



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Пусть первый член арифметической прогрессии равен a_1 , а разность равна d . Тогда

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 2x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 4)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 2x - 3d = x^2(x-2)^2 - 5d \\ 6 - 2x - 3d = 9x^2 - 9d \\ x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6 - 2x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ 6d &= 9x^2 + 2x - 6 \\ d &= \frac{3x^2 + 3x - 2}{2} \end{aligned}$$

$$x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d$$

$$9x^2 - 4d = x^2(x^2 - 4x + 4)$$

$$9x^2 - 2(3x^2 + 3x - 2) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$9x^2 - 6x^2 - 6x + 4 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x=1 \text{ корень } (1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0)$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ x^3 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \\ -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0 \quad x=1 \text{ тоже корень}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ x^3 - x^3 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -4x + 4 \\ -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{20}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

Тогда

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ. $\{1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

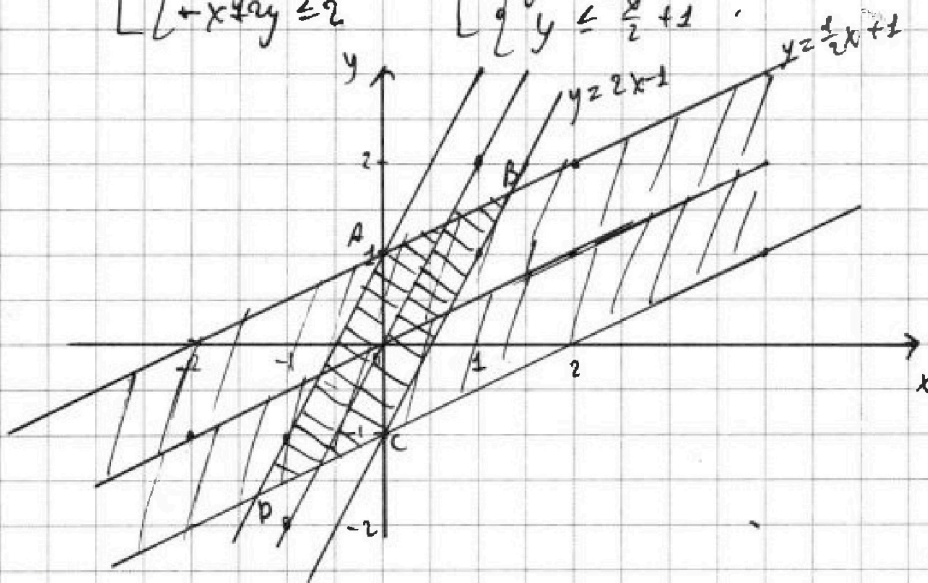
12. $|x-y| \leq 2$
 $|2x-y| \leq 1$

1) Рассмотрим сначала $|x-y| \leq 2$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-y \leq 2 \\ x-y \leq 0 \\ -x+y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

Покажем это графически (как //)



2) $|2x-y| \leq 1$

$$\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \leq 0 \\ -2x+y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x - 1 \\ y \geq 2x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

Покажем это на той же системе координат (как \\\)

Тогда x и y подходит только из ~~пер~~ четырехугольника ABCD. Максимальные значения x и y одновременно выполняются в точке B, где которая является пересечением $y = 2x - 1$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$.

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

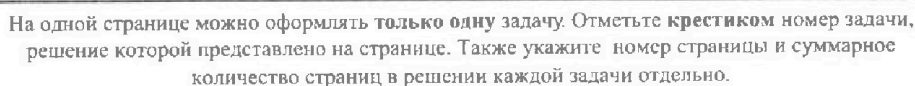
$$1.5x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда максимальное $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$.

Ответ: 13



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a(a+2)^2 \cdot 3 \cdot (5q)^2 \cdot \text{Answer} \text{ becomes } a^2(5q)^2, (a+2)^2 \cdot 3 \cdot (5q)^2$$

Рассмотрим $b(a+1) \equiv 1 \pmod{p^2}$. Возможны случаи, когда $b \equiv 1 \pmod{p^2}$, $b \equiv 1 \pmod{p}$ и $a+1 \equiv 1 \pmod{p^2}$.

$$17 \quad \theta \propto p^2$$

Значит $b = p^2$, то $a + b = 11$, $a = 9$. Тогда $mn = p^2$, $m + n = 2$.

По т.к. m и n натуральные, $m \geq 1, n \geq 1$, т.е. $m+n \geq 3$.

Этот человек невозможен

Если $b = k p^2$, то $a + 2 \geq 1$, то $a < 0$, что невозмож-
но, тк. $a \in \mathbb{N}$.

