



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 & (1) \\ |3x-2y| \leq 4 & (2) \end{cases}$$

построим на координатной плоскости:

$$\begin{aligned} 2x-3y &= -6 & 2x-3y &= 6 \\ y=0 & \quad y=2 & y=2 & \\ x &= -3 & x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x-2y &= 4 & 3x-2y &= -4 \\ y=0 & \quad y=2 & y=2 & \\ x &= \frac{4}{3} & x &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

А В С D - область в которой
x и y принимают мин. значение
10x+5y в точке А.

$$\begin{cases} 3x-2y = -4 \\ 2x-3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-4y = -8 \\ 6x-9y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y = 26 \\ 3x-2y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{52}{5} \\ x = -\frac{4}{3} - \frac{52}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -5\frac{1}{5} \\ x = -\frac{42}{15} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -5\frac{1}{5} \\ x = -\frac{24}{5} \end{cases}$$

$$10x+5y = -48-26 = -74$$

Ответ: -74.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)(m-2n+13)$
 $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$
 1) $p=17p^2$, тогда m или равно 17.
 1. $m=17, n=p$
 $17p(17-2p-2)=17p^2 \quad p=17-2p-2, \quad 3p=15, p=5.$
 $A=7 \cdot 20=5 \cdot 4 \cdot 7$, т.к. 7 простое.
 $A=15p^2$, то $3p^2=4 \cdot 7 \Rightarrow$ не простое.
 2) $B=15p^2$
 1. $m=3, n=5$
 $p^2=-9$ - нет решений
 2. $m=5, n=3$
 $p^2=-3$ - нет решений
 3. $m=15, n=p$
 $p=m-2n-2$
 $p=15-2p$
 $3p=13$ - не простое
 4. $n=15, m=p$
 $p=m-2n-2$
 $p=p-32$ - нет решений
 5. $m=1$
 $n \cdot (-1-2n)=15p^2$
 $-2n^2-n=15p^2$
 $n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{C}$
 $(-2n^2-1) > 1n$
 $(n^2 > n)$
 $-2n^2-n < 0$
 $15p^2 < 0$ - нет решений
 6. $n=1$
 $m(m-4)=15p^2$
 $m^2-4m=15p^2$
 1) $m=3$
 $15p^2=-3$ - корней нет
 4) $m=p, 15p=p-4$
 $14p=-4$ - корней нет
 2) $m=p^2$
 $p^2-4=15$
 $p^2=19$ - нет решений
 3) $m=5$
 $3p^2=1$ - корней нет
 5) $m=3p$
 $5p=3p-4$
 $p=2$ не подходит
 9) $m=3p^2$
 $3p^2-4=5$
 $p^2=3$ - нет решений
 3) $m=15$
 $11=p$ - корни нет
 6) $m=5p$
 $3p=5p-4$
 $p=2$ не подходит
 10) $m=5p^2$
 $5p^2=7$ - нет решений
 11) $m=15p^2, 15p^2=5$ - нет решений. $n=1, m=10, p=2$
 $A=8 \cdot 21=3 \cdot 4 \cdot 2^3=17p^2$ - решение нет.
 Вернемся к $B=17p^2$
 1) $m=1$
 $-2n^2-n=17p^2$
 $n \in \mathbb{N} \Rightarrow$ решение нет
 2) $n=1, m(m-4)=17p^2$
 1. $m=1$
 $-5=17p^2$ - реш. нет
 2. $m=17$
 $13=p^2$ - реш. нет.
 3. $m=p$
 $p-4=17p$
 $16p=-4$ - реш. нет.
 4. $m=17p, 17p-4=p$
 $16p=4$ - решение нет
 5. $m=p^2$
 $p^2p^2-4=17p^2$
 $p^2-4=17$
 $p^2=21$ - решение нет
 6. $m=17p^2$
 $17p^2=5$ - реш. нет.
 Ответ: нет таких m, n .
 $m-2n-2 > 0, m, p, m > 2n+2, 17p^2 \in \mathbb{N}, 15p^2 \in \mathbb{N}$
 3) $n=17, m=p^2$
 $p^2-36=1, p^2=37$ - решение нет.
 4) $m=17p, n=p$
 $15p-2=1, 15p=3$ - реш. нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Версия 1 $p=15q^2$

1. $m=5, n=q$

$3-2q=3q$

$5q=3$ - реш. нет.

