



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

1. Если нам задана геом. прогрессия, то пусть b - первый член прогрессии, разность q . Тогда $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = b \cdot q^3$,
 $x+4 = b \cdot q^3$, $\sqrt{(15x+6)(x-3)^3} = b \cdot q^{11}$. Заметим, что $\frac{b \cdot q^{11}}{b \cdot q^3} = q^8$, т.е.

$$\sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{15x+6}} = (x-3)^2 = q^8. \text{ Вспомогательное, что } x \neq 3;$$

$x \neq 4$, $x \neq 12$, так $q \neq 0$, $q \neq \pm 1$. Если $(x-3)^2 = q^8$, то $\sqrt{|x-3|} = q^2$.

2. $b \cdot q^3 \cdot q^6 = b \cdot q^9$, т.е. $b \cdot q^3 \cdot (q^3)^3 = b \cdot q^9$, т.е.:

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot \sqrt{(x-3)^3} = x+4$$

$$\sqrt{\frac{(15x+6) \cdot (x-3)^3}{(x-3)^3}} = x+4$$

1. Если $x > 3$:

$$\sqrt{15x+6} = x+4$$

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \text{ (верно при } x > 3) \\ 15x+6 = (x+4)^2 \end{cases}$$

$$15x+6 = (x+4)^2$$

$$15x+6 = x^2+8x+16$$

$$x^2-7x+10=0$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + p$$

1. Пусть $\cos x = t$, $|t| \leq 1$, Тогда:

$$4t^3 + 3t = 6t^2 - 3 + p$$

$$4t^3 + 3t - 6t^2 + 3 = p$$

Рассмотрим Будем решать задачу в осях t, p :

2. Рассмотрим функцию $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$.

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3$$

Найдём промежутки монотонности:

$$12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$\Delta = 36 - 36 = 0$$

$$(2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$f'(t) = (2\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2 \geq 0$$

Значит функция монотонно возрастающая, т.к. $f'(t) \geq 0$.

3. Построим схематично график при $|t| \leq 1$. $f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$; $f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$. Тогда график выглядит так:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

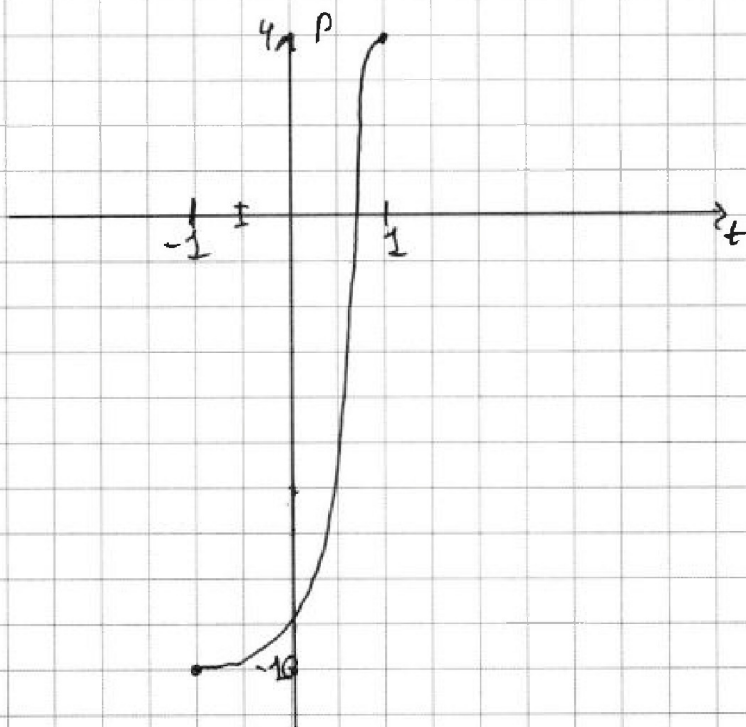
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Состояла задача, что $4t^3 - 6t^2 + 3t - 3 = p$ имеет решения, при $p \in [-10; 4]$.

