



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- † 1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

- † 2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

- + 3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- 4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

- † 5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух “средних линий” прямоугольника (“средней линией” прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- † 6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

- 7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = (x+3) \cdot \sqrt{x-6} \quad \text{Несогласно:}$$

$$\sqrt{25x-9} = (x+3) \cdot \sqrt{x-6} \quad \text{Несогласно:} \quad | : \sqrt{x-6} \neq 0$$

$$\frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}} = x+3, \quad * x+3 \geq 0; x \geq -3$$

Возведем обе части в квадрат, т.к. $x \geq -3$:

$$\frac{25x-9}{x-6} = x^2 + 6x + 9 \quad | \cdot (x-6) \neq 0$$

$$25x-9 = (x^2 + 6x + 9)(x-6)$$

$$25x-9 = x^3 - 50x - 45 = 0$$

I. $x-6 > 0, x > 6$.

$$\frac{1}{\sqrt{x-6}} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad | \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)} \neq 0$$

$$\sqrt{25x-9} = x+3, \quad * x+3 \geq 0, x \geq -3$$

Возв. в квадрат обе ≥ 0 :

$$25x-9 = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$x=1 \text{ не подг. под } 0 \neq 3, \quad x=18 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{1}{18}}$$

$x=18$ - необходимо проверить.

Проверка: $b = \frac{x+3}{\sqrt{18}} \text{ (из узн. сис.)}$
 $b = \frac{21}{\sqrt{18}} = 21 \cdot 144$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

Пусть b - первый член прогрессии, q - её знаменатель, тогда:

$$\begin{cases} bq^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \\ bq^8 = x+3, \\ bq^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{cases}$$

1.) $25x-9=0$
 $x = \frac{9}{25}$.

$$\begin{cases} bq^6 = 0, \\ bq^8 = 3\frac{9}{25}, \\ bq^{14} = 0. \end{cases}$$

Но так не бывает:
 $bq^6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0, \\ q=0, \end{cases}$ но
 $bq^8 = 3\frac{9}{25} \Rightarrow$ невозможно.

2.) $25x-9 \neq 0$.

Тогда, учитывая, что $b, q \neq 0$ (иначе не геом. прогрессия), а $x \in (-\infty; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$:

$$\begin{cases} \frac{bq^8}{bq^6} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}, \\ \frac{bq^{14}}{bq^6} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}, \\ q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \cdot (2). \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow q^4 = \frac{1}{|x-6|} \Rightarrow q^2 = \sqrt{\frac{1}{|x-6|}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{|x-6|}} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

Поскольку $|x-6| = \sqrt{(x-6)^2}$:

$$\frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad | \cdot \sqrt{(x-6)^2} \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)} \neq 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим, подставляя в изв. см.:

$$1.) 21 \cdot 144 \cdot \frac{1}{12\sqrt{12}} = \sqrt{441 \cdot 12}$$

$$21 \sqrt{12} = \sqrt{441} \cdot \sqrt{12}$$

$$21 = \sqrt{441} \quad \text{①}$$

$$2.) 21 \cdot 144 \cdot \frac{1}{144} = 21; \quad 21 = 21. \quad \text{①}$$

$$3.) 21 \cdot 144 \cdot \frac{1}{12\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{441}{12^3}};$$

$$21 \cdot \frac{1}{\sqrt{12^3}} = \frac{21}{\sqrt{12^3}} \quad \text{①}$$

$$x = 18 \Rightarrow b = 21 \cdot 144, \quad q = \sqrt[4]{\frac{1}{12}} \quad (\text{наименьш. м.к. } q^2 = \sqrt{\frac{1}{12}})$$

$$II. \quad x - 6 < 0 \Rightarrow x < 6. \Rightarrow x \leq \frac{9}{25} \text{ и из наим. возмож. } x \leq \frac{9}{25}.$$

$$\sqrt{\frac{1}{-(x-6)}} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{6-x}} = \frac{x+3}{\sqrt{9-25x} \cdot \sqrt{6-x}} \quad | \cdot \sqrt{9-25x} \cdot \sqrt{6-x} \neq 0.$$

$$\sqrt{9-25x} = x+3. \quad * x+3 \geq 0, \quad x \geq -3$$

Возв. в квадрат обе з. ≥ 0 :

$$9-25x = x^2 + 6x + 9; \quad x^2 + 31x = 0; \quad x(x+31) = 0.$$

$$x = -31 \text{ не подгн., м.к. } x \geq 0.$$

$$x = 0 \Rightarrow q^2 = \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow b = \frac{x+3}{q^8} = \frac{3}{\frac{1}{36}} = 3 \cdot 36 = 108.$$