2) $b \in \mathbb{R}^n$ $a \in \mathbb{R}^n$

Задача 1.5.1. Пусть $b = 11p$ и $a + 9 = p$, то $mn = 4(m + 2n + 9)$

$mn = 4m + 22n + 99$. Если m и n четные, то левая

часть четная, а правая нечетная. Если m и n нечет-
ные, то левая часть $\div 2$, а правая $\nmid 2$, что невоз-
можно. Если $m \div 2$ и $n \nmid 2$, то левая часть $\div 2$, а пра-
вая $\nmid 2$. Если $m \nmid 2$ и $n \div 2$, то левая часть

base $\div 2$. Если $m \div 2$ и $n \div 2$, то оба числа
~~и, а значит~~ Если $m \div 2$ и $n \div 2$, то правая часть $\div 2$,
~~и, а значит~~ $m \div 2$ и $n \div 2$ и $m+n+8$ прав

Т.е. $m \times 2^{m+2} : 2^i$ и при этом $m+2n+2$ про-

Arbet. 15/90

Тогда $m+2n+2=2$, то $m+2n < 0$, т.е. это неважно.

$$3) \quad a + 9 : p^2$$

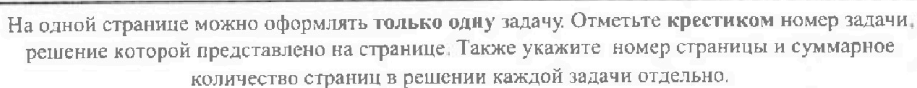
5) Если $a+9=11p^2$, то b_2mn и $m=n=2$. $3+9=11p^2$, что невозможно.

возможно. Если $a + 2 \equiv p^2$, то $b = 1$, то $m = 1$. Если $m = 1$ и $n = 1$, то $1 + 2 + 2 \equiv p^2 \equiv 2$, что невозможно.

Если $n=4$ и $m=1$, то $1+22+9=p^2=32$ и в тоже время

Tinggi $m = 5$ dan $n = 3$

Obst. $n=3, m=5.$



СТРАНИЦА
4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B \equiv m(n(m+2n+9))$$

(a и b натуральные)

Пусть $m+2n \geq a$, $mn \geq b$. Тогда

$$A_2 \quad a(a-7)$$

$$B = b(a + d)$$

2) Найдите $a(a-7) = 11p^2$, а $b(a+2) = 75q^2$

Тогда возможно 3 случая: $a:ip^2$, $a-z:ip^2$, $a:p$ и $a:ip$.

a) $a \div p^2, a \div p$

2. $a \neq 11p^2$, so $a-7=1$, i.e. $a=8$ is the only possibility. Then $a \neq 11p^2$

Если $a = p^2$ и $a-7=11$, то $a=18$, что не является

Квадратом натурального числа, тогда такой случай невозмо-
жен

$$b) \sigma^2(a-7) : p^2$$

Если $a \neq 1$ и $a \neq -1$, то $a \neq 1$, т.е. $-6 \geq 1/p^2$, что невы-

Es gilt $a - 72p^2$ u. $a = 4$, $\forall p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

Torça $6 \cdot 20 = 75 \text{ kg}^2$

$$48 = 15q^1$$

$$9^2:4, \quad B:15$$

$$\begin{cases} m+2n=11 \\ mn=\frac{15 \cdot 4f^2}{4}=15f^2 \end{cases}$$

$\exists$ ein $f > 1$, so $f^2 > 4$, r.d. $15f^2 \geq 60$. Taya $m+2n > 11$
 oder belz m un. Taya $f=1$. $m=11-2n$

$$\begin{cases} m+2n=11 \\ mn=15 \end{cases}$$

$$M = 18 - 2n$$

$$(n-2n), n \geq 15$$

$$11n - 2n^2 - 15 = 0$$

$$2n^2 - 11n + 1530$$

$$N = 12 - 4 \cdot 7 \cdot 15 = 121 - 120 = 1$$

$$h_1 = \frac{11+1}{4} = 3$$

$n_2 = \frac{11-1}{4} = 2.5$. Για καθε $n \in \mathbb{N}$, το

$$n=3, \quad m=4-2n=5.$$

b) $(a-z) \vdash p$ u $a \vdash p$.

Если $(a-7) = 11r$ и $a = 7r$, то $a-7 = 11a$, $10a = -7$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$. Если $a = 11r$ и $a-7 = r$, то $11r-7 = r$, $10r = 7$, что невозможно, т.к. $r \in \mathbb{N}$.

2) ~~Рис.~~ В some случаях базисом функции $n=3$ и $m=5$.

2) Найдите $a(a-7) = 759^2$ и $b(a+9) = 119^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уч. Дано:

$\triangle ABC$

AX - биссектриса

M - середина BC

$AE \perp$

$l \parallel AX$

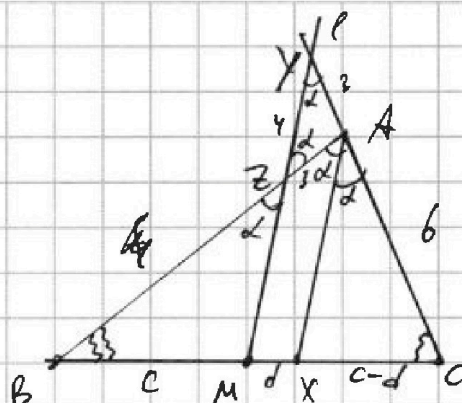
$l \cap AB = Z$

$l \cap AC = Y$

$AC = 6, YZ = 4, AZ = 3$

Найти: BC ?