4. $m=15, n=15, m=q^2$

$1=q^2-32$

$q^2=33$ - реш. нет.

4. $m=3, m=q^2$

$5=q^2-8$

$q^2=13$ - реш. нет.

11. $n=5, m=q^2$

$3=q^2-12$

$q^2=15$ - реш. нет.

13. $m=3q, n=q$

$5=q-2$

$q=7$

$m=21, n=7$

$9=7 \cdot 20 \neq 47p^2$

Ответ: $m=10, n=3$.

2. $m=5, n=q^2$

$3=5-2q^2$

$q=0$ - не подходит.

5. $n=3, m=4$

$5q=q-8$

$4q=-8$ - реш. нет.

8. $n=3, m=5q^2$

$1=5q^2-8$

$5q^2=9$ - реш. нет.

12. $n=5, m=3q^2$

$1=3q^2-12$

реш. нет.

14. $m=5q, n=q$

$3=3q-2$

реш. нет.

3. $m=15, n=q^2$

$1=13-q^2$

$12=q^2$ - не подходит.

6. $n=3, m=5q$

$q=5q-8$

$4q=8, q=2, m=10, n=3$

$q=4, 17=17p^2, p=2$ - подходит

9. $n=5, m=q$

$3q=q-12$ - реш. нет.

$2q=-12$

13. $n=15, m=q^2$

$1=q^2-32$

$q^2=33$

15. $m=15q, n=q$

$1=13q-2$

реш. нет.

10. $n=5, m=3q$

$q=3q-12$

$q=6$ - не подходит.

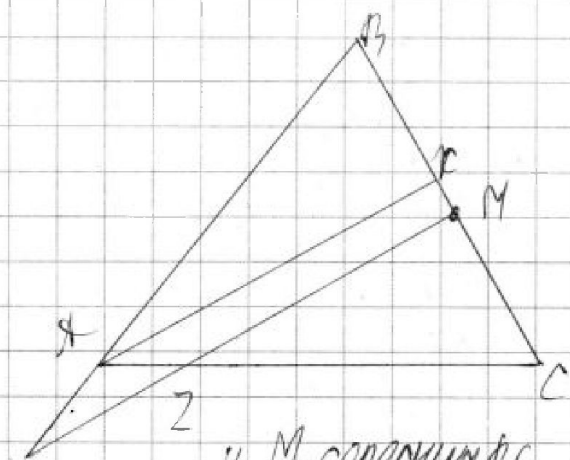


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $AX \parallel PM$, AT - биссектриса $\Rightarrow$
 $\angle PAT = \angle PAC = \angle MZC = \angle B \cdot \gamma$
 $\angle PAC = \angle B \cdot \gamma$ как соотв. при $AX \parallel PM$ и секущей AT , аналогично $\angle PAC = \angle MZC$.
2. $\angle MZC = \angle AZY$ - вертикальные
 $\angle AZY = \angle B \cdot \gamma \Rightarrow \angle ATZ = \angle PZ = 6$,
 $ZC = AC - AZ = 12 - 6 = 6$
3. $AT \parallel ZM \Rightarrow \frac{AZ}{ZC} = \frac{CM}{MZ} = 2$

4. M - середина BC , $MC = BM$, $\frac{MC}{MZ} = 2$, $MZ = \frac{1}{2} MC$, $BZ = \frac{1}{2} MC$.

5. AT - биссектриса $\Rightarrow \frac{BT}{TC} = \frac{AB}{AC}$, т.е. $\frac{12}{6} = \frac{AB}{12}$, $AB = 6$.

6. По т. косинусов ΔAZP :
 $AZ^2 + AP^2 - 2 \cos \angle PAZ \cdot AZ \cdot AP = ZP^2$

$$42 - 2 \cos \angle PAZ \cdot 36 = 64$$

$$\cos \angle PAZ = \frac{42 - 64}{72} = -\frac{1}{9} \quad \cos \angle = -\cos(180 - \angle)$$

т.е. $\angle PAZ$ и $\angle CAB$ - смежные, т.е. $\angle CAB = 180^\circ - \angle PAZ$.

