



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{6+5x-y^2} - 1 = \frac{2}{x-5x+y^2} + \sqrt{4x} - \sqrt{65} = 0, \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

$$(6+5x-y^2)^2$$

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ 6 &\geq y \geq 0. \end{aligned}$$

$$(6+5x-y^2)^2$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

$$\begin{aligned} x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} \\ \log \log \log \end{aligned}$$

$$x^4 - 5x^2 + 5x^2 + \sqrt{x} - \sqrt{x} = 0$$

$$\left(\frac{x^2+5}{2}\right)^2 - \left(\frac{y^2+5}{2}\right)^2 - \sqrt{x}\sqrt{y} = 0$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5x + 5y) = \sqrt{y} - \sqrt{x} \end{aligned}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5x + 5y) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5x + 5y) = 1$$

$$p(p^2 - 2t)(p^2 + t)^2 - 2t^2 + 5p^2 - 10t = 1$$

$$\begin{aligned} f(x) & f(y) \\ f(x+y) & f(x-y) \end{aligned}$$

$$x = 5$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1) Пусть d - первый член арифм. прогрессии,
 d - ее разность. Тогда по условию:

$$\begin{cases} d+2d=3x+3 & (1) \\ d+4d=(x^2+2x)^2 & (2) \\ d+8d=3x^2 & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3)-(1): 6d=3x^2-3x-3 \\ (2)-(1): 2d=x^4+4x^3+4x^2-3x-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d=\frac{x^2-x-1}{2} & (*) \\ d=\frac{x^4+4x^3+4x^2-3x-3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-x-1=x^4+4x^3+4x^2-3x-3 \\ \Rightarrow x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^3+3x^2-2)=0.$$

Также (3)-(2): $4d=3x^2-x^4-4x^3-4x^2=-x^4-4x^3-x^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow d=\frac{-x^4-4x^3-x^2}{4} \Rightarrow -x^4-4x^3-x^2=2x^2-2x-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

Теперь пусть b - второй член.

$$\begin{cases} b-3d=3x+3 \\ b+3d=3x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5d=3x^2-3x-3 \\ 2b=3x^2+3x+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=\frac{3x^2-3x-3}{5} \\ b=\frac{3x^2+3x+3}{2} \end{cases}$$

Тогда третий член $(x+1)(x+1)(x^2+2x-2)=0$ $b=4+8=12$

$$(x+1)^2(x-(1+\sqrt{3}))(x-(-1+\sqrt{3}))=0$$

$$x=\frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x=-1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $\begin{cases} x=-1 \\ x=-1+\sqrt{3} \\ x=-1-\sqrt{3} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & a \quad a+d \quad a+2d \quad a+3d \quad a+4d \quad \dots \quad a+8d \\
 & \quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel \\
 & \quad \quad \quad 3(x+3) \quad \quad \quad x^2(x+1)^2 \quad \quad \quad 3x^2 \\
 & \quad \quad \quad 3x+3 \\
 & 6d = 3x^2 - 3x - 9 \\
 & d = \frac{x^2 - x - 3}{2} \\
 & 4d = 3x^2 - (x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) = -x^4 - 4x^3 - x^2 \\
 & d = -\frac{x^4 + 4x^3 + x^2}{4} \\
 & d = \frac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 9}{2} \quad 2d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^2x - 3 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 9 \\
 & 0 = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 6
 \end{aligned}$$

$$0 = (x-1)(x^3 + 5x^2 + 8x + 6)$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \quad x = -3 \quad 26 = 16 + 8 \\
 & 16 - 32 + 12 + 4 = 6
 \end{aligned}$$

$$x^2 + 3x^2 \geq 2 \quad 5 \cdot 9 + 6 = 27 + 17 = 51 \quad 1 + 3 + 2 = 6$$

$$0 = (x-1)(x+3)(x^2 + 2x + 2)$$

12

$$\begin{aligned}
 & x(x+1)^2 = x^3 + 2x^2 + x \\
 & (x-\frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4} = -\frac{3}{2} \\
 & 3 \cdot 4 - 8 - 2 \quad d = \frac{9}{2} \\
 & \quad \quad \quad = \frac{9}{2} \\
 & 6 \quad 9 \quad 3 = \frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 30 \quad 10 = \frac{9}{2} \\
 & 68 + 3 - 3 = 68 \\
 & 81 - 4 \cdot 27 + 9 = -18 \\
 & 81 - 27 + 4 + 4 \cdot 9 + 9 = 81
 \end{aligned}$$