Решение:



Пусть $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ (AX - биссектриса по условию)
 $AX \parallel MY$ (по усл.) и AY - секущая $\Rightarrow \angle CYM = \alpha$ (по св-м параллельных пр-х)
 $AX \parallel MY$ и AB - секущая $\Rightarrow \angle YZA = \alpha$ (по св-м параллельных пр-х)
 $\angle AYZ = \angle YZA = \alpha \Rightarrow \triangle YAZ$ равнобедренный
 $\Rightarrow YA = AZ = 3$. Пусть $BM = c, MX = d$. Т.к. M - середина BC , то $MC = c \Rightarrow XC = c - d$.

$\angle CA'X = \angle CYM = \alpha, \angle YCB$ в $\triangle ACX$ и $\triangle YCM$ общий $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ACX \sim \triangle YCM$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{YC}{AC} = \frac{MC}{XC}$

$\frac{4}{6} = \frac{c}{c-d} \Rightarrow d = \frac{1}{3}c, c-d = \frac{2}{3}c$.

Рассмотрим $\triangle ABX$ и $\triangle ZBM$: $\angle ABM$ общий,
 $\angle BZM = \angle YZA = \alpha$ (вертикальные) $= \angle BAX$.

Тогда $\triangle ABX \sim \triangle ZBM$ (по двум углам) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{BZ + 3}{BZ} = \frac{c + \frac{1}{3}c}{\frac{1}{3}c} = \frac{4}{1}$$

$$4BZ = 3BZ + 9$$

$$BZ = 9 \Rightarrow AB = 12$$

В $\triangle YAZ$ по т. косинусов $AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2\alpha) = YZ^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 2\alpha), \text{ т.к. } \cos(180 - 2\alpha) = -\cos(2\alpha)$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16 - 18}{18} = \frac{-2}{18} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинусов в $\triangle ABC$ $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$

$$BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = 180 + 16 = 196$$

Ответ. $\Rightarrow BC = 14$
14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. Заметим, что если 2 выбранных узла симметричны относительно центра, такой вариант будет посчитан 2 раза, а в остальных случаях 4 раза. Всего узлов в квадрате 121.

1) Если 2 выбранных точки симметричны относительно центрального узла:

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной, т.к. если центральная выбрана, покрай не будет симметричен относительно центра). Вторая точка ~~выб~~ однозначно соответствует первой выбранной точке. Так как таким образом посчитали 2 раза выборы, то с учётом поворота будет $60 \cdot 2 = 30$ способов.

2) а) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и одна из них является центральным узлом:

Количество способов таких раскрасок определяется лишь способами выбрать не центральную точку. С учётом поворота их будет $\frac{120}{4} = 30$.

б) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и ни одна не является центральным узлом:

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной, вторую 119/120, кроме центральной и уже выбранной). Способов всего будет $\frac{120 \cdot 119}{2}$ и с учётом поворота $\frac{120 \cdot 119}{2 \cdot 4} = 15 \cdot 119 = 1785$.

Всего способов покраски будет $1785 + 30 + 30 =$

$= 1845$.

Ответ. 1845.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -(-3x^3 + 3x^2) \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline 4x - 4 \\ -(4x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2(x-3) \cdot 2(x-2)$$

$x=1$ корень?..

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline -4x + 4 \\ -(-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

MZ - ?
 AB - ? (BZ - ?)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ \times 14 \\ \hline 156 \\ + 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$b_2 = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$b_2 = 1 - \sqrt{5} \text{ ?...}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{MY}{AX} = \frac{3}{2} = \frac{MZ + 4}{AX}$$