4. Знает ур-е $4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$ имеет хотя бы

одно решение при $p \in [-10; 4]$

При $p = -10$, $\cos x = -1$; $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $p = 4$; $\cos x = 1$, $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ. $[-10; 4]$. При $p = -10$, $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; при $p = 4$, $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

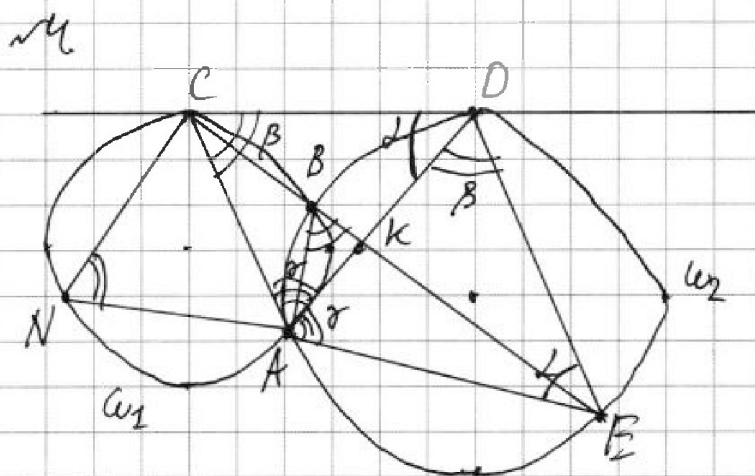


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$\frac{CK}{KE} = \frac{9}{25}$$

Найти:

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Решение:

- Пусть точка N опирается на дугу CA . Тогда $\angle CNA = \angle DCA = \beta$
т.к. $\angle DCA = \frac{1}{2} \overset{\sim}{CA}$ как угол между касательной и хордой.
- Четырёхугольник $NCBA$ вписанный $\Rightarrow \angle CBA = 180^\circ - \angle CNA = 180^\circ - \beta$
- $\angle CBA + \angle EBA = 180^\circ$ по св-ву смежных $\Rightarrow \angle EBA = 180^\circ - 180^\circ + \beta = \beta$.
- $\angle ADE = \angle ABE = \beta$ т.к. $\overset{\text{вписанный}}{\angle}$ опираются на дугу AE .
- $\angle CDA = \angle DAE = \gamma$, т.к. $\angle CDA = \frac{1}{2} \overset{\sim}{AD}$ как угол между касательной и хордой.
- $\triangle CDA \sim \triangle DEA$ по двум углам ($\angle CDA = \angle DAE$; $\angle DCA = \angle ADE = \beta$)
 $\Downarrow$
(*) $\frac{CA}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE}$; $\angle CAD = \angle DAE = \gamma$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. В $\triangle CAE$, AK — биссектриса значит по св-ву биссектрисы

$$\frac{CK}{KE} = \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}$$

Пусть $CA = 9y, AE = 25y$

8. Из $\triangle CA \cdot AE = AD^2 \Rightarrow AD = 15y$

Получим из $\triangle \quad \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{15y}{25y} = \frac{3}{5}$

т.е. $\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$ — Получим $DE : CD = 5 : 3$

Ответ. 5:3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

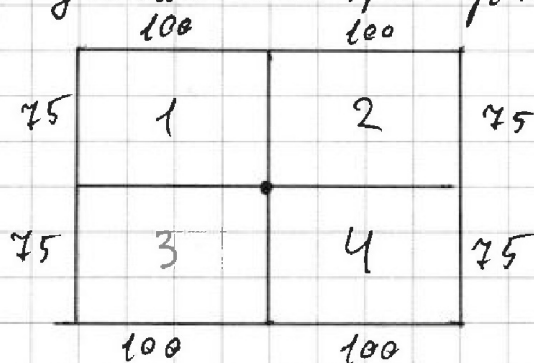
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

1. Разобьём наш прямоугольник на 4 части по линиям



Разобьём их диагоналями.