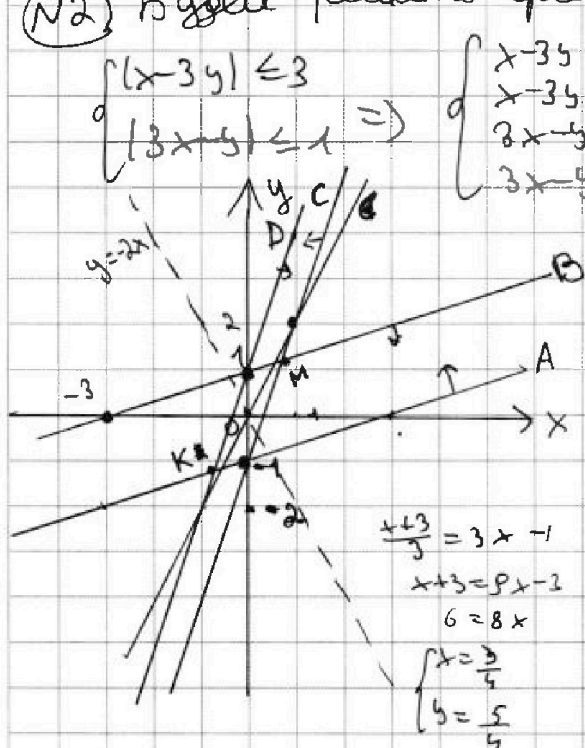


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 Будем решать графически.



Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3) $A = m^2 + 2mh + h^2 - 9m - 9h$
 $B = m^2h + mh^2 - 3mh$

$A = (m+h)(m+h-9)$

$B = mh(m+h-3)$

$\begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 75d^2 \\ A = 75d^2 \\ B = 13p^2 \end{cases}$ $p, d -$
простые

т.к. p, d - простые и $13, 75 - 144$ число, то $A = 13 \cdot 2^2$
и $(m+h)$ и $(m+h-9)$ - разный четности $(9+4) \Rightarrow A = 75 \cdot 2^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ одно из них $\div 2 \Rightarrow A \div 2$

$\Rightarrow \begin{cases} (m+h)(m+h-9) = 52 \text{ (I)} \\ mh(m+h-3) = 75d^2 \\ (m+h)(m+h-9) = 300 \text{ (II)} \\ mh(m+h-3) = 13p^2 \end{cases}$ $t = m+h$

(I) $t^2 - 9t - 52 = 0$
 $t = \frac{9 \pm 17}{2} \Rightarrow t = 13$
т.к. $t > 0$,
т.к. $m, h \in \mathbb{N}$

(II) $t^2 - 9t - 300 = 0$

$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$

$D = \sqrt{3 \cdot 761}$ - не полное число,
натуральное, т.к. t - натуральное

$mh \cdot (13-3) = 75d^2$

$10mh = 75d^2$

$2mh = 15d^2 \Rightarrow$
т.к. d - простое
 $\Rightarrow d = 2$

$mh = 30$

$m+h = 13$

$\begin{cases} m = \frac{30}{h} \\ \frac{30}{h} + h - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{30}{h} \\ h^2 - 13h + 30 = 0 \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{30}{h} \\ h = \frac{13 \pm 7}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 10 \\ m = 3 \\ h = 3 \\ m = 10 \end{cases}$

II. Значит, т.к. выражение
 m и n , то не условия общности.

пусть $m \div 2 \Rightarrow B \div 2 \Rightarrow$

$mh(m+h-3) = 13 \cdot 4$

$mh(m+h-3) = 75 \cdot 4$

Тогда получим, что $(m+h)$ и $(m+h-9)$
разной четности, т.к. $9+4 \Rightarrow A \div 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} p = 2 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 13 \cdot 2^2 \\ A = 75 \cdot 2^2 \end{cases}$ это

