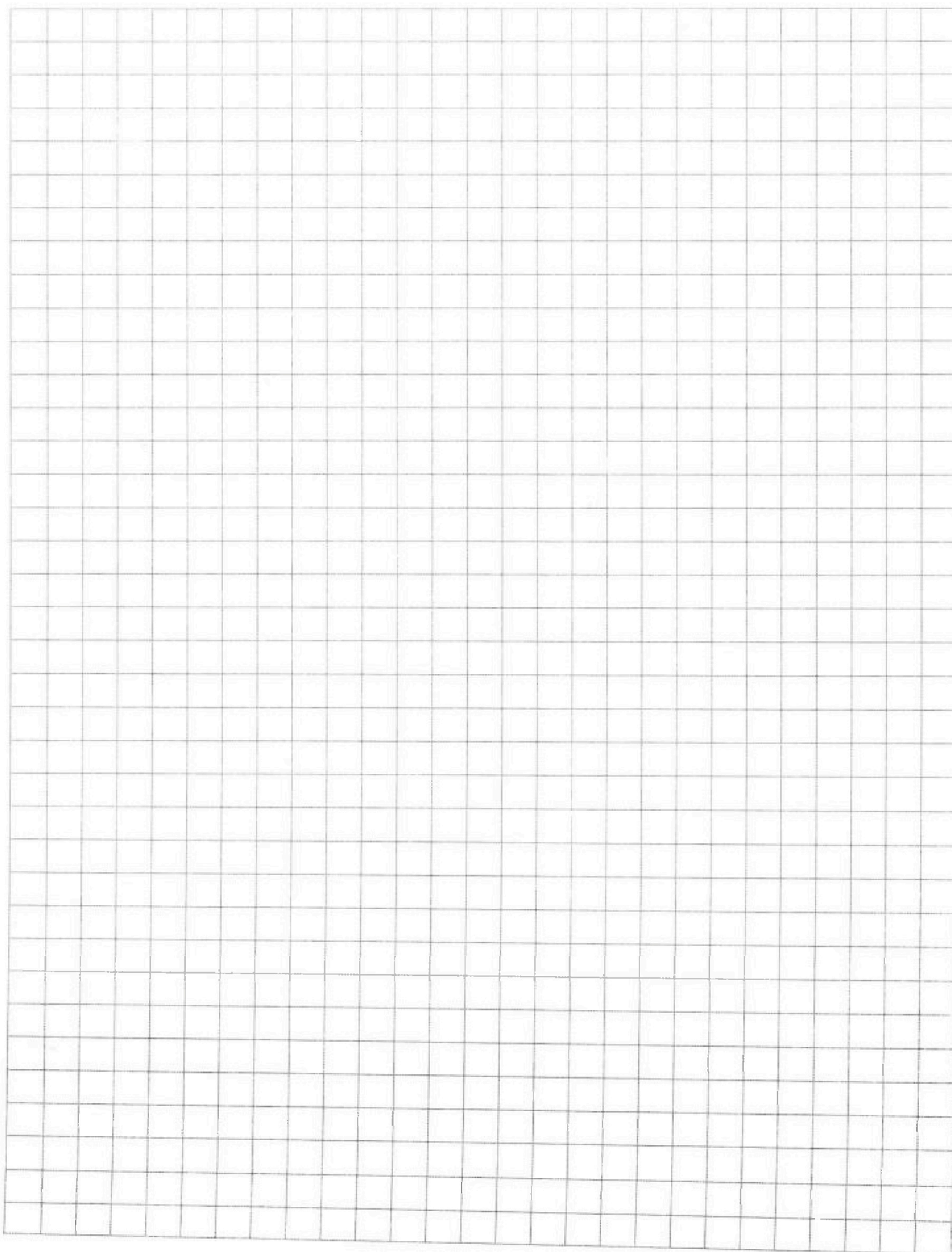


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 7 = 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

2 7 $18-5x-x^2$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

2 7 $18-5x-x^2$

$$2 - 7 + 7 = 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

2 7 $18-5x-x^2$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

2 7 $18-5x-x^2$

$$2 = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} \quad |^2 \quad 9 - 2\sqrt{18-5x-x^2}$$

$$9 - 2^2 = 2 \cdot 4$$

$$2^2 = 2 - 2 = 0$$

$$\sqrt{2} = 1$$
$$2 = -2$$

$$\sqrt{x+6} = 5$$

$$x = -13$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 1 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = -2 \end{cases}$$

$$x+6 = 5-x$$

$$9 - 2^2 = 8$$

$$9 - 2^2 = 5$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$18 - 5x - x^2 + 18$$

$$2x^2 + 5x - 2 < 0$$

$$x = 4$$

$$x$$

$$18 - 5x - x^2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$4 = 9 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$\frac{25}{4}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} = x^2 - 5x + 18$$

$$x^2 + 5x + 18 + \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$-18 + 6,25$$

$$-12,75$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$11 \frac{5}{4} - 4 = 44 + 5 = 49 = 9$$

$$= 56$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p/4 \cos^3 x - 5 \cos x + 6/2 \cos^3 x - 1 + 5(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 6/2 \cos^3 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^3 x + 5 \cos x + 1 = 0$$