Согласно условию задачи разобьём наш подсчёт на следующие случаи (II будет означать симметрию)

I. 1||4, 3 и 2 пустуют; аналогично 2||3, 1-4 пустуют.

II. 1||2||3||4.

III. (1+3)|| (2+4)

IV. (1+2)|| (3+4)

Заметим, что пересечение случаев 3 и 4 есть случай 2, тогда чтобы не было повторений надо считать: II+IV-II

2. Рассмотрим каждый случай отдельно:

I. 1||4, 3 и 2 пустуют. В нём надо расположить какие-то образы 4 закрашенных клетки, остальные не будут симметричны.

Тогда кол-во случаев 2. C_{4500}^4 , т.к. $75 \cdot 75 \cdot 100$ клеток



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II ^{8:4=} ^{возьмай из четвертей} Выбрать ² 2 клетки, остальные пойдут симметрично (всего 8)

т.е. C_{4500}^2 , т.к. 400-75 клеток

III ^{8:2=} ^{одна} ^{Результат (244)} Выбрать ⁴ 4 клетки в ^{одна} из половин, остальные симметрично, это C_{15000}^4 , т.к. 15000 клеток

IV ⁴ Аналогично 3 условию, но из половин (143) или (3 и 4).

т.е. C_{4500}^4 , т.к. 75-200 клеток.

3. Итого получаем $2 \cdot C_{4500}^2 + 2 \cdot C_{15000}^4 - C_{4500}^2$

Ответ: $2 \cdot C_{4500}^4 + 2 \cdot C_{15000}^4 - C_{4500}^2$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6

1. Известно, что $a > b$, $a - b \nmid 3$, $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - некоторое простое число, $a + b^2 = 820$.

Если $(a-c)(b-c) = p^2$, то возможны следующие варианты:

1. $a-c=p$; $b-c=p \Rightarrow a=b$, что противоречит условию

2. $a-c=-p$; $b-c=-p \Rightarrow a=b$, что противоречит условию

3. $a-c=1$; $b-c=p$, тогда если $a > b$, то $1 > p$, но $p \geq 2$, значит этот случай не подходит

4. $a-c=-1$; $b-c=-p$, $\Rightarrow p > 1$, значит подходит

5. $a-c=p$; $b-c=1$, подходит

6. $a-c=-p$; $b-c=-1$, $\Rightarrow p < 1$, не подходит.

2. Этого 2 случая: ① $a-c=p$; $b-c=1$; ② $a-c=-1$; $b-c=-p$

Рассмотрим их подробнее.

① $a-c=p$; $b-c=1 \Rightarrow a=p+c$, $b=1+c$. $a-b \nmid 3$, т.е.

$p-1 \nmid 3$, т.е. либо $p \equiv 2 \pmod{3}$ (значит, что $p \nmid 3$) или $p \equiv 2 \pmod{3}$. Так как

$p \geq 2$, то $p \equiv 2 \pmod{3}$, только если $p=2$, либо $p \equiv 2 \pmod{3}$.

Тогда $a+b^2=820$, т.е. $p+c+c^2+2c+1=820$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p + c^2 + 3c = 819$$

Рассмотрим левую и правую часть по модулю 3:

$$p + c^2 + 0 \equiv 0$$

Если $c^2 \equiv 0$ или $c^2 \equiv 1$,
то $p \equiv 0$; $p \equiv 2$.

Посмотрим какие остатки может давать c^2 при делении на 3:

c	3	c^2
0		0
1		1
2		1
3		0

т.е. либо 0, либо 1

1. $p \equiv 0$, т.е. $p = 3$, тогда:

$$3 + c^2 + 3c = 819$$

$$c^2 + 3c - 816 = 0$$

$$D = 9 + 816 \cdot 4 = 3273, \text{ так как } 3273 \text{ не является квадратом}$$

$$= 3 \cdot (1 + 272 \cdot 4). \text{ Так как } 272 \cdot 4 \text{ не является квадратом, то } 1 + 272 \cdot 4 \text{ не является квадратом.}$$