Ответ: $(3, 10)$ и $(10, 3)$

Antes: $8\sqrt{24}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (*)$$

(N5)

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{5} = y^4 - \sqrt{x+5}y^2 \quad (2)$$

условия
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$

$$(2): x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} \text{ на промежутке } [0; +\infty)$$

$f(x) \uparrow, \text{ т.е. } \text{мон}$

правила signs 3 $\uparrow$ функции на $[0; +\infty)$ $\left\{ \begin{array}{l} f(x) < f(x+d) \\ f(y) < f(y+d) \end{array} \right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f(x) + f(y) < f(x+d) + f(y+d)$$

$$\text{Тогда } f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$

Подставим в (*)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (*)$$

$$a-b = \sqrt{-x^2+6+5x}$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$5-b = a(2b-1) \Rightarrow a = \frac{5-b}{2b-1}$$

Решение системы (*)

$$x+1 = a^2 = \frac{(5-b)^2}{(2b-1)^2} \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{5-b}{2b-1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7 \\ 2ab = a-b+5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7 \\ (a-b)^2 = 2+b-5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7 \\ t^2 + t - 2 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7 \\ t = a-b \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7 \\ (t+2)(t-1) = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7 \\ a-b = 1 \\ a-b = -2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = b+1 \\ 2b^2 + 2b = 6 \\ a = b-2 \\ 2b^2 - 4b = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = b+1 \\ b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ a = b-2 \\ b = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = b+1 \\ b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ a = b-2 \\ b = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{10}}{2} - 1 \\ b = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\sqrt{13}+1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$x+1 = a^2 = \frac{(4+2\sqrt{13})}{4} \Rightarrow x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

Сначала проверим.
Проверим $0 \leq x \leq 6$

$$\text{Ответ: } \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

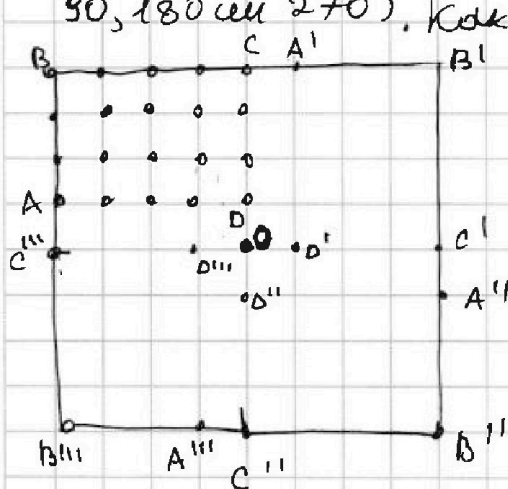
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N6) 1 случай. (Б) (Все углы считаем по часовой) Один из ~~внутренних~~ узлов - центральный.

Всего узлов $8 \cdot 8 = 64$. Значит, 80 способов выбрать второй Б.

Заметим, что все они разбиваются на 20 групп по 4 способа, получаются группы из групп поворотов, (любой при повороте остался квадрат со сторонами вдоль границ клеток нужно поворачивать на 90° углы, то есть $90, 180$ или 270). Как сгруппировать? Разобьем все углы, кроме центрального на 4 прямоугольника 3×4 . (ABCD).



Они поворачиваются групп из групп поворотов. Тогда для любой раскраски Б узлы находятся в одной из них, повернем этот прямоугольник 3 раза, получим суммарно 4 раскраски.

Итого, в 1 случае $\frac{80}{4} = 20$ способов

2 случай. Центральный узел Ч. Пускай X и Y - белые узлы.

2.1 ~~если $\angle XOY \neq 180^\circ$~~ Тогда повернем точки X и Y относительно O если $\angle XOY \neq 180^\circ$ на $90, 180, 270^\circ$ и получим еще 3 раскраски.