$$\frac{(p+1)^3 + 1}{\cos x} - \cos^3 x$$

$$p \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$p \cos^3 x$$

$$(p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$\sqrt{p-1}t = t+1$$

$$t \left(\sqrt{p-1} - 1 \right) = 1$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{p-1} - 1}$$

$$\text{сбл. 1}$$

$$500 - 600$$

$$500 - 120$$

$$2 \cdot C_4 = C_2$$

$$-p + 6 - 3p - 12 + 10 = 0$$

$$\rightarrow p = -4$$

$$p = -4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x - 12 \cos^2 x + 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0, \quad t \in [-1; 1]$$

$$3pt^2 + 6t + 3 = 0$$

~~реш~~ $\exists$ реш. при $p \leq 1$

~~КАКА~~

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$pt^3 + 2t + 1 = 0$$

$$(p+1)^3 = 0$$

$$(t+1)^2 + (p-1)t^2 = 0$$

$$(p+1)^3 = 0$$

$$(t+1)^2 = (1-p)t^2$$

$$= pt^3 + 1 + 3\sqrt{p}t^2 + 3\sqrt{p}t$$

$$t+1 = \pm \sqrt{1-p}$$

$$pt^3 + 1 + 3t^2 + 3t$$

$$t+1 = -\pm \sqrt{1-p}$$

$$3t^2(1-\sqrt{p}) + 3t(1-\sqrt{p})$$

$$t = \frac{-1}{1-\sqrt{p}}$$

$$(1-\sqrt{p})(1+\sqrt{p})$$

$$(1+\sqrt{p})^3$$

$$3t(1-\sqrt{p}) + t(1+\sqrt{p}) + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+54)(3x+2)} = b_1 q^*$$

$$2-x = b_1 q^n$$

$$\sqrt{\frac{25x+54}{(3x+2)^3}} = b_1 q^{14}$$

$$\frac{1}{(3x+2)^2} = q^6$$

$$x \quad \begin{matrix} 2-x > 0 \\ x < 2 \end{matrix}$$

$$\frac{25x+54}{3x+2} = (2-x)^2 \cdot q^6 \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}}$$

$$\frac{25x+54 - (2-x)^2}{\sqrt{(3x+2)^4}}$$

$$\frac{9 \leq 51}{p \leq 8}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

или

$$b+1-a=p^2$$

$$p^2$$

$$1000-a^2+1-a=p^2$$

$$1001-a(a+1)=p^2$$

$$a(a+1) \sim 1001-p^2$$

$$1001 \sim 11 \cdot 91 \sim 11 \cdot 13 \cdot 7$$

$$\begin{matrix} 990 \\ 11 \end{matrix}$$

$$11 \cdot 2^4 \cdot 5$$

$$20 \cdot 44$$

$$10 \quad 11$$

$$26^2 + 26 = 400 + 56 + 26$$

$$625 \rightarrow 25 \rightarrow 240$$

$$650$$

$$992$$

$$28^2 + 28$$

$$300 + 120 + 4 + 28$$

$$1450 + 32$$

$$812$$

$$840$$

$$850$$

$$941$$

$$9982$$

$$3 \cdot 9 \cdot 29^2 = 1001^2 - 9001 - 10$$

$$525$$

$$74931 = 9461 = 841$$

$$11121$$

$$15169$$

$$14289$$

$$441$$

$$219561$$

$$25 = 400 + 9 + 20 = 529$$

$$21 \cdot 22$$

$$1001 - p^2 = (992)$$

$$978$$

$$952$$

$$880$$

$$802$$

$$712$$

$$640$$

$$64 \cdot 10$$

$$52 \cdot 20$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+54)/(5x+2)} = h, q^3$$

$$2-x = h, q^3 > 0 \quad x < 2 \quad x \in (-\infty; \frac{2}{5}) \cup (\frac{54}{25}; 2)$$

$$\sqrt{\frac{25x+54}{(5x+2)^3}} = h, q^4$$

$$q^8 = \frac{1}{(5x+2)^2}$$

$$h, q^3 = \sqrt{\frac{25x+54}{5x+2}}$$

$$h, q^3 = \sqrt{25x+54}$$

$$h, q^3 =$$

$$q^4 = \frac{1}{5x+2} \quad (2-x)^2 = \frac{25x+54}{5x+2}$$

$$4+x^2-4x-25x-54$$

$$x^2-29x-50=0$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$q = 4q$$

$$g = \frac{a^2 \sqrt{5}}{4} < 4$$

$$a^2 \sqrt{5} < 16$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x-2x} + 7 = 2\sqrt{y-5x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| < \sqrt{400-x^2} \end{cases}$$

$$y \geq 18$$

$$34 - 34$$

$$y - 55 \geq 20$$

$$2 < 0$$

$$y = 18$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 7$$

$$y+2+56-2y$$

$$38-y \sqrt{24y} < 18$$

$$18y$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 7 = 2\sqrt{18-x^2-5x}$$

$$y^2 + 2y + 36$$

$$(6-x)(2x+5)$$