$$\text{Проверим } x = 0, \quad q^2 = \sqrt{\frac{1}{6}}, \quad b = 108;$$

$$1.) 108 \cdot \frac{1}{6\sqrt{6}} = \sqrt{54}; \quad 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6} \quad \text{①}$$

$$2.) 108 \cdot \frac{1}{36} = 3; \quad 3 = 3 \quad \text{①}$$

$$3.) 108 \cdot \frac{1}{6\sqrt{6}} = \frac{3}{6\sqrt{6}}; \quad 3 = 3 \quad \text{①} \quad \text{Тогда: } x=0, b=108, q = \sqrt[4]{\frac{1}{6}} \quad (\text{наим. м.к. } q^2 = \sqrt{\frac{1}{6}}).$$

$$\text{Ответ: } x=0 (b=108, q = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}); \quad x=18 (b=21 \cdot 144, q = \sqrt[4]{\frac{1}{12}}).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П 2 (прод.)

Учитывая $\frac{9}{2} \leq y \leq 5$:

$$|y+4| + 4(y-5) = y+4-4y+20 = 24-3y.$$

Поскольку ~~у~~ $y \leq 5$, то $-3y \geq -15$.

$$24-3y \geq 24-15 \geq 9. \text{ По } \max(\sqrt{81-z^2}) = 9 \text{ при } z=0.$$

Выводим, левая $z \geq 9$, а прав. $z \leq 9$, тогда имеем $z=9 \Rightarrow y=5, z=0$.

Подставляя в 1 ур-ие системы:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}.$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}.$$

Для $0 \leq 3$ ж.м. $x+5 \geq 0$ и $1-x \geq 0$:

$$\sqrt{x+5} (1-2\sqrt{1-x}) + 4 - \sqrt{1-x} = 0.$$

$$\sqrt{x+5} (1-2\sqrt{1-x}) + (1-2\sqrt{1-x}) + 3 + \sqrt{1-x} = 0$$

$$(1-2\sqrt{1-x})(\sqrt{x+5}+1) + \sqrt{1-x} = -3.$$

Поскольку $-5 \leq x \leq 1$, то $-1 \leq -x \leq 5$,

$$0 \leq 1-x \leq 6.$$

$$0 \leq \sqrt{1-x} \leq \sqrt{6}$$

$$-2\sqrt{6} \leq -2\sqrt{1-x} \leq 0$$

$$1-2\sqrt{6} \leq 1-2\sqrt{1-x} \leq 1$$

$$\sqrt{x+5}+1 \geq 1, \sqrt{1-x} \geq 0 \Rightarrow (1-2\sqrt{1-x})(\sqrt{x+5}+1) + \sqrt{1-x} \geq 1-2\sqrt{6}.$$

$$1-2\sqrt{6} \leq -3$$

$$4\sqrt{2\sqrt{6}}; 2\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z},$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2}.$$

Од 3:

$$\begin{cases} x+5 \geq 0, \\ 1-x-4z \geq 0, \\ y-4x-x^2+z \geq 0, \\ 81-2^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5, & (1) \\ x \leq 1-4z, & (2) \\ y \geq x^2+4x-2, & (3) \\ -9 \leq z \leq 9 \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow -4z \geq x-1 \Rightarrow -z \geq \frac{x-1}{4}$$

$$(1) \Rightarrow y \geq x^2+4x-2 \geq x^2+4x + \frac{x-1}{4} = \frac{4x^2+17x-1}{4}$$

$$(1) \geq \frac{4 \cdot 25 - 17 \cdot 5 - 1}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

~~$$\text{Поэтому } |y+4| \geq 17,5 \Rightarrow 7,5$$~~

~~$$4|y-5| \geq 4(17,5) \Rightarrow 4|y-5| \geq 0.$$~~

$$(3) \Rightarrow z \geq x^2+4x-y \geq 25-20-y = 5-y$$

Если $-y \leq -5$, то $y \geq 5 \Rightarrow (y+4) \geq 9$, но $\max(\sqrt{81-2^2}) = 9$.

Значит, ~~$y \leq 5 \Rightarrow -y \geq -5$~~ .