Докажем, что эти 4 раскраски различны. Пусть нет. Есть ~~затем, то вершины B_1 и B_2 - одинаковые. Тогда~~ вершина X стоит там же где Y в B_2 и Y там же X в B_1 . (Иначе вершина X повернется на 360 градусов) $\Rightarrow \angle XOY = \angle YOY' = \angle XOY' = 360^\circ \Rightarrow \angle XOY = 180^\circ$

$\Rightarrow$ угол поворота $\angle XOY = \angle XOY' = 180^\circ$, противоречие с предположением.

Тогда если $\angle XOY = 180^\circ$, то повернув этот квадрат мы получим равно одну новую раскраску (2 симметрично). (5B)

X и Y - симметричны относительно O.

Продолжение на след. листе.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

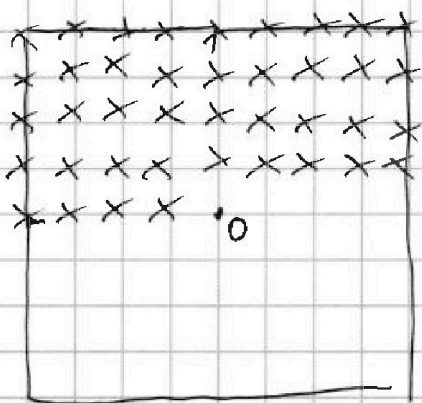
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 Продолжение

Кол-во способов выбрать 2 **5** узла (без 0) равно $C_{80}^2 =$
 $= \frac{80 \cdot 79}{2} = 40 \cdot 79$. Кол-во способов выбрать узлы x, y

так, чтобы $\angle x O y = 180^\circ$
 $Ox = Oy$



Разобьем 80 узлов на 40 пар,
 в которых узлы симметричны
 относительно 0.

Тогда есть 40 способов выбрать
 2 одинаковых узла.

$\frac{40}{2} = 20$ (по 4ТВ) на предыдущей стр.
 20 различных раскрасок

$40 \cdot 79 - 40 = 40 \cdot 78$ - способов
 выбрать 2 **5** не симметричных
 относ. 0 узла.

$\frac{40 \cdot 78}{4} = 10 \cdot 78 = 780$ - различных
 раскрасок

если 2-й
 узел
 Итого, $20 + 20 + 780 = 820$.

Ответ: 820



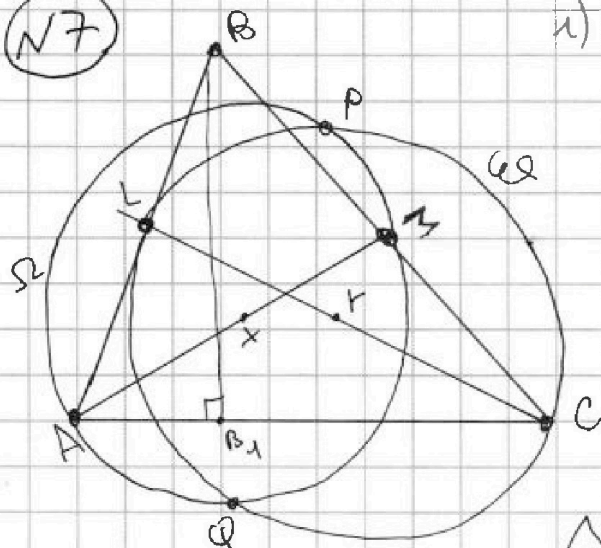
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N7)

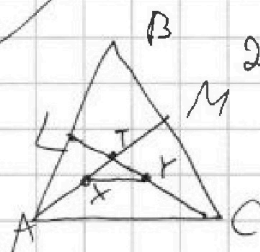


$$1) PQ \parallel AB, \quad BB_1 \perp AC \Rightarrow PQ \perp AC$$

$PQ \perp$ линии уровня Ω ,
то $PQ \perp XY$, где XY —
—середина AM и CL

2)

$$\left. \begin{array}{l} PQ \perp XY \\ PQ \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow XY \parallel AC$$



$$2) LC \cap AM = T$$

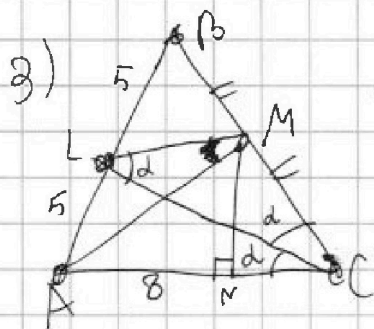
$$XY \parallel AC \Rightarrow \frac{TX}{TY} = \frac{TA}{TC} =$$

