



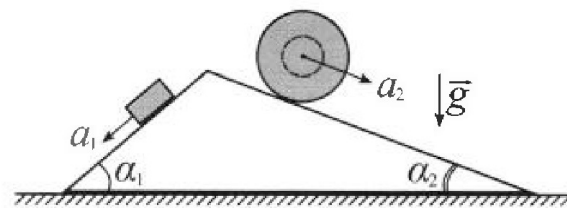
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 7g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $5m$ с ускорением $a_2 = 8g/25$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

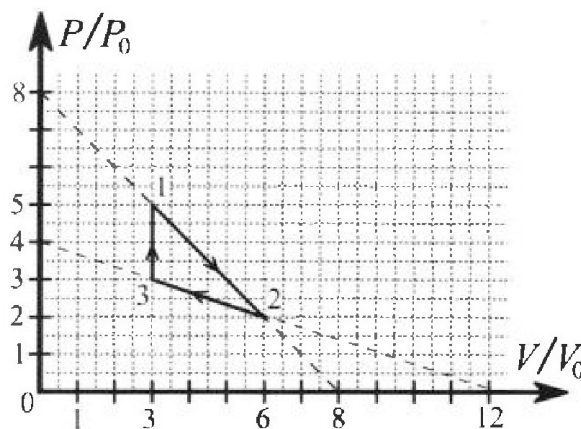


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

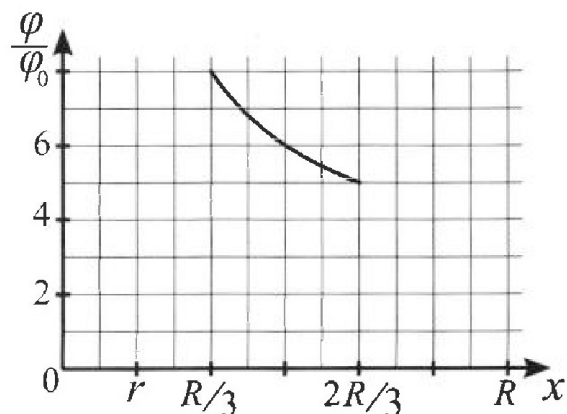
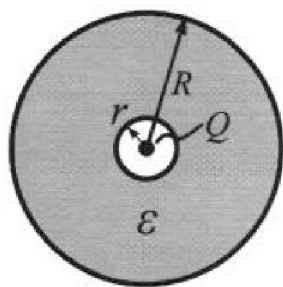
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 3R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





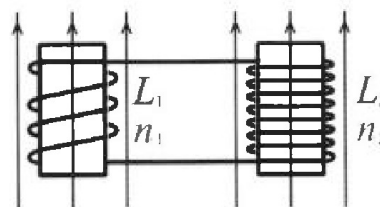
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

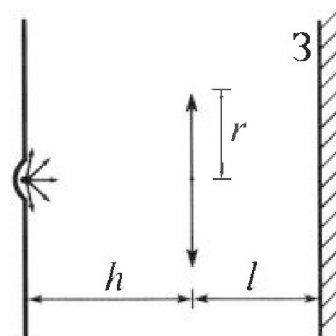


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $2B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $B_0/3$ до $B_0/12$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 2$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в см^2 в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Второй закон Ньютона для груза:

x: $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1$

y: $0 = N_1 - mg \cos \alpha_1 \Rightarrow N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$

$F_1 = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{17} \right) = \frac{16}{85} mg$

Второй закон Ньютона для шара:

x: $5ma_2 = 5mg \sin \alpha_2 - F_2$ (глубокие без проскальзывания)

y: $0 = N_2 - 5mg \cos \alpha_2 \Rightarrow N_2 = 5mg \cos \alpha_2 = \frac{25}{17} mg$

$F_2 = 5mg \sin \alpha_2 - 5ma_2 = 5mg \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{25} \right) = 40mg \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{25} \right) = \frac{64}{85} mg$