квадратом не является, значит $c \notin \mathbb{Z}$, что противоречит условию

2. $p \equiv 2$:

$$p + c^2 + 3c = 819$$

$$c^2 + 3c + p - 819 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot (p - 819) = 9 + 819 \cdot 4 - 4 \cdot p. \text{ Рассмотрим по модулю 3:}$$

$$0 + 0 - 4 \cdot p \equiv$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 819 \cdot 4 - 4 \cdot p}}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x &= \\ = +2\sin^2 x (1 - 2\sin^2 x) \cdot \cos x - \end{aligned}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$- 2 \cos x \sin x =$$

$$= \cos x$$

$$\begin{aligned} \cos x - 4 \cos x \sin^2 x &= \\ = \cos x (1 - 4 \sin^2 x) \\ 4 \cos^3 x - 3 \cos x &= \end{aligned}$$

$$= \cos x (4 \cos^2 x - 1) =$$

$$= \cos x (2 \cos^2 x + \cos^2 x)$$

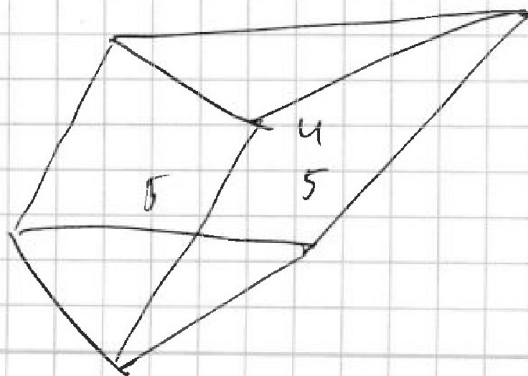
$$\cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x \sin^2 x =$$

$$= \cos x$$

$$2 \cdot x = 5$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cos x - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4t^3 + 3t = 6t^2 - 3 + p$$

$$\cos x \cdot (4 \cos^2 x - 3) =$$

~~cos~~

$$= \cos x (1 - 4 \sin^2 x)$$

$$\cos x (1 - 4 \sin^2 x) = \cos x (1 - 4 \sin^2 x)$$

$$\cos^2 x - 4 \sin^2 x = 1 - 4 \sin^2 x$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 3 =$$

$$= \frac{4 - 12 + 12 + 3}{8} = \frac{7}{8}$$

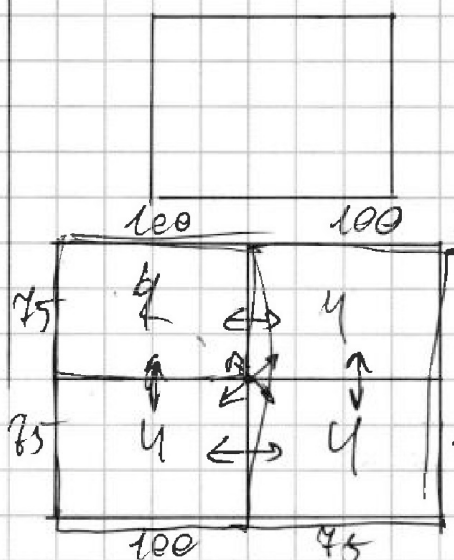


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$100 - 75 = 25$$

$$2 \cdot 100 \cdot 75 \cdot (100 - 75 - 1) \cdot (100 - 75 - 2)$$

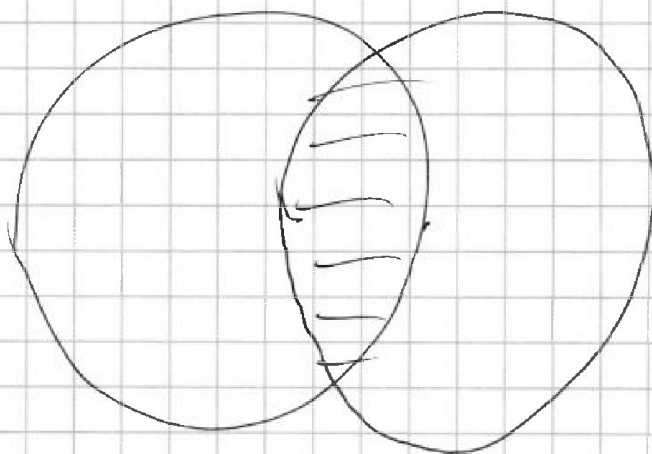
$$(100 - 75 - 3) (100 - 75 - 4) =$$

$$= 4 - 4$$

$$100 - 75 = 25$$

$$100 \cdot 150 \cdot 100$$

$$75 \cdot 200 = 15000$$



$$2 \cos^2 x - 1 \cos x - 8 \cdot (2 \cos^2 x - 1) = 0$$

$$(2 \cos^2 x - 1) (\cos x - 6) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $x = -1$