по свойству ряда
равных отрезков

$$= \frac{TX + XA}{TY + YC} = \frac{XA}{YC}$$

по СРРО

$$= \frac{XM}{YL} = \frac{XT + TM}{TY + YL} = \frac{TM}{YL} \Rightarrow XY \parallel LM \Rightarrow LM \parallel AC$$



$$AC \parallel LM \Rightarrow \angle CLM = \angle LCA = \angle LCB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle LMC - \text{p/5} \Rightarrow LM = MC = MB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle LMC - \text{прямоугольный} \Rightarrow CL -$$

$$- \text{биссектриса и высота} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ABC - \text{p/5} \Rightarrow BL = AL = \frac{10}{2} = 5$$

$$\angle MAC = N \Rightarrow \angle MNA = 90^\circ$$

Продолжение
на следующей
странице $\rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

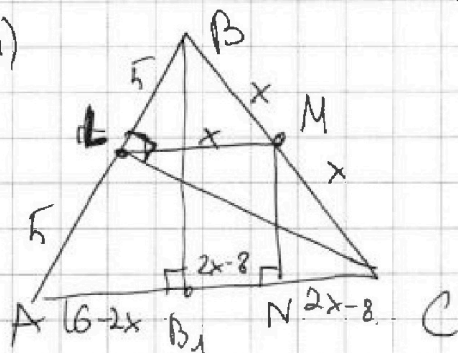
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(N7) Продолжение.

4)



$$AN=8 \quad \text{Пусть } BM=MC=x=LM.$$

$$\angle M - \text{средняя линия} \Rightarrow AC=2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NC=2x-8$$

Опустим высоту BB_1 из т. B .

MM -средняя линия $\triangle BCB_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow B_1M=2x-8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB_1=8-2x+8=16-2x$$

$$\text{По Т. Пифагора для } \triangle AB_1B: 100 - (16-2x)^2 = BB_1^2 = \\ = (2MN)^2 = 4MN^2 = 4(x^2 - (2x-8)^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 - 256 - 4x^2 + 64x = 4x^2 - 4(4x^2 - 32x + 64)$$

$$-4x^2 + 64x - 156 = -12x^2 + 128x - 256$$

$$8x^2 - 64x + 100 = 0$$

$$2x^2 - 16x + 25 = 0$$

$$D = 256 - 200 = 56$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{56}}{4}$$

$$x = 4 \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$$

Значит, по теореме

$$\triangle BCL: BC > BL$$

$$2x > 5$$

$$\text{Если } x = 4 - \frac{\sqrt{14}}{2}, \text{ то } 2x = 8 - \sqrt{14} \approx 5$$

$$3\sqrt{14}$$

$$9 < 14 \Rightarrow 2x < 5, \text{ противоречие.}$$

$$\text{Значит, } x = 4 + \frac{\sqrt{14}}{2}. \text{ Тогда } AC=BC=8+\sqrt{14}$$