$$\frac{3 + BZ}{BZ} = \frac{AX}{MZ}$$

$$AX = \frac{2(MZ + 4)}{3}$$

$$BM = MC!$$

$$\frac{3 + BZ}{BZ} = \frac{2MZ + 8}{3 \cdot MZ}$$

$$6c = 9c - 2d$$

$$\frac{3}{BZ} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3MZ}$$

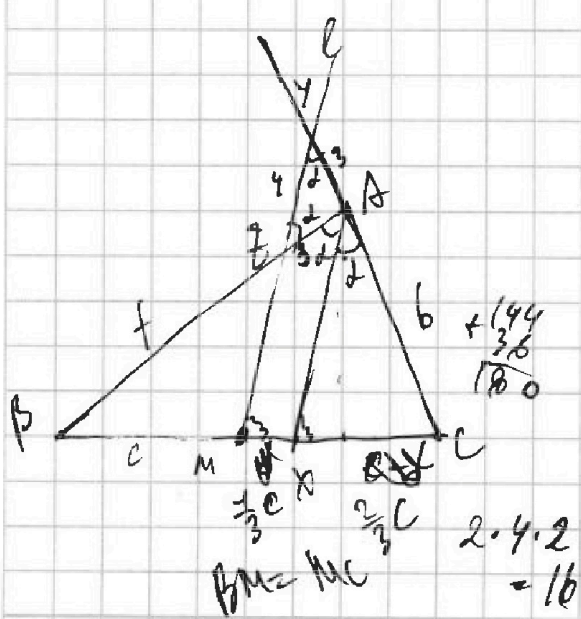
$$x - 2d = 6c$$

$$c + d + e = 2c$$

$$e = 2c - d$$

$$3c = 2d$$

$$\frac{4}{3}c = \frac{4}{3}$$



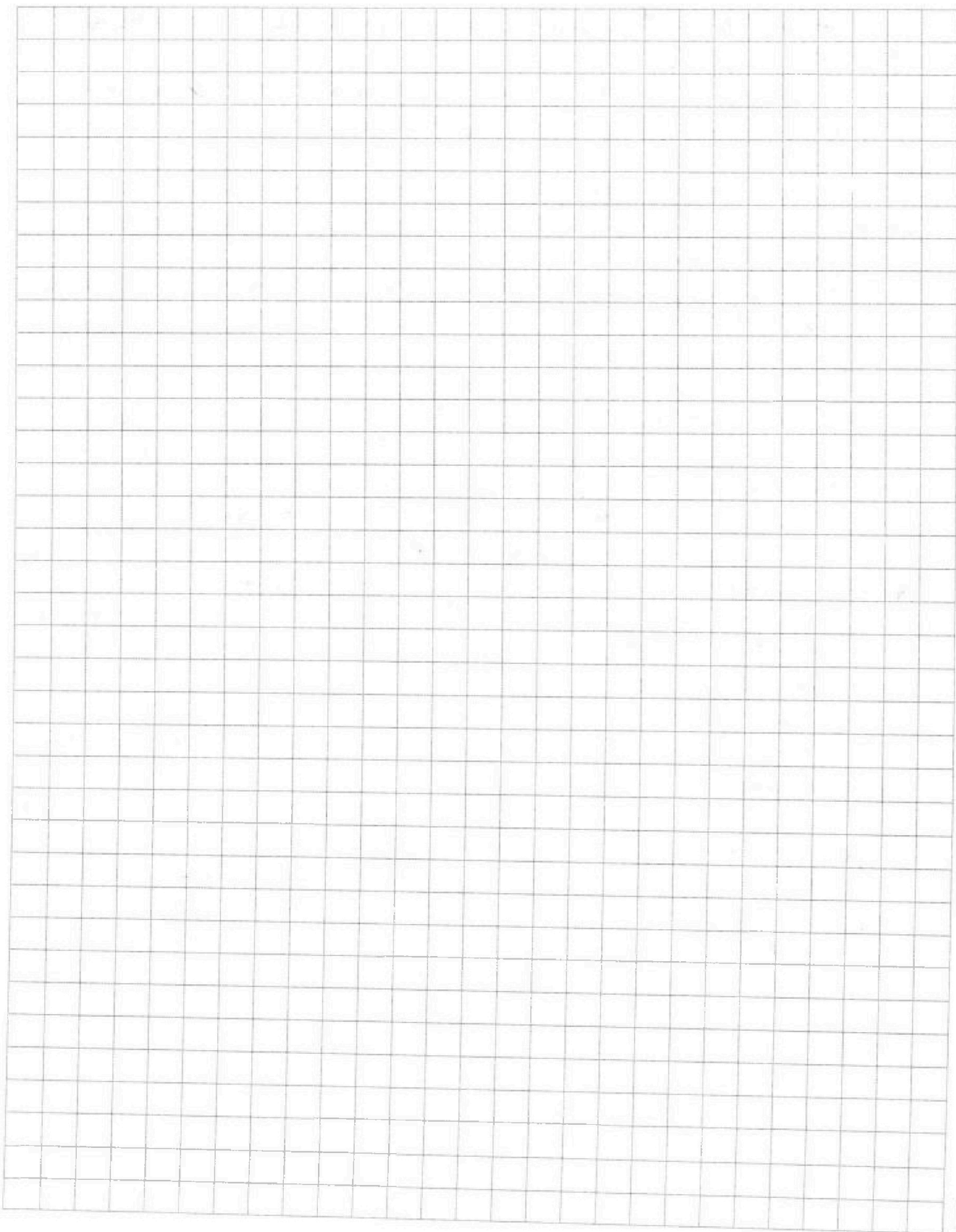


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b(a+9)=11p^2$$
$$a(a-7)=75q^2$$

$$b:p^2$$
$$b=p^2$$
$$a+9=11$$
$$a=2$$
$$m+2n=2$$
$$mn=q^2$$
$$m=n$$
$$3q=2 \text{ кер.}$$