$$q^2 = 2$$

$$b \cdot q^3 = \sqrt{\frac{6-15}{-4^3}} = \sqrt{\frac{-9}{-4^3}} = \sqrt{\frac{3^2}{(2^3)^2}} = \frac{3}{8}$$

$$b \cdot q^9 = 3$$

$$b \cdot q^{11} = \sqrt{(-9) \cdot (-2^3)^2} = 24$$

Получаем $\frac{3}{8} \cdot 2^8 = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 6$, ~~а должно быть равно~~ Подходит.

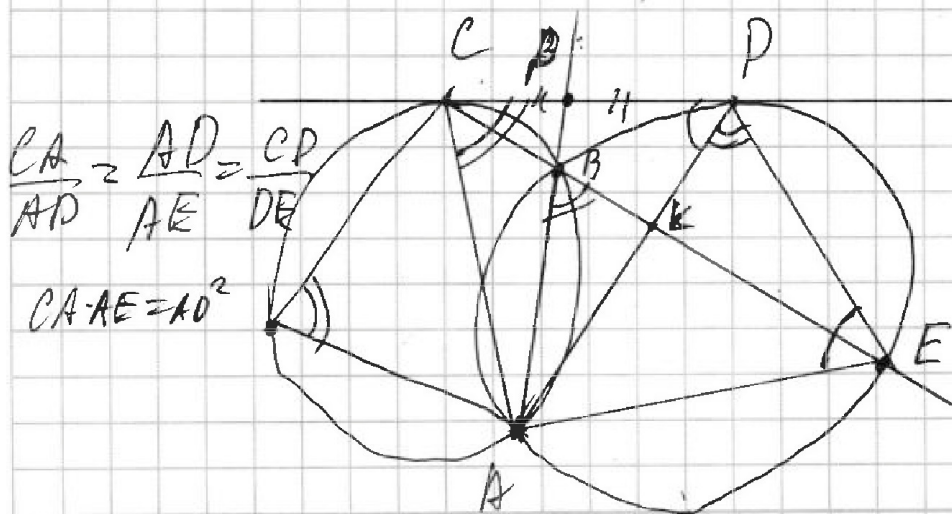
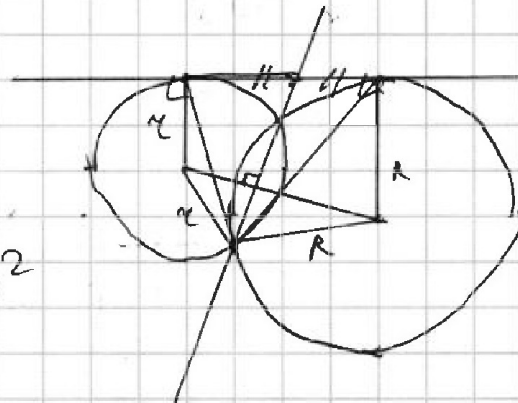
~~$24 \Rightarrow x = \pm$ не подходит.~~

2. $x = 5$

$$q^2 = \sqrt{2}$$

$$b \cdot q^3 = \sqrt{2}$$

CD^2





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{5x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$x \geq -1$$