$$\text{Ответ: } 8+\sqrt{14}=AC=BC.$$

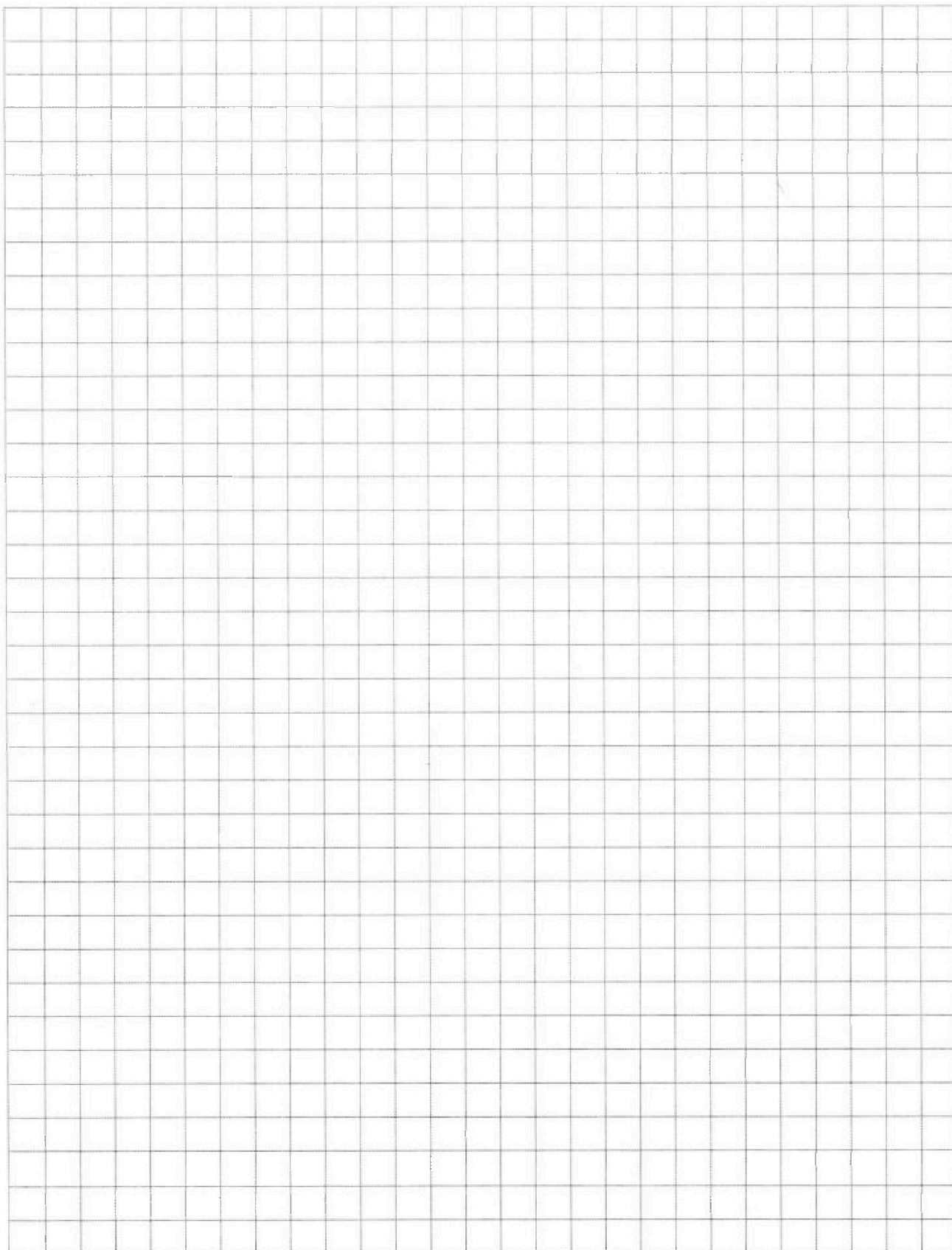


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a =$

$$x^4 + 3x^2 - 2x = 0$$

$$x^3 + 2x^2 + x^2 - 2 = 0$$

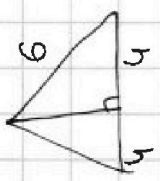
$$(1) d = \frac{x^4 - 4x^3 - 4x^2}{x^3 + 2x^2 + x^2 - 2}$$

$$d = -\frac{x^4 + 4x^3 + x^2}{x^3 + 2x^2 + x^2 - 2}$$

$$-x^4 + 4x^3 + x^2 = 2x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$



$$3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 = 3 \cdot 167$$

$$\frac{18 \cdot 8}{6} = 24$$

$$3 \cdot 2 \cdot 56 =$$

$$3 \cdot 112 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 28 =$$

$$336 = 3 \cdot 112 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 28 =$$

$$336 = 3 \cdot 112 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 28 =$$

$$336 = 3 \cdot 112 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 28 =$$

$$336 = 3 \cdot 112 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 28 =$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^2(x+3) = 2$$

$$x^2 - 3$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 - 3$$

$$x^2 - 3$$



$$x \cdot m$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$2m = \frac{18 \cdot 8}{6 \cdot 2} = 3 \cdot 4 = 12$$