~~$$\text{Поэтому } z \geq 5-y \geq 0, \Rightarrow z \leq 0 \Rightarrow -4z \leq 0$$~~

~~$$(2) \Rightarrow x \leq 1-4z \leq 1$$~~

~~$$(2) \Rightarrow -4z \geq x-1 \Rightarrow z \geq \frac{x-1}{4} \Rightarrow z \leq \frac{1-x}{4}$$~~

~~$$(2) \Rightarrow -4z \geq x-1, -4z \leq 1-x, z \leq \frac{1-x}{4}$$~~

~~$$(1) \Rightarrow -x \leq 5 \Rightarrow z \leq \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$~~

~~$$x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5 \quad (2) \Rightarrow -4z \geq x-1 \quad (2) \Rightarrow x \leq 1-4z \leq 1$$~~

~~$$x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.

$$p \cos 3x + 3(p+1) \cos x = 6 \cos 2x + 10.$$

П.к. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$, $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$:

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x - 4 = 0 \quad | : 4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0.$$

$$\cos x = t, \quad -1 \leq t \leq 1.$$

~~ВЗН~~
$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

~~ВЗН~~
$$(t-1)^3 + (p-1)t^3 = 0.$$

$$(t-1)^3 = (1-p)t^3 \quad | : t^3 \neq 0 \quad (t \neq 0 \text{ - не корень})$$

$$\left(\frac{t-1}{t}\right)^3 = 1-p.$$

$$\frac{t-1}{t} = \sqrt[3]{1-p}.$$

$$1 - \frac{1}{t} = \sqrt[3]{1-p} \quad | \cdot t \neq 0.$$

$$t - t \sqrt[3]{1-p} - 1 = 0.$$

$$t \left(1 - \sqrt[3]{1-p}\right) = 1.$$

1.) $1 - \sqrt[3]{1-p} = 0 \Rightarrow p = 0 \Rightarrow 0 = 1$ - так не бывает.

2.) $1 - \sqrt[3]{1-p} \neq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}.$

Чтобы это уравнение имело корни, необходимо, чтобы $\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \in [-1; 1]$ (п.к. $t = \cos x$).



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1.$$

1.) $\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1.$

$$\frac{1 - 1 + \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0; \quad \frac{\sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0.$$

Как как так и ~~не~~ ~~возможное~~ ~~фрагм.~~
Найдём нули з. и зн. и воспользуемся аб-
солютным методом интервалов:

Н. з.: $\sqrt[3]{1-p} = 0 \Leftrightarrow p = 1.$

Н. з.: $1 - \sqrt[3]{1-p} = 0 \Leftrightarrow p = 0.$

$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1 \Leftrightarrow p \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty).$
при $p = -100 \ominus$ 0 при $p = 9,5 \oplus$ 1 при $p = 100 \ominus$

2) $\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq -1; \quad \frac{1 + 1 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0;$

$$\frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0.$$

Сделаем так же:

Н. з. Н. з.: $2 - \sqrt[3]{1-p} = 0 \Leftrightarrow p = -7.$

Н. з.: $2 - \sqrt[3]{1-p} = 0 \Leftrightarrow p = 0.$

$\frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0 \Leftrightarrow p \in (-\infty; -7] \cup (0; +\infty).$
при $p = -100 \oplus$ -7 при $p = -1 \ominus$ 0 при $p = 100 \oplus$

Пересекая полученные уравнения: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$
Тогда $\cos x = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \Rightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty), x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

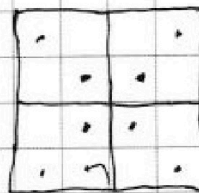
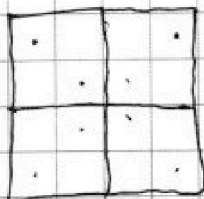
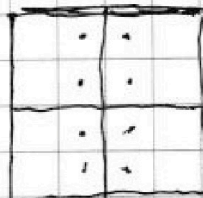
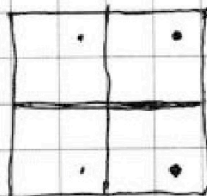
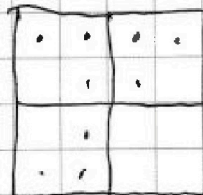
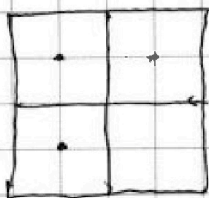
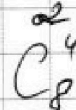
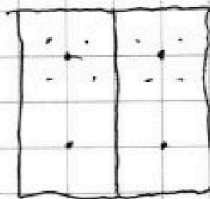
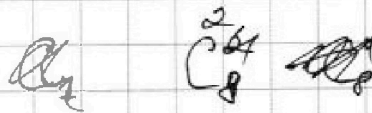
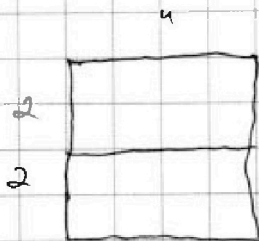


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

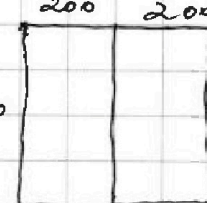
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5.