По третьему закону Ньютона силы трения F_1 и F_2 действуют на клин в противоположных направлениях, в проекции на ось x' :

x: $0 = F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 - F_3$

$F_3 = F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1 = \frac{64}{85} \cdot \frac{4}{5} mg + \frac{16}{85} \cdot \frac{15}{17} mg = \frac{64}{85} mg \left(\frac{15}{17} - \frac{1}{5} \right) = \frac{64}{85} \cdot \frac{58}{85} mg$

как и силы реакции N_1 и N_2 . В проекции на ось x' :

x: $0 = F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 - F_3$

$F_3 = F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 = \frac{64}{85} \cdot \frac{15}{17} mg + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} mg - \frac{16}{85} \cdot \frac{4}{5} mg - \frac{25}{17} \cdot \frac{8}{17} mg = \left(\frac{64 \cdot 3}{17 \cdot 85} - \frac{16 \cdot 4}{85 \cdot 5} - \frac{25 \cdot 8}{17 \cdot 17} \right) mg + \frac{12}{25} mg - \frac{64}{17 \cdot 25} mg = \frac{40}{17} mg + \frac{28}{85} mg = \frac{4}{17} mg \left(\frac{12}{5} - \frac{32}{17} \right) = \frac{4}{17} \cdot \frac{41}{85} mg = -\frac{24}{17} mg + \frac{28}{85} mg = \frac{4}{17} mg \left(\frac{12}{5} - \frac{6}{17} \right) = \frac{4}{17} \cdot \frac{23}{5} mg = -\frac{92}{85} mg$

$F_3 < 0$ - значит направление силы противоположное, а $|F_3| = F_3 = \frac{92}{85} mg$

Ответ: $F_1 = \frac{16}{85} mg$; $F_2 = \frac{64}{85} mg$; $F_3 = \frac{92}{85} mg$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2

Работа газа за цикл - мощность цикла:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 3V_0 \cdot 2p_0 = 3p_0V_0$$

Для процесса 3-1, $V = \text{const} \Rightarrow$ 3-1- изохорный, уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p_0 \cdot 3V_0 = \nu RT_1 - \text{в т. 1} \Rightarrow 2p_0 \cdot 3V_0 = \nu R(T_1 - T_3), \text{ } \nu - \text{кол-во газа}$$

$$3p_0 \cdot 3V_0 = \nu RT_3 - \text{в т. 3} \Rightarrow \Delta E_{31} = \frac{3}{2} \nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2} \cdot 6p_0V_0 = 9p_0V_0 > 0$$

Получаем: $\frac{\Delta E_{31}}{A} = \frac{9}{3} = 3$

Уравнение линейного процесса 1-2:

$$p = 8p_0 - \frac{p_0}{V_0}V = p_0(8 - \frac{V}{V_0})$$

Уравнение идеального газа в некоторой точке процесса:

$$pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{p_0(8 - \frac{V}{V_0})V}{\nu R} = \frac{p_0V_0}{\nu R} (8 - \frac{V}{V_0}) \rightarrow \max$$

$$V^* = -\frac{8V_0}{2} = 4V_0 \Rightarrow T_{\max} = \frac{p_0V_0}{\nu R} \cdot 16V_0^2$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{16p_0V_0}{\nu R}$$

В точке 2 температура T_2 :

$$2p_0 \cdot 6V_0 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{12p_0V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

Рассмотрим процесс 1-2:

$$dQ = \frac{3}{2} \nu R dT + p dV + V dp$$

$$T = \frac{p_0}{\nu R V_0} (8V_0V - V^2) \Rightarrow dT = \frac{p_0}{\nu R V_0} (8V_0 dV - 2V dV) = \frac{2p_0 dV}{\nu R V_0} (4V_0 - V)$$

$$p = p_0(8 - \frac{V}{V_0}) \Rightarrow dp = -\frac{p_0 dV}{V_0}$$

$$\Rightarrow dQ = \frac{3}{2} \nu R \cdot \frac{2p_0 dV}{\nu R V_0} (4V_0 - V) + p_0(8 - \frac{V}{V_0}) dV - \frac{p_0 dV}{V_0} V =$$