$$2m = \frac{18 \cdot 8}{6 \cdot 2} = 3 \cdot 4 = 12$$

$$12x + 22 = 15x$$

$$22 = 3x$$

$$x = 24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mh + h^2 - 9m - 9h$$

$$13p^2$$

$$B = m^2h + mh^2 - 3mh$$

$$25d^3$$

$$5^2 \cdot 3 d^2$$

$$A = (m+h)(m+h-9)$$

$$B = mn(m+h-3)$$

$$m = x d$$

$$\text{если } d=4, m=4$$

$$h = y d$$

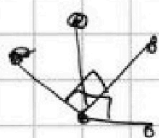
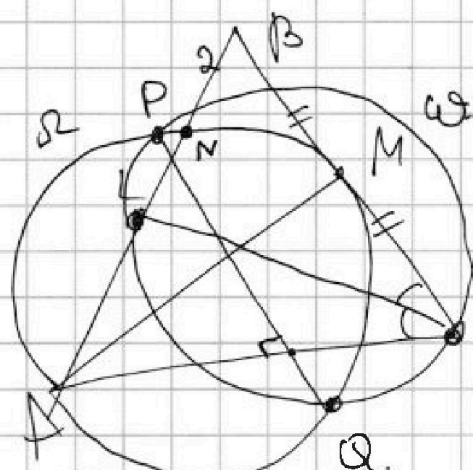
$$212, m \text{ см.}$$

$$A = d(x+y)(d(x+y)-9)$$

$$\text{если } A = 5^2 \cdot 3 d^2, m.$$

$$B = d^2 xy(d(x+y)-3)$$

$$AB < 40, \\ AM < 40$$



$$754 = 300$$

$$81 + 208 = 289$$

$$t^2 - 9t - 52 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 208}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 21} \\ 12 \overline{) 9} \end{array}$$

$$x^2 - 13x + 30 = 0$$

$$169 - 120 = 49$$

$$1281 = 3.427$$

$$81 + 1200$$

$$= 3.761$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2.13~~
2

$$\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2 = \frac{14+2\sqrt{3}}{4} = \frac{7+\sqrt{3}}{2} = x+1$$

$$a = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\frac{14-2\sqrt{3}}{4} \quad \frac{7-\sqrt{3}}{2} = 6 - \frac{5+\sqrt{3}}{2}$$

$$a-b+5 = \frac{1+1}{2} = 1 + 5$$

$$3 \quad 3 = 2 \quad 3+x^2-5+2=0$$

$$25-12=13$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

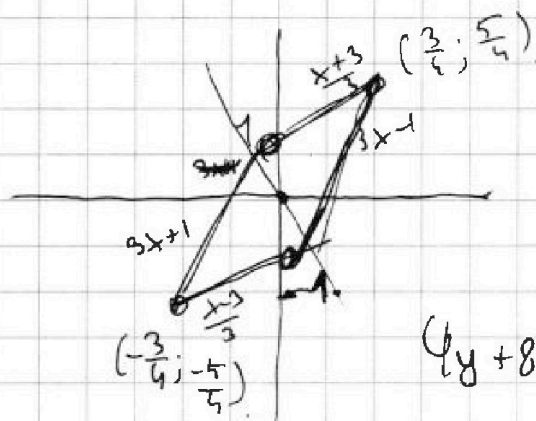
~~4y+8x~~

~~4y+8x~~

$$4y+8x = d$$

$$y \leq \frac{d-8x}{4}$$

$$y \leq \frac{d}{4} - 2x$$



$$\frac{x+3}{3} = 3x-1$$

$$x+3 = 9x-3$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x-3 = 9x+3$$

$$8x = 6$$

$$1 - \frac{3}{4}$$

$$4y+8x = \text{max}$$

$$y+2x = \text{max}$$

$$y = -2x + 4$$

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$3x+3$$
$$(x^2+2x)^2$$
$$3x^2$$

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

$$x^3+3x^2-2=0$$

$$(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$$

$$(x+1)(x^2+2x-2)$$

$$x^2+2x-2=0$$