$$-15 \leq z \leq 4$$

$$2\sqrt{y+z+1-(x^2+1)^2}$$

$$y+z+1 \geq 0$$

$$y \geq -1-z$$

$$35 \geq y \geq 20$$

$$y \geq 14$$

$$9x+25x = (9x+y)$$

$$y-20 + 40-2y = \sqrt{225-z^2}$$

$$50-y = \sqrt{225-z^2}$$

$$20 + 35 - 3y$$

$$3y - 70$$

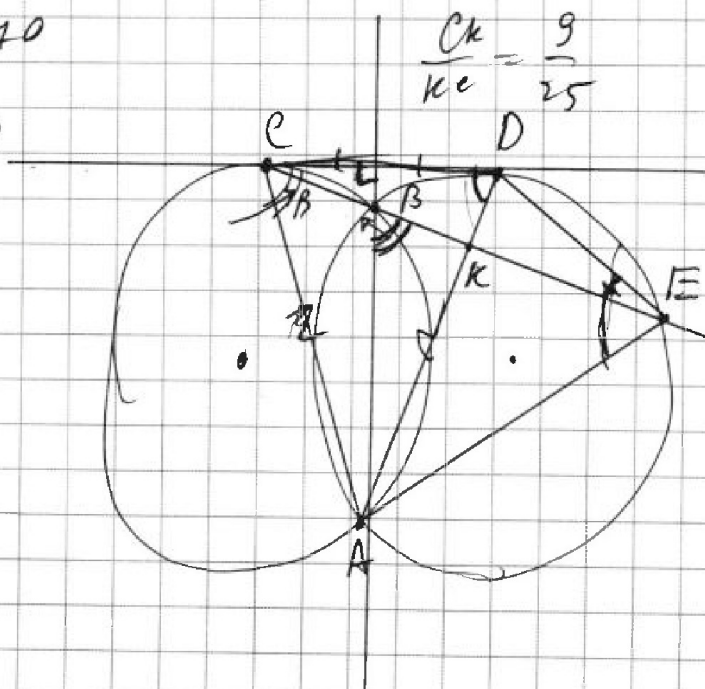
$$y - 50$$

$$9x+25x$$

$$CD^2 =$$

$$\frac{CK}{KC} = \frac{9}{25}$$

$$CD^2 = CB \cdot BE$$



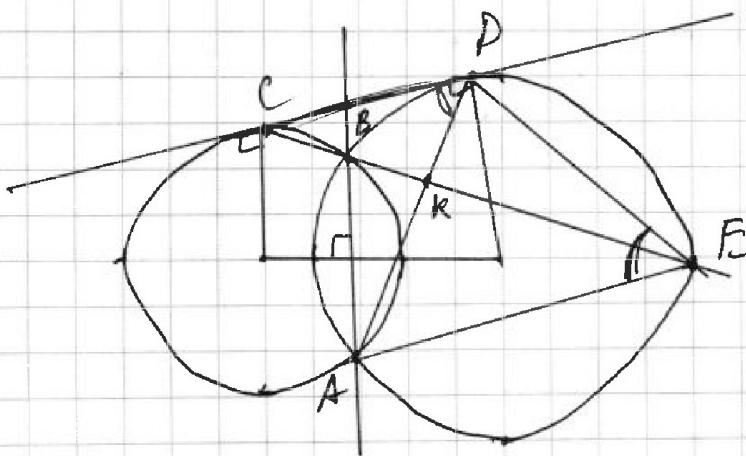
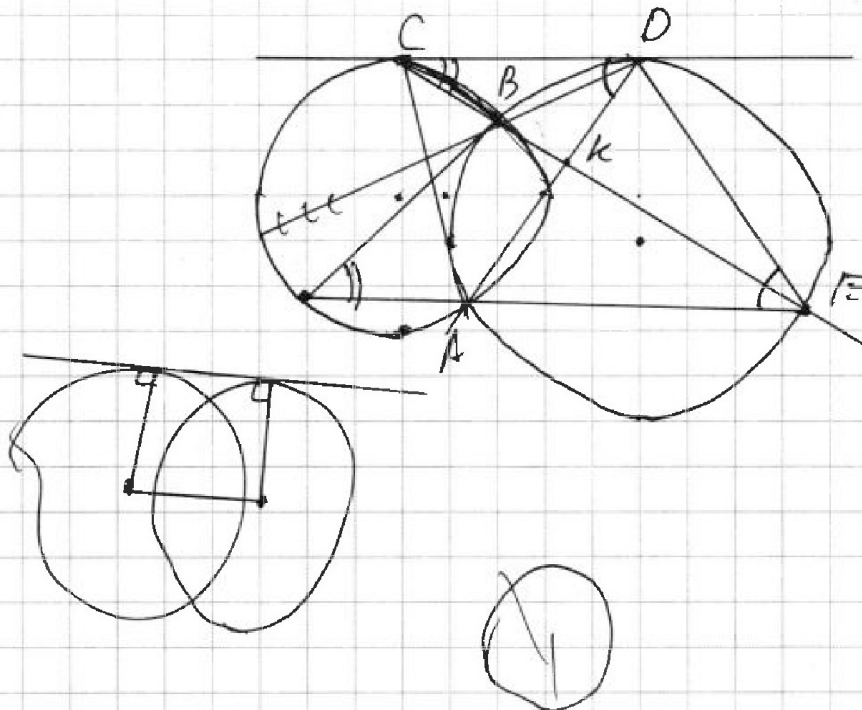