$$= \frac{3p_0(4V_0 - V)}{V_0} dV + 8p_0 dV - \frac{p_0 V dV}{V_0} - \frac{p_0 V dV}{V_0} = 12p_0 dV - \frac{3p_0 V dV}{V_0} +$$

$$+ 8p_0 dV - \frac{2p_0 V dV}{V_0} = 20p_0 dV - \frac{5p_0 V dV}{V_0}$$

$$dQ = 0: 20p_0 dV = \frac{5p_0 V dV}{V_0} \Rightarrow V = 4V_0 \in [3V_0; 6V_0]$$

$$dQ(3V_0) = 20p_0 dV - \frac{15p_0 V_0 dV}{V_0} = 5p_0 dV > 0$$

Значит, от $3V_0$ до $4V_0$ тепло поступает (в)

Рассмотрим процесс 2-3:

$$p = 4p_0 - \frac{p_0}{3V_0}V = 4p_0(1 - \frac{V}{12V_0}) \Rightarrow T = \frac{4p_0(1 - \frac{V}{12V_0})V}{\nu R} = \frac{4p_0(V_0V - \frac{V^2}{12})}{\nu R}$$

$$dp = -4p_0 \frac{dV}{12V_0} = -\frac{p_0 dV}{3V_0}; dT = \frac{4p_0}{\nu R V_0} (V_0 dV - \frac{V dV}{6}) = \frac{4p_0(V_0 - \frac{V}{6})}{\nu R V_0} dV$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н2

Для процесса 2-3:

$$dQ = \frac{3}{2} 0 R dT + p dV + dQ_V = \frac{3}{2} R \left(4p_0 \left(V_0 - \frac{V}{6} \right) dV + 4p_0 \left(1 - \frac{V}{12V_0} \right) dV \right) + \frac{p_0 V dV}{3V_0} - \frac{p_0 V dV}{3V_0} =$$

$$= \frac{6p_0 V_0 dV}{V_0} - \frac{p_0 V dV}{V_0} + 4p_0 dV - \frac{2p_0 V dV}{3V_0} = 10p_0 dV - \frac{5p_0 V dV}{3V_0}$$

$$dQ = 0 \Rightarrow 10p_0 dV = \frac{5p_0 V dV}{3V_0} \Rightarrow V = 6V_0$$

$$Q(3V_0) = 10p_0 dV - \frac{5p_0 V_0 dV}{3V_0} = 5p_0 dV \neq 0$$

Значит весь процесс 2-3 менее обратимся.

$$Q_H = Q_{31} + Q_{12} = \Delta E_{31} + 0 + \Delta E_{12} + A_{12} = 9p_0 V_0 + \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (4V_0 - 3V_0) = 9p_0 V_0 + \frac{3}{2} (4p_0 \cdot 3V_0 - 5p_0 \cdot 3V_0) + \frac{5p_0 + 4p_0}{2} \cdot V_0 = 9p_0 V_0 + \frac{3}{2} \cdot p_0 V_0 + \frac{9}{2} p_0 V_0 = 9p_0 V_0 + 6p_0 V_0 = 15p_0 V_0$$

Найдем КПД цикла:

$$\eta = \frac{Q_K - Q_X}{Q_K} = \frac{A}{Q_H} = \frac{3p_0 V_0}{15p_0 V_0} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Ответ: 1) 3 2) $\frac{4}{3}$ 3) 20%



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим поле в полостях как суперпозицию двух полей: с проводимостью ϵ и диэлектрик ослабляет поле в шаре в ϵ раз, тогда для потенциала на расстоянии x от точечного заряда:

$$\varphi_x = \varphi_A - \varphi_B + \varphi_x, \text{ A и B - точки у гра-}$$

$$\varphi_x = k \frac{Q}{r} - k \frac{Q}{\epsilon r} + k \frac{Q}{\epsilon x} = kQ \left(\frac{1}{r} (1 - \frac{1}{\epsilon}) + \frac{1}{\epsilon x} \right) =$$

$$= kQ \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon r} + \frac{1}{\epsilon x} \right) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon - 1}{r} + \frac{1}{x} \right) \quad (1)$$

Тогда при $x = \frac{3R}{4}$; $\varphi_x = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon - 1}{r} + \frac{4}{3R} \right)$.