Необходимо закрасить 8 клеток, чтобы они были симм. отк-но центра, либо отк-но одной из ср. линий.

1.)  - симм. отк-но этой ср. линии. Тогда необходимо выбрать 4 клетки в верхней части произвольным образом, другие 4 точки выберутся автоматически. Способов: C_{20000}^4 ($20000 = 400 \cdot 50$).

2.)  - симм. отк-но этой ср. линии. Тогда выберем 4 к. в левой ч. Способы - C_{20000}^4 ($20000 = 200 \cdot 100$).

Заметим, что при таком подсчете мы дважды посчитали ~~те же самые~~ раскраски, симметричные отк-но ~~центру~~ ^{одной из ср. линий}. По-считаем их и вычтем!

 Достаточно выбрать 2 клетки в одной из четвертей, остальные выберутся автоматически. Способов: C_{10000}^2 .

Но ведь это и есть симметричные отк-но относительно центра! Тогда ответ: $2 \cdot C_{20000}^4 - C_{10000}^2$.

Ответ: $2 \cdot C_{20000}^4 - C_{10000}^2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

$a, b, c \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} a < b, \\ b-a \not\equiv 3, \\ (a-c)(b-c) = p^2, & (p - \text{н.ч.}), \\ a^2 + b = 710. \end{cases}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \text{либо } \begin{cases} a-c = p, \\ b-c = p, \end{cases} \text{ но так не бывает, т.к. } a \neq b.$$

$$\text{либо } \begin{cases} a-c = -p, \\ b-c = -p. \end{cases} \text{ (не бывает по аналог. причине),}$$

либо лишь одна из скобок: p и $\pm p^2$.

Поскольку $a < b$, то $a-c < b-c$, тогда:

$$1.) \begin{cases} a-c = -p^2, \\ b-c = -1. \end{cases} \Rightarrow a-b = 1-p^2.$$

$$2.) \begin{cases} a-c = 1, \\ b-c = p^2. \end{cases} \Rightarrow a-b = 1-p^2.$$

$$p^2 \text{ даёт либо ост. 0 при } \div 3, \text{ либо } 1 \quad \begin{matrix} \text{mod } 3 \\ \begin{array}{c|c} x & x^2 \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{array} \end{matrix}$$

$$p^2 \text{ даёт ост. 1} \Rightarrow a-b \div 3 \quad (1-p^2 \equiv 0 \pmod 3), \text{ но это невоз-}$$

$$\text{можно, т.к. } b-a \not\equiv 3.$$

$$\text{Тогда } p^2 \div 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$a-b = -8 \Rightarrow b = a+8.$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0.$$

$$(a+27)(a-26) = 0.$$

$$1.) a = -27 \Rightarrow b = -27+8 = -19. \text{ ~~Решение не подходит.~~$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a-c = -9, \\ b-c = -1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -27-c = -9, \\ -19-c = -1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -18, \\ c = -18. \end{cases}$$

Для $n.p.$ $(-27; -19; -18)$ все ун. выполнены.

$$\textcircled{2} \begin{cases} a-c = 1, \\ b-c = 9. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -27-c = 1, \\ -19-c = 9. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -28, \\ c = -28. \end{cases}$$

Для $n.p.$ $(-27; -19; -28)$ все ун. выполнены.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2.) a = 26 \Rightarrow b = 26 + 8 = 34.$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a - c = -9, \\ b - c = -1 \end{cases}; \begin{cases} 26 - c = -9, \\ 34 - c = -1. \end{cases}; \begin{cases} c = 35, \\ c = 35. \end{cases}$$

Две из. $(26; 34; 35)$ все из. верно.

$$\textcircled{2} \begin{cases} a - c = 1, \\ b - c = 9 \end{cases}; \begin{cases} 26 - c = 1, \\ 34 - c = 9 \end{cases}; \begin{cases} c = 25, \\ c = 25. \end{cases}$$

Две из. $(26; 34; 25)$ все из. верно.