По т. косинусов ΔABC :

$$BC^2 = 36 + 324 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 36 = 36 + 324 + 8 = 368 = 4^3 \cdot 23 = 2^6 \cdot 23 = 8^2 \cdot 23$$

$$BC = 8\sqrt{23}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{23}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3x} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

1. Из-за подкоренных выражений: $3-x \geq 0$, $x \geq 0$, x, y — отрицательные

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \quad (1)$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3x} \quad (2) \quad \text{из 2 уравнения т.к. } x \text{ — не отр., } y \text{ — не отр.}$$

$$\text{Следует, что } x = y, \text{ т.к. } 3-x \geq 0, 3-y \geq 0$$

$$(1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$ т.к. x — не отр. $\sqrt{x+4}$ — возрастает на $[0; +\infty)$,
 $\sqrt{12-x-x^2}$ — убывает на $[0; +\infty)$, $\sqrt{3-x}$ — убывает на $[0; +\infty)$, то уравнение
 имеет только 1 корень — не больше 1 корня.

Заметим, что при $x=0$ справа максимальное значение, если оно меньше либо
 y которого на промежутке $[0; +\infty)$ — максимальное значение, то корень
 найдем: $x=0$

$$2+5 \neq \sqrt{2 \cdot \sqrt{12}} + \sqrt{3}$$

$$7 \neq \sqrt{4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

$$7 \neq \sqrt{5\sqrt{3}} \quad \sqrt{3} > 1,5, 1,5 \cdot 2 = 3, \text{ т.к. корень слагаемых — возведем уравнение в квадрат, т.к.}$$

$$x \neq 0 \text{ — корень не больше 0}$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$$

$$4x^2 + 6x - 22 + 10\sqrt{x+4} = 4\sqrt{3-x} + 4x^2$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$5 + \sqrt{x+4} = \sqrt{3-x} \cdot (2\sqrt{12-x-x^2} + 1)$$

$$25 + 10\sqrt{x+4} + x + 4 = (3-x)(4x+6+4\sqrt{x+4}+1)$$

$$29 + x + 10\sqrt{x+4} = 12x + 4x + 12\sqrt{x+4} + 3 - 4x^2 - 16x - 4x\sqrt{x+4} - x$$

$$4x\sqrt{x+4} - 2\sqrt{x+4} = -4x^2 - 6x + 22$$

$$\sqrt{x+4}(4x-2) = -4x^2 - 6x + 22 \quad x > 0,5 \text{ — не отр. — не может быть}$$

$$\sqrt{x+4}(12x-11) = -2x^2 - 3x + 11 \quad x < \frac{11+\sqrt{17}}{24} \quad (-2x^2 - 3x + 11 = 0, \Delta = 81, x = \frac{3 \pm 9}{-4}) \text{ — не отр. — не}$$

$$4x^3 + 12x^2 - 15x + 4 = 4x^3 + 12x^2 - 35x^2 - 66x + 11$$

$$4x^3 + 8x^2 - 47x^2 - 51x + 11 = 0$$

x — не целое число, y — не целое число. Определить можно нельзя

$x, y \approx 1,7$ (при $x=1, y=1$ — приближно: $6,76=5,2 \quad 7,56=7,2$)

Ответ: $x \approx 1,7, y \approx 1,7$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

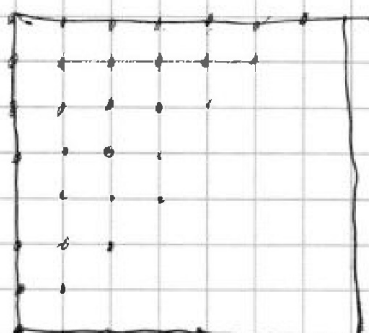
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Услов. $8 \cdot 8 = 64$ — все черные, способы раскрасить 2 узла в белый без поворотов и повторов:
 $\frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63 = 2016$, запомним это количество раскрасок получающихся поворотом и краше сущее, где 2 точки пересек симметрично относительно центра, так их 2.