Из масштаба графика по оси x имеем $r = \frac{R}{3}$.

Для точек $x_1 = \frac{R}{3}$ и $x_2 = \frac{2R}{3}$ по графику:

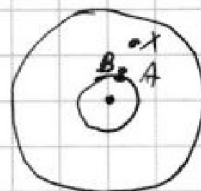
$$\varphi_1 = 8\varphi_0 \Rightarrow \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{8}{5}$$

По формуле (1) для φ_x где $x_1 = \frac{R}{3}$, $x_2 = \frac{2R}{3}$.

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{8}{5} = \frac{\frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon - 1}{r} + \frac{1}{x_1} \right)}{\frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon - 1}{r} + \frac{1}{x_2} \right)} = \frac{\frac{6(\epsilon - 1)}{R} + \frac{3}{R}}{\frac{6(\epsilon - 1)}{R} + \frac{3}{2R}} = \frac{6\epsilon - 6 + 3}{6\epsilon - 6 + 1.5} = \frac{6\epsilon - 3}{6\epsilon - 4.5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 48\epsilon - 36 = 30\epsilon - 15 \Rightarrow 18\epsilon = 21 \Rightarrow \epsilon = \frac{21}{18} = \frac{7}{6}$$

Ответ: 1) $\varphi_x = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{\epsilon - 1}{r} + \frac{4}{3R} \right)$ 2) $\epsilon = \frac{7}{6}$





1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Пользуясь правилом правой руки, определим, что ток будет течь против часовой стрелки, а из закона сохранения заряда он будет одинаковым во всей цепи, а значит и измеряется он в обеих катушках одинаково. Так как катушки далеко, то их магнитные поля не влияют друг на друга.

Из-за того, что по катушкам в какой-то момент течет ток, они также начнут создавать своё магнитное поле, ко направлено с внешним.

Найдём потоки через катушки:

$$\Phi_1 = B_1 n_1 S + \Phi_{i1} = B_1 n_1 S + L I_1 = B_1 n_1 S + L I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi'_1 = -\varepsilon_{i1} = \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{dB_1}{dt} n_1 S + L \frac{dI}{dt} \quad (1)$$

$$\Phi_2 = B_2 n_2 S + \Phi_{i2} = B_2 n_2 S + L_2 I_2 = 3B_2 n_2 S + 9L I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi'_2 = -\varepsilon_{i2} = \frac{d\Phi_2}{dt} = 3 \frac{dB_2}{dt} n_2 S + 9L \frac{dI}{dt} \quad (2)$$

Так как сопротивление проводов и катушек мало, то по закону Ома для замкнутой контура:

$$0 \cdot I = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \Rightarrow \varepsilon_{i1} = -\varepsilon_{i2} \quad (3)$$

* так как по рисунку, если в одной из катушек ток течёт в одну сторону, а в другой - в другую, то в одной из них собственное поле будет направлено против внешнего а в другой - сонаправлено (по правилу правой руки), то выберем направление тока I по часовой стрелке в катушке 1 и запишем необходимые уравнения. Если получится, что $I < 0$, то это значит, что ток течёт в обратном направлении.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из (1), (2), (3): $-\frac{d\Phi_1}{dt} = -(-\frac{d\Phi_2}{dt}) \Rightarrow \frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d\Phi_2}{dt} \quad (4)$

Если второе поле неизменно, а у пер. воо: $\frac{dB_1}{dt} = -a$, то:

$$\frac{dB_1}{dt} nS - L \frac{dI}{dt} = -0 - gL \frac{dI}{dt} \Rightarrow -\frac{dB_1}{dt} - 8L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{dB_1}{8L} > 0$$

Из равенства (4):
 $\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d\Phi_2}{dt} \Rightarrow d\Phi_1 = -d\Phi_2 \Rightarrow \Delta\Phi_1 = -\Delta\Phi_2$