Ответ: $(26; 34; 25), (26; 34; 35); (-27; -19; -18); (-27; -19; -28).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+5-1+x+4z=2\sqrt{\dots}=4y$$

$$y \geq 4x + 4^2 - z \geq \\ \geq -20 + 25 - \frac{6}{4} = 5 - 1,5 = 3,5.$$

$$x \geq -5 \\ *z \geq \frac{x-1}{4}$$

$$4(y-5) \geq 0. \quad y \leq 5. \quad -y \geq -5$$

$$z \geq -y + 4x + x^2 \geq -5 - 20 + 25 \geq 0. \quad z \geq 0.$$

$$y \geq x^2 + 4x - 12$$

$$x \leq 1$$

$$1 - x - 4z \geq 0$$

$$x \in [-5, 1]$$

$$z \geq 0.$$

$$x \leq 1 - 4z \leq 1.$$

$$5 \geq y \geq \frac{3}{2}$$

$$-4z \geq x - 1$$

$$-x \geq 1.$$

$$x \leq -1$$

$$z \leq \frac{1-x}{4} \leq 0. \quad z \leq 0.$$

$$-4z \geq x - 1$$

$$-4z \geq x - 1$$

$$-z \geq \frac{x-1}{4}$$

$$-z \geq \frac{x-1}{4} \geq 0.$$

$$z \leq \frac{1-x}{4}$$

$$x \leq 1.$$

$$1 - x - 4z \geq 0$$

$$x \leq 1.$$

$$x = 0.$$

$$-x \geq 4z - 1.$$

$$z \leq \frac{1-x}{4}$$

$$-x \geq -1$$

$$z \leq \frac{1}{4}$$

$$x \leq 1 - 4z$$

$$-x \geq -1.$$

$$1 - 4z \geq x$$

$$1 - \frac{5}{4} \geq 1 - 4 - \frac{5}{4} = -\frac{9}{4} = -2,25$$

$$\frac{1-x}{4} \geq 0$$

$$x \leq 1 - 4z$$

$$1 + 9 \sqrt{\dots} = 4 \sqrt{\dots}$$

$$z \geq 0$$

$$1 - x - 4z \geq 1 - 1 \geq 0.$$

$$1 - x \geq 1 - 4z$$

$$x \leq 1$$

$$1 - x - 4z \leq 1 + 5 \leq 6.$$

$$x \leq 5$$

$$x \leq 5$$

$$1 - x - 4z \leq -4$$

$$x + 5 \leq 6$$

$$x \leq 5$$

$$1 - x - 4z \leq 1 - 5 \leq -4.$$

$$z \geq 0$$

$$x \leq 1$$

$$y \geq \frac{2}{4}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. $|a| + |b| \geq |a+b|$ 

2022

$$|y+4| + |4y-20| \geq |5y-16| \geq \left| \frac{35}{2} - 16 \right| \geq \frac{3}{2}$$

$$x \geq -5$$

$$x \geq 1 - 4z$$

$$y \geq x^2 + 4x - 7$$

$$-22 \geq \frac{x-1}{4} \quad y \geq 25 + 20 - \frac{5}{4} = 5 - \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$$

$$27 \geq -4 + 4x + x^2$$

$$2 \geq -4y + 4 - 16z + 16z^2 + 8z + 1$$

$$46z^2 - 24z + (5 - 4y) \leq 0$$

$$\Delta = 24^2 - 4 \cdot 64 \cdot (5 - 4y) \geq 0. \quad | : 4$$

$$24 \cdot 24 - 64(5-y) \geq 0 \quad x = 64(4+y)$$

32

~~$$y - (5 - y) \geq 0 \quad y - 5 + y \geq 0 \quad y \geq -4$$~~

$$\frac{24 \pm \sqrt{4+4}}{32} = \frac{3 \pm \sqrt{4+4}}{4}$$

$$\frac{3 - \sqrt{y+y}}{4} \leq 2 \leq \frac{3 + \sqrt{y+y}}{4} \quad 2 \geq \frac{3 - \sqrt{y+y}}{4}$$

$\sqrt{2} \leq 3 + \sqrt{4+8} \rightarrow 3 + \sqrt{7,5}$

Ans $y \geq 3, 5$

$$Z \geq x^2 + 4x - y.$$

25-20-y

$$\int 2 \approx 5 - 4$$

李成生

$$y \leq 14$$

$$y \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right]$$

3, 5... 14.