Найдем количество раскрасок, где 2 точки симметричны относительно центра: отыщем на рисунке узлы, каждому из них соответствует по симметрии всего 1 узел, т.е. таких раскрасок: $32 \cdot 2 = 64 \cdot 32$.
получим, что: $2016 \cdot 32 + 16 = 496 + 16 = 512$
Ответ: 512 раскрасок.

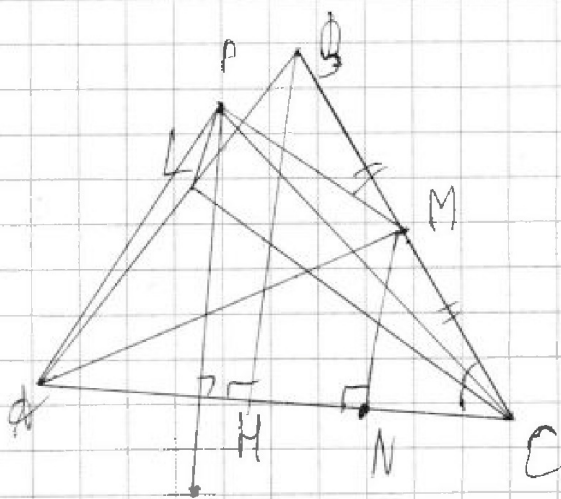


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $\angle ANM = 90^\circ$, т.к. опущены на диаметры AM , $PQ \perp AC$, $BN \perp AC$, $BM \perp AC \Rightarrow NM \parallel NB' \parallel PQ$

2. $\angle LPR = \angle QPM = 90^\circ$ — опущены на диаметры; $\angle AQM = \angle LQC = 90^\circ$ — опущены на диаметры.

3. $AM \parallel MN$, M — середина AC , $HN = NC$

4. Пусть $AN = x$, $HN = 5 - x$, $NC = 5 - x$

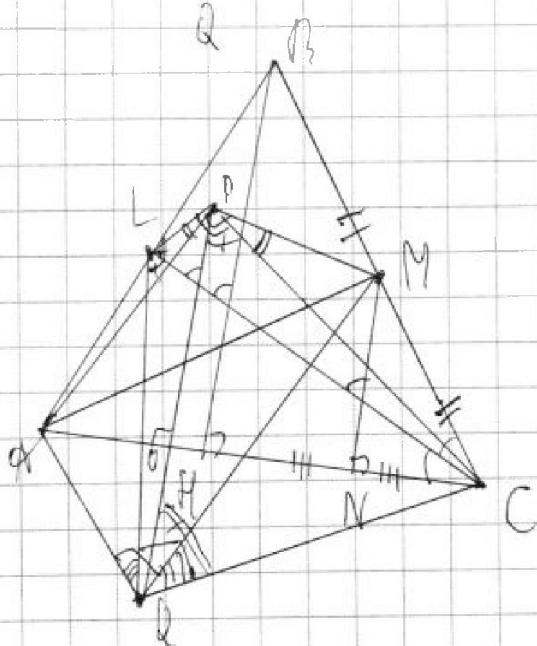
5. по т. Пифагора в $\triangle AHN$

$$NB = 36 - x^2$$

6. MN — средняя линия $\Rightarrow MN = 18 - x^2$

7. P и Q — симметричны относительно AC , $PQ \perp AC$

$$8. QC = PC; AP = AQ$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4}\sqrt{3-x} - 1 + \sqrt{3-x}(\sqrt{x+4} + 1) = 5 \quad |\sqrt{3-x} + 1|$$
$$\sqrt{x+4}(2-x) + \sqrt{3-x}(\sqrt{x+4} + 1)(\sqrt{3-x} + 1) = 5 \quad |\sqrt{3-x} + 5|$$
$$\sqrt{x+4}(2-x) + \sqrt{3-x}(\sqrt{3-x}(2+1) + \sqrt{3-x} + \sqrt{x+4} - 4) = 5$$