$$a(a-7)=25 \cdot 3 \cdot 9^2 = 25 \cdot 3 \cdot 99$$

$$1) a:9 \quad a-7:9 \quad q=7$$
$$a^2-7a-25 \cdot 3 \cdot 99=0$$
$$D=49+4 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 99=100 \cdot 3^2$$
$$a=7 \pm 10 \cdot 3$$
$$a=37 \text{ кер.}$$

$$4lk+2l=$$
$$2 \cdot 99k+11+49l+99=$$
$$2 \cdot 12k+44l+110$$

$$mn:29$$
$$n=22$$

$$a:2 \text{ кер.}$$

$$a:9^2 \quad a-7:9^2$$
$$a:25 \quad a-7:25$$

$$1) a=3(25)^2$$
$$a-7=1 \quad a=8 \text{ кер.}$$

$$2) a=8(25)^2$$
$$a-7=3 \quad a=10$$

$$10=25q^2 \text{ кер.}$$

$$q=3$$

$$b=kp^2$$

$$a+9=1 \text{ кер.}$$

$$b:p, a+9:p$$

$$3) b=11p^2 \quad 2mn$$
$$a+9=p=2m+n+9$$

$$b=11(a+9)$$
$$mn=11(m+2n+9)$$

$$\text{кер.}$$

$$mn:11$$

$$m \cdot n = 11m + 22n + 99$$

$$m \cdot n, n \cdot n$$
$$4 = 12$$

$$m \cdot n, n \cdot n$$
$$22 = 22$$

$$m \cdot n, n \cdot n$$

$$m \cdot n, n \cdot n$$

$$m \cdot n, n \cdot n$$

$$m \cdot n, n \cdot n$$

$$m \geq 1$$
$$n \geq 1$$

$$m(n-11)=22n+99$$

$$mn=11m+22n+99$$

$$m(n-11)=22n+99$$

$$m(n-11)=22n+99$$

$$143$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 81 &= 9 + 9 = \frac{9}{2} + 9 \cdot \frac{9}{2} \\ \frac{9}{2} &= 9 - \frac{9}{2} = 9 - 4.5 = 4.5 \\ \frac{9}{2} &= 4.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq h \\ x_1 &\leq h \\ x_2 &\leq h - x_1 \\ 0 &\leq h - x_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\leq h \\ x_2 &\leq h - x_1 \\ 0 &\leq h - x_1 \end{aligned}$$

$$x_1 \leq |h - x_2|$$

$$x_1 + x_2 = h$$

$$x_1 + x_2 = h$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq h \\ x_1 &\leq h - x_2 \\ 0 &\leq h - x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\leq h - x_2 \\ 0 &\leq h - x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\leq h \\ x_2 &\leq h - x_1 \\ 0 &\leq h - x_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\leq h - x_2 \\ 0 &\leq h - x_2 \end{aligned}$$

$$x_1 \leq |h - x_2|$$

$$x_1 + x_2 = h$$

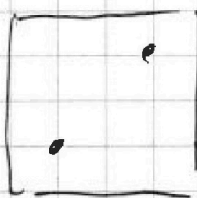
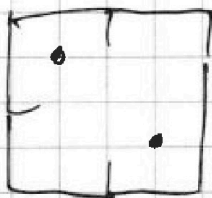


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

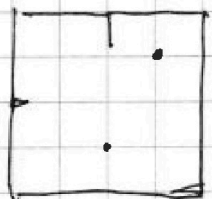
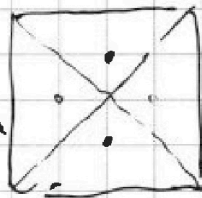
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы во каждой из задач нумеруются отдельно. Порука QR-кода непустима!

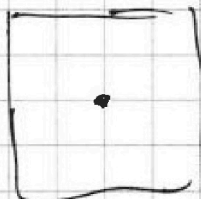


- 2 раз поск.

симм. отн. центра



- 4 раз поск.



~~раз~~

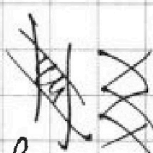
$$\sqrt{x^2+y^2} = 2\sqrt{14+5x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

4) симм. отн. центра 1 точка 120 способами, второй очел.

поск. $\rightarrow \frac{120}{2} = 60$

~~60~~ $\rightarrow 60 \cdot 2 = 120$ способов

2) не симм. $\rightarrow 120 \cdot (120-1-1) = 144 \cdot 119$



(m+n) - 2 (m+n)