~~$$5 - y \geq -9$$
$$y \leq 14$$~~

~~9 9 5 7 2~~

$$y = 5, z = 0.$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + y$$

$$= 2\sqrt{5-x-x^2}$$

25-20-
✓
X - X
✓

6	1	18	7	1
6	1	18	7	1

$$f: X \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

$$\frac{2}{3} = 0$$

95	95
14	1
X	X
2	1
+	X
5	2
X	+
1	80
80	14
14	0

10	0	25	1
25	1	20	4
4	4	1	4

[illegible]



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a < b \\ (a-c)(b-c) = p^2, \\ a^2 + b^2 = 710. \end{cases} \quad a-b \neq 3$$

$$\begin{cases} a-c \equiv p, \\ b-c \equiv p. \end{cases}$$

$$ab - ac = bc + c^2 = p^2$$

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p. \end{cases} \quad a=b.$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1. \end{cases}$$

$$a-b = p^2 - 1. \quad b-c > a-c$$

$$\begin{cases} a-c = 1, \\ b-c = p^2. \end{cases}$$

$$a-b = 1-p^2 \text{ или } a-b = 1+p^2.$$

$$a-b = 1-p^2$$

$$a-b = 1-p^2$$

$$p^2 \equiv 1 \text{ или } 0. \quad p^2 \equiv 3 \Rightarrow p=3.$$

$$\begin{matrix} x & x^2 \\ 3 & 9 \\ \hline 7 & 21 \\ \hline 0 & 7 \\ \hline 0 & 7 \\ \hline 2 & 14 \\ \hline 0 & 0 \end{matrix}$$

$$a-b = -p. \quad b = a+p$$

$$p \cos 3x + 3(p+y) \cos x = 6 \cos 2x + 1.$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x.$$

$$\begin{aligned} \cos(3x) &= \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 0 \\ &= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \sin x = \\ &= 2 \cos^3 x - 2 \cos x - 2 \sin^2 x \cos x \sin x = \\ &= 2 \cos^3 x - \cos x (2 - 2 \sin^2 x) \end{aligned}$$

$$(2 \sin^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x.$$

$$2 \cos^3 x - 2 \cos x (1 - \sin^2 x)$$

$$2 \cos^3 x - 2 \cos x$$

$$x = \pi$$

$$0 = y + \sqrt{y} + \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{4+5+4} = \sqrt{13} = \sqrt{13} + 1$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$(t-1)^3 = t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0.$$

$$(t-1)^3 = t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0.$$

$$y + \sqrt{y} = (1 - \sqrt{y})^2$$

$$y + \sqrt{y} = \sqrt{y} - \sqrt{y} + y$$

$$\sqrt{y} = y - \sqrt{y} + y$$

$$\sqrt{y} = 2y - \sqrt{y}$$

$$\sqrt{y} = 2y - \sqrt{y}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-z \geq \frac{x-1}{4}; \quad \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$(5-2)(5+2) \quad 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$-z \geq \frac{-5-1}{4} = -\frac{6}{4}$$

$$81 - z^2 \geq 81 - \frac{9}{4}$$

$$z \leq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$81 - z^2 \geq 79 \frac{3}{4}$$

$$z^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$x = -5 \quad \sqrt{6} (2 \pm 1)$$

$$-4z \geq x-1$$

$$-z \geq \frac{x-1}{4} \geq \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

или

$$y \geq 4x + x^2 - z \geq x^2 + 4x + \frac{x-1}{4} \geq$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{\quad} \quad \geq \frac{16x^2 + 12x - 1}{4}$$

$$z \leq \frac{3}{2}$$

$$z^2 \leq \frac{9}{4}; \quad -z^2 \geq -\frac{9}{4}$$

$$x = -3$$

$$\sqrt{2+4} = 2(2\sqrt{2} + 1)$$

$$\sqrt{2+2} = 4\sqrt{2} + 2$$

$$81 - z^2 \geq 81 - \frac{9}{4}$$

$$2 \cos^3 x - \cos x (1 + 2 - 2 \cos^2 x) =$$

$$= 2 \cos^3 x + 2 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x = 4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{8} \geq 0$$

$$1-p=8$$

$$p=-7$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{8} \geq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач думеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$b - a \neq 0$$

$$\begin{cases} a \neq b \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b^2 = 710 \end{cases}$$

$$4z \neq 1 - x$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 18 \\ \hline + 200 \\ 25 \\ \hline 450 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1787 \\ 64 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}} = \frac{x+3}{x-18}$$

$$x = 18$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\frac{1}{(x-6)}$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)}}$$

$$\Rightarrow q^2 = \sqrt{\frac{1}{12}}$$

$$b = \frac{x+3}{q^8} = 21.144$$

$$21.144 \cdot \frac{1}{12\sqrt{12}} =$$

$$\begin{array}{r} \times 529 \\ 1787 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} q^2 = \sqrt{\frac{1}{12}} \\ q^{14} = \frac{1}{\sqrt{127}} = \frac{1}{12^3 - \sqrt{12}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 21 \\ \hline 441 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 36 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$x \geq -5$$