Для $n, 2$ имеем:
 $d\Phi_1 = nS dB_1 - L dI = -3d\Phi_2 = -3nS dB_2 + g dI$

$\Delta\Phi_1 = nS \Delta B_1 - L \Delta I = -3\Delta\Phi_2 = -3nS \Delta B_2 + g \Delta I$

$\Delta I = I - 0$, где I - ток в конце изменений $\Rightarrow$
 $\Delta B_1 = \frac{2}{3}B_0 - B_0 = -\frac{B_0}{3}$
 $\Delta B_2 = \frac{B_0}{12} - \frac{B_0}{3} = -\frac{B_0}{4}$

$$\Rightarrow 8L I = nS(-(-\frac{B_0}{3}) - 3(-\frac{B_0}{4})) = nSB_0(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}) = \frac{13}{12} B_0 nS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{13}{96} \frac{B_0 nS}{L}$$

Ответ: 1) $\frac{dB_1}{8L}$ 2) $\frac{13 B_0 nS}{96 L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Все лучи от лампы P и, не испытывая потерь, между углами SA и SB будут преломляться и попадут на зеркало.

Найдём изображение S' источника S (мне)

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{P} = \frac{1}{2h} \Rightarrow \frac{1}{x_1} = -\frac{1}{2h} \Rightarrow x_1 = -2h$$

Получим мнимое изображение S' на расстоянии $2h$ от линзы. Тогда после преломления все лучи будут "исходить" от S_1 и будут заключены между углами S_1C и S_1D . Будут освещены области вне угла A , ниже M, B и CD . Найдём AB и CD :

$$\text{Из подобия: } \frac{h}{2r} = \frac{2h}{AB} \Rightarrow AB = 4r$$

$$\frac{2h}{2r} = \frac{3h}{CD} \Rightarrow CD = 3r$$

Площадь освещённой части зеркала:

$$S_z = \pi \frac{(AB)^2}{4} - \pi \frac{(CD)^2}{4} = \frac{\pi}{4} (16r^2 - 9r^2) = \frac{7\pi}{4} r^2 = \frac{7\pi}{4} \cdot 2^2 = 7\pi \text{ [см}^2\text{]}$$

Отразим линзу и источник S относительно зеркала, получим изображение S_2 . Лучи, что не преломились, после отражения "исходят" из него. Тогда лучами не между S_2F и S_2E будет освещена вся стена, кроме участка EF .

Рассмотрим преломившиеся лучи. Определим, какие лучи вновь преломятся. Это будут лучи, что попадут из S_1 на отражение линзы ML . Тогда лучи преломлённые лучи не между ML будут исходить из ис -



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

точника S_3 - отражения S_1 в зеркале. Эти лучи будут летать между крайними лучами S_3K и S_3P ; S_3L и S_3G . Лучи будут освещены участки PK и LG .

Найдём изображение S_4 источника S_1 в линзе MM . Для неё он будет действительным:

$$\frac{1}{4h} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f} = \frac{1}{2h} \Rightarrow \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4h} - \frac{1}{2h} = -\frac{1}{4h}$$

S_4 расположено на расстоянии $4h$ от MM , изображение действительное

Повторно преломлённые лучи будут исходить из S_4 , а крайние лучи пройдут через концы исходной линзы и будут заключены между S_4I и S_4J , участок IJ будет освещён.

Таким образом, на стене будут освещены участки IK , JL ; PF , GE . Найдём необходимые длины из подобия:

$$\frac{6h}{2r} = \frac{7h}{IJ} \Rightarrow IJ = \frac{14h}{6h} \cdot r = \frac{7}{3}r \quad \frac{h}{2r} = \frac{4h}{EF} \Rightarrow EF = 8r$$

$$\frac{4h}{2r} = \frac{5h}{KL} \Rightarrow KL = \frac{5}{4} \cdot 2r = \frac{5}{2}r$$

$$\frac{2h}{2r} = \frac{5h}{PG} \Rightarrow PG = \frac{5}{2} \cdot 2r = 5r$$

Найдём площадь освещённой части стены:

$$S_{\text{осв}} = \frac{\pi}{4} EF^2 - \frac{\pi}{4} PG^2 + \frac{\pi}{4} KL^2 - \frac{\pi}{4} IJ^2 = \frac{\pi}{4} (64r^2 - 25r^2 + \frac{25}{4}r^2 - \frac{49}{9}r^2) = \frac{\pi}{4} (\frac{181}{4} - \frac{49}{9}) = \frac{1433}{36} \cdot \frac{\pi r^2}{4} = \frac{1433}{36} \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = \frac{1433}{36} \pi$$