2) а) не симм, в центре

б) не симм, не в центре

$\frac{120 \text{ способов}}{4} = 30$

$\frac{120 \cdot 119}{4}$

$m+n > 7$
 $m+n = a$
 $A_2(m+n, m+n-7)$

$\frac{5481}{69} = 79.43$

$\frac{2}{30 \cdot 119} = \frac{1}{2070}$

$\frac{a(a+2)}{2}$

$5 \cdot 119$

$\frac{5481}{69} = 79.43$

$\frac{m^2(m+n+2)}{2} = \frac{b(a+2)}{2}$

$\frac{m^2(m+n+2)}{2} = \frac{b(a+2)}{2}$

$\frac{m^2(m+n+2)}{2} = \frac{b(a+2)}{2}$

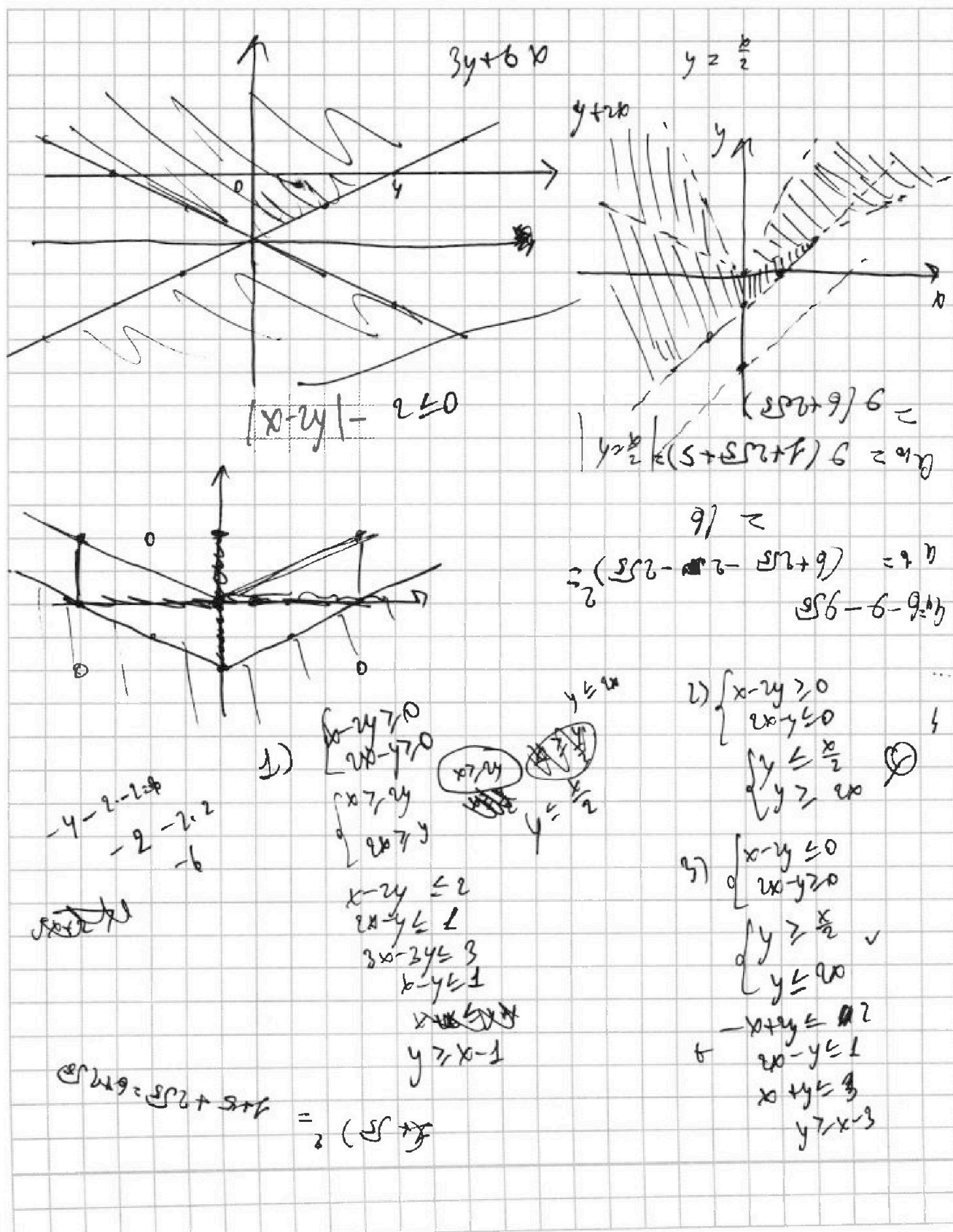


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+6x \geq \dots \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2y)^2 \leq 4 \\ (2x-y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \\ 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y(x-1) \leq 4-x^2 \\ 4x(x-y) \leq 1-y^2 \end{cases}$$

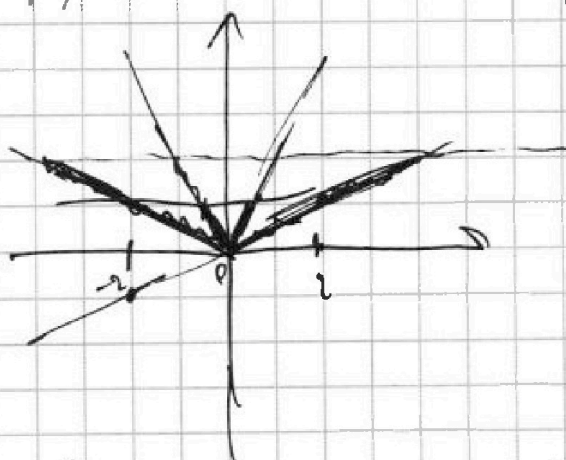
$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$28xy \leq 5(1+y^2+x^2)$$

$$8xy \geq 5(x^2+y^2-1)$$

$$y = \frac{6x}{3} = -2x$$

График? ...