$$\sqrt{6} - 1 + 5 = 2\sqrt{6}$$
$$\sqrt{6} = 4$$

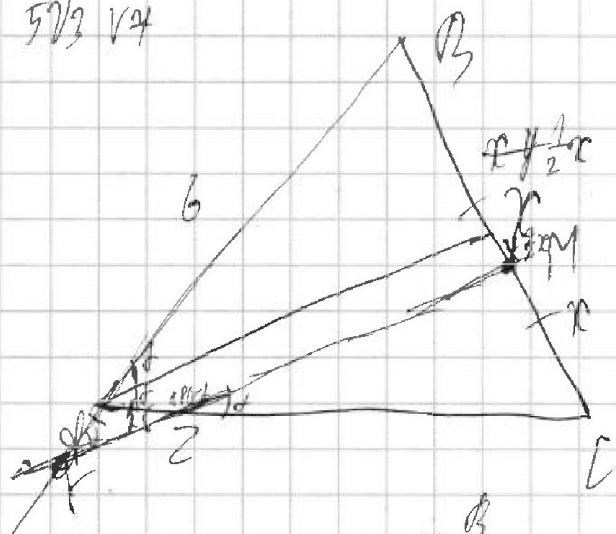
$$4x^4 + 8x^3 - 4x^2 - 5x + 11 = 0$$

$$\begin{array}{r} 11x^3 \\ - 9x^3 \\ \hline 2x^3 \end{array}$$

$$x = 1, 1$$

$$x^2(4x^2 + 8x - 11) = 0$$
$$x = y = \sqrt{2}$$
$$\sqrt{\sqrt{2}+4} - \sqrt{3-\sqrt{2}} + 5 = 2\sqrt{10-\sqrt{2}}$$
$$2\sqrt{10-\sqrt{2}} + \sqrt{3-\sqrt{2}} = 5 + \sqrt{5+4}$$
$$\sqrt{8,6} + \sqrt{1,6} = 5 + \sqrt{5,6}$$
$$3 + 1,3$$

$$4\sqrt{3} + \sqrt{3}$$
$$5\sqrt{3} \quad \sqrt{4}$$



$$AC=18, \quad \angle C=60^\circ, \quad \angle Z=80^\circ \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AK = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \angle Z=60^\circ \quad \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

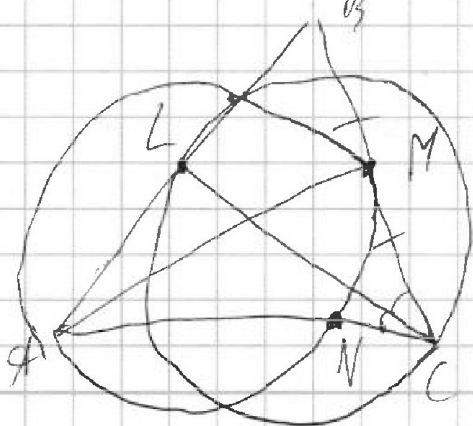
$$8 \cdot 8 = 64$$

$$36 \quad \angle C=120^\circ$$

$$BM = MC$$

$$\frac{x}{y} = \frac{12}{6} = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-64 + 96 - 24 - 4 =$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

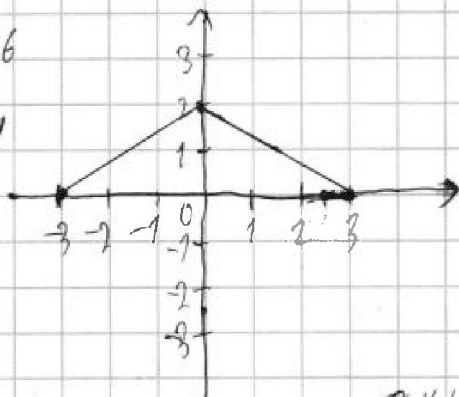
$$D = 16 + 8 = 24 = (2\sqrt{6})^2$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$12 - 2 \cdot (-2 + \sqrt{6}) = 12 - 36 - 12\sqrt{6}, \quad (-2 + \sqrt{6})^2 = 4 + 6 - 4\sqrt{6} = 10 - 4\sqrt{6} \quad 4 \cdot (-2 + \sqrt{6}) = -8 + 4\sqrt{6}$$

$$(2 + \sqrt{6})^2 = 10 + 4\sqrt{6} \quad (-2 - \sqrt{6})^2 = 10 + 4\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} 12x - 3y \leq 6 \\ 13x - 2y \leq 4 \end{cases}$$