Ответ: 1) 7π 2) $\frac{1433}{36} \pi$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{\otimes} B \propto \mu_0 I \cdot N \Rightarrow B = \mu_0 I \cdot n$$

$$\Phi = LI \Rightarrow L = \mu_0 n^2 S$$

$$BS = LI \Rightarrow \mu_0 n^2 S = LI$$

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha$$

$$\mu_0 n^2 S = LI$$

$$\Phi_1 = B_1 n_1 S$$

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0 \Rightarrow L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = 0$$

$$\Phi_1 = (B_1 + B_2) n_1 S + I_1 L_1$$

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{dB_1}{dt} n_1 S + \frac{dI_1}{dt} L_1 = -\alpha n_1 S + \frac{dI_1}{dt} L_1$$

$$\Phi_2 = B_2 n_2 S + I_2 L_2 \Rightarrow \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{dB_2}{dt} n_2 S + \frac{dI_2}{dt} L_2$$

$$\Phi_1 = (B_1 + B_2) n_1 S \Rightarrow L_1 I_1 = \Phi_1$$

$$\Phi_1 = B_1 n_1 S = L_1 I_1 \Rightarrow \frac{dB_1}{dt} n_1 S = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

$$\Phi_1 = B_1 + B_2 \Rightarrow -\alpha n_1 S = L_1 \frac{dI_1}{dt} \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = -\frac{\alpha n_1 S}{L_1}$$

$$\Phi_{10} = B_{10} n_1 S = L_1 I_{10} \quad \Phi_{20} = B_{20} n_2 S = L_2 I_{20}$$

$$\Phi_1 = \frac{2B_{10}}{3} n_1 S = L_1 I_1$$

$$\Phi = (B_1 + B_2) n_1 S = L_1 I_1; (B_1 + \mu_0 I_1 n_1) n_1 S = L_1 I_1$$

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{dB_1}{dt} n_1 S + L_1 \frac{dI_1}{dt}; \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{dB_2}{dt} n_2 S + L_2 \frac{dI_2}{dt} = \mathcal{E}_2$$

$$\frac{dB_1}{dt} n_1 S + L_1 \frac{dI_1}{dt} = -\frac{dB_2}{dt} n_2 S - L_2 \frac{dI_2}{dt} \Rightarrow -\alpha n_1 S = -10 L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

$$10 L_2 \frac{dI_2}{dt} = \left(-\frac{dB_1}{dt} - \frac{3dB_2}{dt} \right) n_1 S$$

$$10 L_2 \frac{dI_2}{dt} = \left(-\frac{dB_1}{dt} - \frac{3dB_2}{dt} \right) n_1 S \Rightarrow 10 L_2 \Delta I_2 = \left(-\Delta B_1 - \frac{3\Delta B_2}{4} \right) n_1 S$$

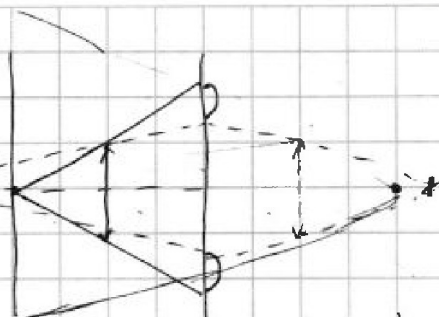
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$$

$$10 L_2 I_2 = \left(\frac{B_{10}}{3} + \frac{3B_{20}}{4} \right) n_1 S =$$

$$\frac{1}{4h} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2h}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4h}$$