$$\begin{cases} y \geq x \\ y \leq \frac{x}{2} \end{cases}$$

$$y \geq 2x$$

BC=?

$$AC=BC$$

$$AC=AB$$



$$\begin{cases} AC=6 \\ AB=3 \end{cases}$$

$$y^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180-2\alpha)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. $a_1, \dots, a_n$
 разность d

$$a_4 = a_1 + 3d = 6 - 9x \quad x^2 \quad \frac{a_1 + 3d - 6}{-9} = \frac{6 - a_1 - 3d}{-9}$$

$$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$$

$$x^2 = \frac{a_1 + 9d}{9} \quad 6 - 18$$

$$a_1 = 6 - 9x - 3d$$

$$a_1 + 5d = \frac{a_1 + 9d}{9} \cdot \left(\frac{6 - a_1 - 3d}{-9} \right)^2$$

$$a_1 + 5d = \frac{a_1 + 9d}{9} \cdot \left(\frac{-a_1 - 3d - 12}{9} \right)^2$$

$$\begin{cases} a_1 = 9x^2 - 9d \\ a_1 = x^2(x-2)^2 - 5d \\ a_1 = 6 - 9x - 3d \end{cases}$$

$$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2$$

$$-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x = 1 \text{ корень}$$

$$1) 9x^2 - 9d = 6 - 9x - 3d$$

$$3x^2 - 3d = 2 - 3x - d$$

$$9 - 4 - 6 = -1$$

$$-1 + 4 - 1 - 6 + 4 =$$

$$2 - 8 + 8 = 0$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 2d$$

$$x^2 - 4x + 4$$

$$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$$

$$3x^2 + 3x = 2d + 2$$

$$d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$$

$$9x^2 - \frac{9}{2}(3x^2 + 3x - 2) = x^2(x-2)^2 - \frac{5}{2}(3x^2 + 3x - 2)$$

$$9x^2 - 9d = x^2(x^2 - 4x + 4)$$

$$2(3x^2 + 3x - 2) = 9x^2 - x^2(x^2 - 4x + 4)$$

$$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$$

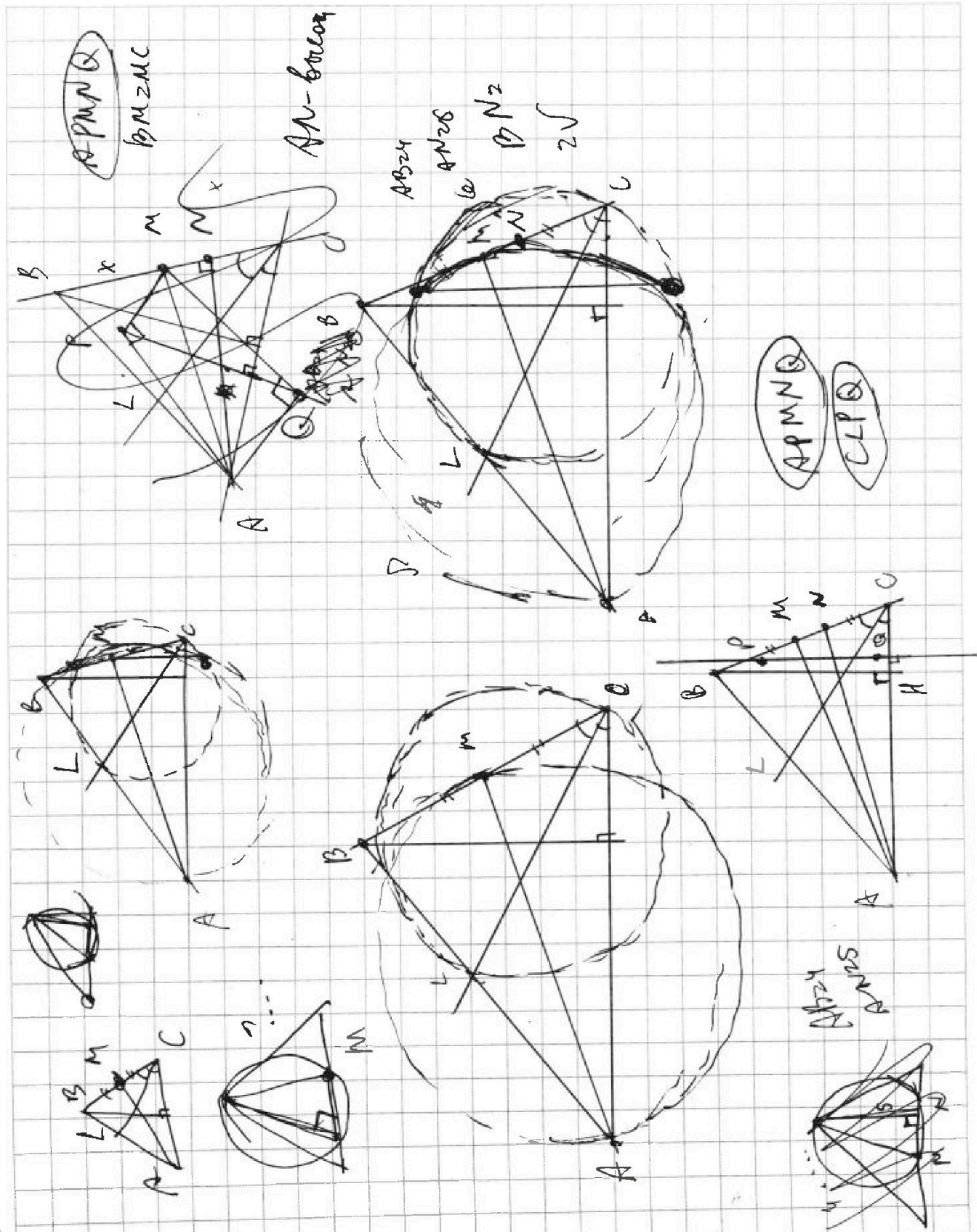


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

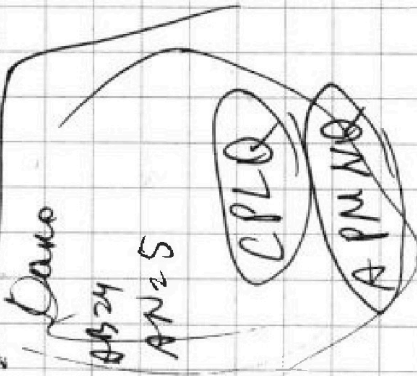