$$x = 2, y =$$

$$-4 \quad x = 2$$

$$4 - 3y = -6$$

$$3y = 10$$

$$y =$$

$$x = 4$$

$$8 - 3y = 6$$

$$3y = 2$$

$$y =$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{3x(12-x)}$$

$$\sqrt{3-x} \cdot (2\sqrt{x+4} + 1) = 5 + \sqrt{x+4}$$

$$(4x^2 - 4x + 1)(x+4) =$$

$$= 4x^3 - 4x^2 + x + 16x^2 - 16x + 4 =$$

$$= 4x^3 + 12x^2 - 15x + 4$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 36196} \\ -36 \quad 196 \\ \hline 24 \quad 14 \\ -24 \quad 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 5 + \sqrt{5}$$

$$1,4 + 2 \cdot 1,4 \cdot 2,2 = 5 + 2,2$$

$$2,8 \cdot 2,2 + 1,4 = 5 + 2,2$$

$$6,16 + 1,4 = 5 + 2,2$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ + 69 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 28 \\ + 56 \\ \hline 616 \end{array}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{3x-x^2} \\ 12x^2 + 4x^2 = 2\sqrt{3x} \end{cases}$$

$$x < 3$$

$$x+4 + 10\sqrt{x+4} + 25 = 4 \cdot (12-x-x^2) + 4\sqrt{3x(12-x-x^2)} + 3x$$

$$12x - x^2 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$x_1 = \frac{-1 + 7}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-1 - 7}{2} = -4$$

$$(4+x)(3-x)$$

$$(-2x^2 - 3x + 11)$$

$$2x^2 + 3x - 11 < 0$$

$$D = 9 + 88 = 97$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$$3-x \cdot (4x+8+1+4\sqrt{x+4}) = 25 + 10\sqrt{x+4}$$

$$4x^2 + 6x - 22 = 0$$

$$2x^2 + 3x - 11 = 0$$

$$D = 9 + 88$$

$$(-2x^2 - 3x + 11)(2x^2 - 3x + 11) =$$

$$= 4x^4 + 6x^3 - 22x^2 + 6x^3 + 9x^2 - 33x - 22x^2 - 33x + 121 =$$

$$= 4x^4 + 12x^3 - 35x^2 - 66x + 121$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

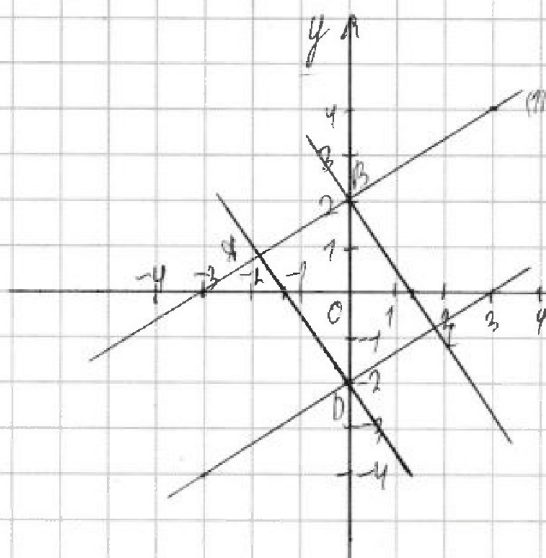
1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x-3y \leq 6 & (1) \\ 3x-2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

построим на координатной плоскости графики и найдем пересечение



$$\begin{aligned} 2x-3y &= 6, 2x-3y=6 \\ x=0, y &= -2, y=-2 \\ y=0, x &= 3, x=3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x-2y &= 4, 3x-2y=4 \\ x=0, y &= -2, y=-2 \\ y=0, x &= \frac{4}{3}, x=\frac{4}{3} \end{aligned}$$