$$-9 \leq z \leq 9$$

$$18$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\begin{cases} 1 - x - 4z \geq 0 \\ x \geq 4z + 1 \\ y - 4x - x^2 + z \geq 0 \end{cases}$$

$$(4z+1)^2$$

$$x \geq 4z + 1$$

$$y \geq 4x + x^2 - z \geq 16z + 4 + 16z^2 + 1 + 8z - z = 16z^2 + 23z + 1$$

$$z + 4 \geq 16z^2 + 23z + 1 = 16z^2 + 18z + 1$$

$$\begin{array}{r} 23^2 \\ 32 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23^2 \\ 32 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 32 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{23^2}{32} \cdot 16 + \frac{23^2}{32} + 1 = \frac{23^2}{16} + \frac{23^2}{32} + 1 =$$

$$= \frac{3 \cdot 23^2}{64} + 1 = \frac{1787}{64} + 1$$

$$\frac{3 \cdot 23^2}{64} + 1 = \frac{1787}{64} + 1$$

$$\frac{1787}{64} + 1 = \frac{1851}{64}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$b, b_1, \dots$

$$\begin{cases} b_1^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ b_1^8 = x+3, \\ b_1^{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 6080 \\ 590 \\ \hline 6570 \\ 55 \\ \hline 655 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6080 \\ 590 \\ \hline 6570 \\ 55 \\ \hline 655 \end{array}$$

$$q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2 \cdot (25x-9)}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$\begin{cases} q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \\ q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \end{cases}$$

$$x = \frac{9}{25}$$
$$x = 6$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{9}{25} \quad 6 \end{array}$$

$$b - x + 2 + x + 1$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{x+3}{(25x-9)(x-6)}} \\ q = \sqrt[4]{\frac{1}{(x-6)^2}}$$

$$x^3 - 6x^2 + 36x - 54$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ -9 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6080 \\ 590 \\ \hline 6570 \\ 55 \\ \hline 655 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ -9 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$53 - 50.5 = 45$$

$$8 - 50.2 = 45 = 0$$

$$12x = 25$$

$$9^3 - 50.9 = 45 = 0$$

$$729 - 450 = 45 = 0$$

$$\frac{4}{2} = \frac{1}{2} - 5$$

$$100 - 17.5 = 100 - 86 = 14$$

$$\frac{4}{2} = \frac{1}{2} - 5$$

$$1 - x = 1 - 5$$

$$1 - x + 2 + x + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -5$$
$$1 - x - 4z \geq 0$$

$$-4z \geq x - 1 \quad -z \geq \frac{x-1}{4}$$

$$z \geq x^2 + 4x - y \geq 25 - 20 - 5 \geq 0$$
$$x = 1 - 4z \leq 1$$

$$-4z \geq x - 1$$

$$4z \leq 1 - x; \quad z \leq \frac{1-x}{4}. \quad z \leq \frac{1-5}{4} \leq -1. \quad \begin{matrix} x \geq -5 \\ -x \leq 5 \end{matrix}$$

$$-4z \geq x - 1; \quad 4z \leq 1 - x; \quad z \leq \frac{1-x}{4} \leq \frac{1+5}{4} \leq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{или } -x \leq 5 \Rightarrow x \geq -5. \quad z \leq \frac{3}{2}, \quad -z \geq \frac{3}{2}$$

$$\text{или } z \geq 0, \quad -z \leq 0$$

$$y \geq 25 - 20 + \frac{3}{2} = y \geq 25 - 20 + \frac{3}{2} \geq 5 + \frac{3}{2} \geq 6,5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4z} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$
$$z \leq \frac{3}{2}, \quad -z \geq -\frac{3}{2}$$

$$z \in [0; \frac{3}{2}]$$

$$-x^2 - 4x \geq -z - y$$
$$x^2 + 4x \leq z + y \leq \frac{3}{2} + 5$$

$$x^2 + 4x - 6,5 \leq 0$$

$$2x^2 + 8x + 13 \leq 0$$

$$16 + 4 \cdot 6,5$$

$$-4 \pm \sqrt{40}$$

$$-2 - \sqrt{10} \leq x \leq -2 + \sqrt{10}$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$-2 \pm \sqrt{10}$$