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 49 + 49x^2 = 56 + 20x - 4y^2 + 7 - y + 4\sqrt{m}$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$a-7 = p^2$$



next

77.7
next
value = 77
77.7

$$a : p^2$$

$$a-7 = p^2$$

$$a = p^2$$

$$a-7 = p^2$$

$$a-7 = p^2$$

$$a-7 = p^2$$

$$a = 11 \cdot p^2$$

$$B = 8 \cdot 20 = 160$$

$$42 = 95d^2$$

$$4mn = 95d^2$$

$$mn = 15d^2$$

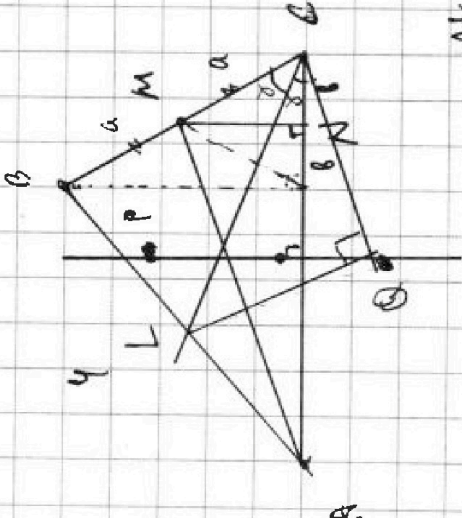
$$mn = 15d^2$$

$$A_2(m+n)(m+n-7)$$

$$B = mn(m+n+9)$$

$$A = a(a-7) = 11p^2 = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75d^2$$



$$AL = AL$$

$$AL = AL$$

$$AL = AL$$

$$AL = AL$$

$$AL = AL$$

$$AL = AL$$

$$AL = AL$$

$$AL = AL$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y + 6x \rightarrow \max$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy \leq 4 \\ 4x^2 + y^2 - 4xy \leq 1 \end{cases}$$

$$|x-2y|/|x-y| \leq 2$$

$$\frac{6-9x}{2-3x}$$

$$4 + 9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\frac{Ac}{AB} = \frac{xc}{Bx} = \frac{6}{AB}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{4}{c+d}$$

$$\frac{6}{AB} = \frac{c-d}{c+d} = \frac{d}{f+3}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{xc}{MC} = \frac{Ax}{My}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{Ax}{My} = \frac{Ax}{Mz+4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{Ax}{My} = \frac{Ax}{Mz+4}$$

$$\frac{Ax}{Mc} = \frac{f+3}{f} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \frac{2c}{4c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$c-d = \frac{2c}{3}$$

$$d = c - \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c$$

$$d = \frac{1}{3}c \dots$$

$$12 = f+3$$

$$f = 9$$

$$AB = f+3 = 12$$

$$|x-2y| \leq 2$$

$$|x-2y|$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$5-4$$

$$4x+4$$

$$5x-2x$$