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$B5y = AD$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c)=p^2$$

~~4~~

$$a=820-b^2$$

$$2 \quad 5 \quad (820-b^2-c)(b-c)$$

$$820-b^2-b \cdot 3$$

$$p=73$$

$$0 \quad 0$$

$$1 \quad 1$$

$$2 \quad 4$$

$$3 \quad 0$$

$$4 \quad 4$$

$$5 \quad 4$$

$$6 \quad 0$$

$$7 \quad 4$$

$$8 \quad 1$$

$$819$$

$$(820-b^2-c)(b-c)=p^2$$

$$9-365$$

$$4(9 \cdot 73 \cdot \frac{5}{4} - p)$$

$$9+1819$$

$$4 \cdot 208$$

$$9 \cdot (1+9191) - 4p$$

$$9 \cdot (365 - 4p)$$

$$9 \cdot 73 \cdot 5 - 4p$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1) $a - c = p$; $b - c = 1$. Тогда $p - 1 \div 3$

Известно, что $a = 820 - b^2$, т.е. $820 - b^2 - c = p \Rightarrow$

$\Rightarrow c = 820 - b^2 - p$; $c = b - 1$, Тогда

$820 - b^2 - p = b - 1$

$819 - (b+1) - p = 0$

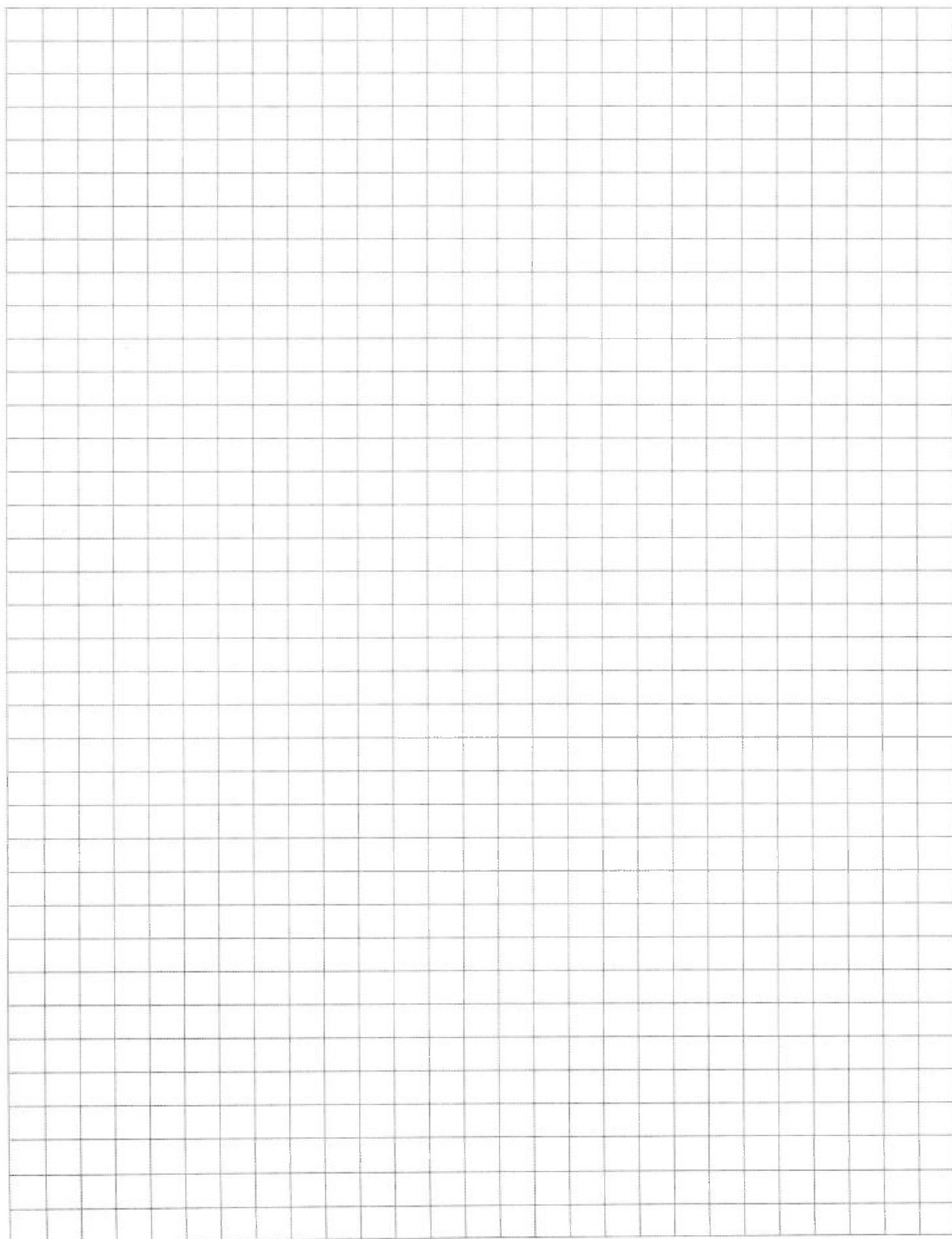


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 - b \cdot q^3 - b$$

$$10 - b \cdot q^9 - b \cdot q^6$$

$$12 - b \cdot q^{11} - b \cdot q^8$$

$$\frac{b q^{11}}{b q^9} = q^2$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + 6$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} =$$

$$\sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{15x+6}} = q^2$$

$$\sqrt{(x-3)^4} = q^2$$