$$x = 4h$$



$$\frac{1}{h} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2h} - \frac{1}{h} = \frac{h-2h}{2h^2} = -\frac{1}{2h}$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{2h} \Rightarrow x = -2h$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{2h} \Rightarrow x = -2h$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{2h} \Rightarrow x = -2h$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{2h} \Rightarrow x = -2h$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{2h} \Rightarrow x = -2h$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N_1 = mg \cos \alpha_1$
 $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F$
 $ma_2 = mg \sin \alpha_2 - F_2$
 $F_1 \sin \alpha_1 = F_2 \sin \alpha_2$
 $F_3 = |F_2 \cos \alpha_2 - F_1 \cos \alpha_1|$
 $3-1: v = \text{const} \Rightarrow \text{изохорный}, A = 0$
 $A = \frac{1}{2} \cdot 3V_0 \cdot 2p_0 = 3V_0 p_0$
 $\Delta E = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta p V = \frac{3}{2} \cdot 2p_0 \cdot 3V_0 = 9p_0 V_0 \Rightarrow T = 3$
 $p = 8p_0 - \frac{p_0}{V_0} V = p_0 (8 - \frac{V}{V_0})$
 $pV = \nu RT \Rightarrow p_0 (8 - \frac{V}{V_0}) V = \nu RT$
 $T = \frac{p_0}{\nu R V_0} (8V_0 - V) = \frac{p_0}{\nu R V_0} (8V_0 - 2V) \Rightarrow V = 4V_0$
 $T = \frac{p_0}{\nu R V_0} \cdot 16V_0 = \frac{16p_0 V_0}{\nu R}$
 $\Rightarrow \frac{T_{\text{max}}}{T_2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$
 $dQ = \frac{3}{2} \nu R dT + (\nu p + p) dV + p dV$
 $dQ = 0$
 $E = k \frac{Q}{x^2}; \varphi(r) = k \frac{Q}{r}; \varphi(r+\Delta r) = \varphi(r) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \Delta r$
 $\varphi(x) = \varphi(r) + \varphi'(x-r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} (x-r)$
 $= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\epsilon(x-r)} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\epsilon x - \epsilon r + r}{\epsilon r(x-r)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\epsilon x - r(\epsilon-1)}{\epsilon r(x-r)}$
 $x = \frac{3R}{4}; \varphi(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\epsilon \frac{3R}{4} - r(\epsilon-1)}{\epsilon \frac{3R}{4} (\frac{3R}{4} - r)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\epsilon \frac{3R}{4} - r(\epsilon-1)}{\epsilon \frac{3R}{4} (\frac{3R}{4} - r)}$
 $\varphi(\frac{R}{3}) = 8V_0; \varphi(\frac{2R}{3}) = 5V_0 \Rightarrow \frac{\varphi(\frac{R}{3})}{\varphi(\frac{2R}{3})} = \frac{8}{5} = \frac{(\epsilon \frac{3R}{4} - r(\epsilon-1))(\epsilon \frac{2R}{3} - r(\epsilon-1))}{(\epsilon \frac{2R}{3} - r(\epsilon-1))(\epsilon \frac{R}{3} - r(\epsilon-1))}$
 $\Rightarrow \frac{(\frac{\epsilon}{3} - \frac{\epsilon}{6} + \frac{1}{6})(\frac{2}{3} - \frac{1}{6})}{(\frac{2\epsilon}{3} - \frac{\epsilon}{6} + \frac{1}{6})(\frac{1}{3} - \frac{1}{6})} = \frac{(\frac{\epsilon}{6} + \frac{1}{6}) \cdot \frac{1}{2}}{(\frac{\epsilon}{6} + \frac{1}{6}) \cdot \frac{1}{6}} = \frac{3}{\epsilon+1} = \frac{8}{5} \Rightarrow 8\epsilon + \frac{8}{3} = 5\epsilon + 5$
 $3\epsilon = \frac{2}{3} \Rightarrow \epsilon = \frac{2}{9}$
 $\Delta\varphi = E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{\epsilon x} \right)$
 $\Delta\varphi = \int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \left(-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon x} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{\epsilon x} \right)$