$$4z \leq 1 - x \quad z \leq \frac{1-x}{4} \leq \frac{1-2-\sqrt{10}}{4}$$

$$x \geq -2 - \sqrt{10}$$
$$-x \leq 2 + \sqrt{10}$$

$$z \geq x^2 + 4x - y \geq 6,5 - 5 \geq 1,5$$

$$-4z + 4x + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z \in [0; \frac{3}{2}], x \in [-5; 1], y \in [3; 5].$$

$$z \geq x^2 + 4x - y \geq 0.$$

$$-4z \geq x-1; z \leq \frac{1-x}{4}.$$

$$x \geq 1. \\ z \geq 0 \Rightarrow -z \leq 0$$

$$1-x-4z \geq 0; x \leq 1-4z \leq 1.$$

$$-4z + 1 - x \geq 0; 4z - 1 + x \leq 0; z \leq \frac{1-x}{4}. \quad x \leq -5$$

$$x+4z \leq 1$$

$$5 \cdot \frac{z}{2} \quad -x \geq 5 \\ x^2 \geq 25 \\ -x^2 \leq -25$$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq |y+4+4y-20| = |5y-16| \\ 15y-16 \geq \frac{3}{2}.$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$x \geq -5 \\ -x \leq 5$$

$$(x+5)(1-4z) = x - x^2 - 4zx + 5 - 5x - 20z$$

$$y \leq 5 \quad -4x \leq 20 \quad -x^2 \leq -25 \quad z \leq \frac{3}{2}$$

$$\geq 11,5 \quad x \geq -5 \\ -x \leq 5$$

$$x \geq 5 \quad z \leq \frac{3}{2} \quad -z \leq 0$$

$$7,5 + 4 = 11,5 \quad 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \leq \sqrt{6} \quad x \leq 1$$

$$1-x-4z \leq 1+5 \leq \sqrt{6} \quad \begin{cases} y \leq 5 \\ -4x \leq 20 \\ -x^2 \leq -25 \\ z \leq \frac{3}{2} \end{cases} \quad -x \leq 5$$

$$y = 2\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\leq 2\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$x+5 \geq 0 \\ 1-x-4z$$

$$4\sqrt{2}\sqrt{6}$$

$$4 \leq 2\sqrt{6}$$

$$15-26 \geq 12+206$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+5 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+5} \geq 0$$

$$1-x-4z \leq 6, \text{ м.к. } -x \leq 5, z \leq 0.$$

$$\text{Погда } -\sqrt{1-x-4z} \geq -\sqrt{6}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}$$

$$1. z = \sqrt{x+5} + \sqrt{1-x-4z} + 4 \geq 4 - \sqrt{6}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 4$$

$$x \in [-5; 1], y \in [\frac{3}{2}; 5], z \in \alpha + b + 2\sqrt{ab} = 4\alpha b + 16 - 16\sqrt{ab}$$

$$\alpha + b + 14\sqrt{ab} - 4\alpha b = 16$$

$$y < 5 \Rightarrow 4y - 5 < 0 \Rightarrow |y - 5| > 0$$

$$\alpha b = t^2$$

$$f = |y+4| + 4|y-5| = y+4+4y-20 = 5y-16.$$

24

$$y+4-4y+20 = 24-5y.$$

$$y$$

$$24-3y \geq$$

$$y \leq 5$$

$$-y \geq -5$$

$$-3y \geq -15$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0.$$

$$(x-1)(x+5)$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{5-4x-x^2} - 4.$$

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 4.$$

$$a - 2\sqrt{ab} + b = 4\alpha b + 16 - 16\sqrt{ab}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 4 = 2\sqrt{ab}.$$

$$(1-x)(x+5) \geq 0.$$

$$\sqrt{a}(1-2\sqrt{b}) + 4 - \sqrt{b} = 0$$

$$1-2\sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}(1-2\sqrt{b}) + 1-2\sqrt{b} + \sqrt{b} + 3 = 0$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{1-x}$$

$$(1-2\sqrt{b})(\sqrt{a}+1) + \sqrt{b} + 3 = 0.$$

$$\begin{cases} -x \geq -1 \\ -x \leq 5 \end{cases}$$

$$\geq 1$$

$$-x \leq 5$$

$$1-x \leq 6.$$

$$\sqrt{1-x} \leq \sqrt{6}$$

$$1-2\sqrt{b}$$

$$1-2\sqrt{b} \leq 1-2\sqrt{b}$$

$$\begin{cases} 1-x \geq 0, \\ 1-x \leq 1 \end{cases}$$

$$1-2\sqrt{b}$$

$$\sqrt{1-x} \geq 0, \sqrt{1-x} \leq 2.$$

$$-3 \geq 1 - 4\sqrt{1-x} \geq 1,$$