$$(x-3)^2 = q^2$$

$$(x+4) \cdot (x-3)^3 = \sqrt{15x+6}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (x-3)^6 = x+4$$

$$(x-3)^2 = 1$$

$$x-3=1 \Rightarrow x=4$$

$$x-3=-1$$

$$x=2$$

$$\begin{array}{r} 816 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 816 \\ 6 \\ 21 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 272 \\ 4 \\ 1088 \end{array}$$

$$1089$$

$$\begin{array}{r} 1089 \\ 9 \\ 18 \end{array} \begin{array}{l} 9 \\ 363 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1089 \\ 9 \\ 18 \end{array} \begin{array}{l} 9 \\ 121 \end{array}$$

$$(x+1)(x+22)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} = 2\sqrt{y+z-(x+1)^2+1} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

$$(y-20)^2 + (2y-70)^2 + 2|y-20||2y-70| = 225-z^2$$

$$y^2 - 40y + 400 + 4y^2 - 280y + 490 = 225 - z^2$$

$$OD3: x \geq -7; -15 \leq z \leq 15$$

$$\sqrt{5-x-3z} \geq 0$$

$$5 \geq x+3z$$

$$z \leq 4$$

$$q+c+c^2+2c+1=820$$

$$q+c^2+3c=819$$

$$c^2:3$$

$$1+c > q+c$$

$$1 > q$$

$$a > b$$

$$a-b:3$$

$$(a-c)(b-c) = q^2$$

$$a+b^2=820$$

$$q^2:3$$

$$q=3$$

$$a-c=1$$

$$b-c=q$$

$$a=b$$

$$a-c=1$$

$$b-c=q$$

$$a=1+c$$

$$b=q+c$$

$$1+c-q-c:3$$

$$a=q+c$$

$$b=4c:3$$

$$1-q:3$$

$$q=3$$

$$q=2$$

$$1+c+q^2+c^2+2qc=820$$