ABCD - область пересечения

Найдем минимальное значение z

$$y_{\min} = -2 (x=0), 2x-3y=6, 3x-2y=4$$

$$y=2, x=0; 10x+5y=10$$

$$x=-\frac{1}{2}, y=0; 10x+5y=-13\frac{1}{2}$$

$$y=-1, x=$$

$$\times \frac{10}{19}$$

$$\begin{cases} 6x-4y=18 \\ 6x-4y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y=10-2x \\ 6x-4y=8 \end{cases} \Rightarrow y=$$

$$\begin{cases} 3x-2y=-4 & (1) \\ 2x-3y=6 & (2) \end{cases}$$

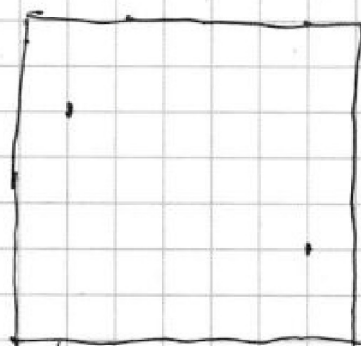
$$\begin{cases} 6x-4y=8 \\ 6x-9y=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5y=26 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4+2 \cdot \frac{26}{5} \\ 3 \end{cases}$$

$$\frac{-4}{3} - \frac{52}{15}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$



$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 32 \\ \hline 126 \\ + 489 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1984 \overline{) 14} \\ - 16 \quad 1496 \\ \hline 38 \\ - 36 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3x^2+5} = \sqrt{2x} \cdot \sqrt{x+4} + \sqrt{3x} \cdot \sqrt{x+4}$$

$$\sqrt{x+4} (\sqrt{3x^2+5} - 1) + \sqrt{3x} (\sqrt{x+4} + 1) = 5$$

$$\begin{array}{r} \times 98 \\ 18 \\ \hline 106 \\ + 18 \\ \hline 824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 6 \\ \hline 108 \\ + 18 \\ \hline 824 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 108 \\ 19 \\ \hline 108 \\ + 18 \\ \hline 824 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

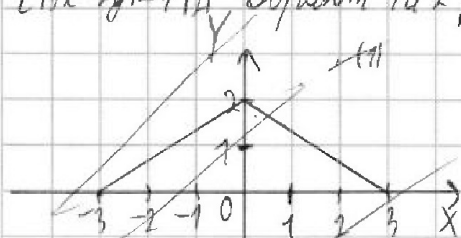
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

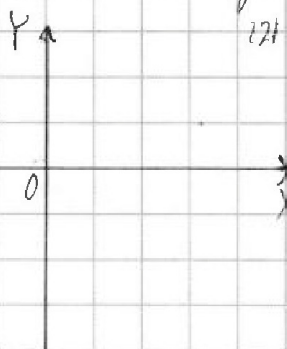
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

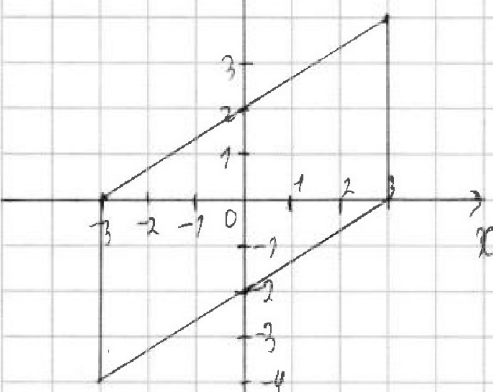
$|2x-3y| \leq 6$ (1) Выделим на координатной оси XY область, где значения x и y удовлетворяют
 $|3x-2y| \leq 4$ (2) Взяв 1 и 2 неравенства отдельно



(1)



$$\begin{aligned} 2x-3y &= 4 & 3x-4/2y \\ 3x-2y &= 4 & 2y=3x-4 \\ & & 2y=3x+4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x=1 \quad |2-3y| &\leq 6 \\ 2-3y &= -6, \quad 3y=8, \quad y=2\frac{2}{3} \\ x=2, \quad 4-3y &= -6, \quad 3y=10, \quad y=3\frac{1}{3} \\ -3 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x-3y &= -6 \quad | \quad 0.3 \\ 3x-2y &= 4 \quad | \quad -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x-9y &= -18 \\ -6x+4y &= -8 \\ -5y &= -26 \\ y &= \end{aligned}$$

$$-\frac{40}{3} = -13\frac{1}{3}$$

$$-\frac{8^3}{2} \cdot 10 + 0,25 \cdot 5 = -15 + 1,25 = -1$$