



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть (b_n) - данная геом. прогр.

тогда $b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ $b_{13} = 5-x$ $b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

по свойству геом. прогрессии. мы знаем, что:

$$k > 1, k \leq n$$

$$b_k^2 = b_{k-1} \cdot b_{k+1}$$

замечим:

$$k \geq 2, k \leq n-1$$

$$b_{k-1}^2 = b_{k-2} \cdot b_k \quad b_{k+1}^2 = b_{k+2} \cdot b_k$$

$$b_k^4 = b_{k-1}^2 \cdot b_{k+1}^2$$

$$\text{т.е. } b_k^4 = b_{k-2} \cdot b_k \cdot b_{k+2} \cdot b_k$$

$$b_k^2 = b_{k+2} \cdot b_{k-2}$$

$$\text{аналогично } b_k^2 = b_{k+e} \cdot b_{k-e}, e \in \mathbb{N}, k-e \geq 1$$

воспользуемся этим:

$$\begin{aligned} b_{13}^2 &= b_{15} \cdot b_{11} \\ b_{11}^2 &= b_{13} \cdot b_9 \\ b_9^2 &= b_7 \cdot b_{11} \\ b_{11}^4 &= b_{13}^2 \cdot b_7 \cdot b_{11} \\ b_{13}^4 &= b_{15}^2 \cdot b_{11}^2 = b_{15}^2 \cdot b_{13} \cdot b_9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{11}^2 &= b_7 \cdot b_{15} \\ b_{11}^2 &= b_9 \cdot b_{13} \\ b_9^2 &= b_7 \cdot b_{11} \\ b_{11}^4 &= b_9^2 \cdot b_{13}^2 = b_7 \cdot b_{11} \cdot b_{13}^2 \\ b_{11}^4 &= b_7^2 \cdot b_{15}^2 \end{aligned}$$

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15}$$

$$b_{13}^2 = b_{11} \cdot b_{15}$$

$$b_{13}^4 = b_{11}^2 \cdot b_{15}^2$$

$$b_{13}^4 = b_7 \cdot b_{15}^3$$

т.к.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{кл. } (5-x)^4 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (\sqrt{13x-35}(x+1))^3$$

$$\begin{cases} (5-x)^4 = (13x-35) \cdot \frac{1}{(x+1)} \cdot (13x-35) \cdot (x+1) & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (13x-35) \cdot (x+1) > 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} (5-x)^4 = (13x-35)^2 & (a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq -1 \end{cases}$$

$$(a) \begin{cases} (5-x)^2 = 13x-35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (5-x)^2 = 35-13x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+5)(x-2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-20)(x-3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -5 \end{cases}$$

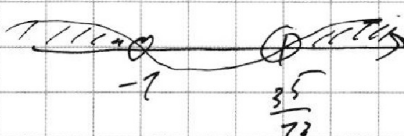
$$\begin{cases} x = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq -1 \end{cases}$$

$$(2) (13x-35) \cdot (x+1) > 0$$

$$\left(x - \frac{35}{13}\right)(x+1) > 0$$



$$\begin{cases} x > \frac{35}{13} \\ x < -1 \end{cases}$$

(1) + (2)

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \\ x = 20 \\ x = 3 \\ x > \frac{35}{13} \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2 &< 2\frac{9}{13} \\ 3 &> 2\frac{9}{13} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \{-5; 3; 20\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2} & (2) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2} & (1) \end{cases}$$

$$(1) |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$

$$2^2 \geq 0 \quad \text{и.} \quad 169 - 2^2 \leq 169 \quad \text{и.} \quad \sqrt{169-2^2} \leq \sqrt{169} \quad \sqrt{169-2^2} \leq 13$$

$$1. \text{ а) } y \geq 12$$

$$|y+1| + 3|y-12| = y+1+3y-36 = 4y-35 \geq 13$$

$$2. \text{ а) } y \leq -1$$

$$|y+1| + 3|y-12| = -y-1-3y+36 = 35-4y \geq 13$$

$$3. \text{ а) } -1 < y < 12$$

$$|y+1| + 3|y-12| = y+1-3y+36 = 37-2y \geq 13$$

$$\text{и.} \quad |y+1| + 3|y-12| \geq 13$$

$$\sqrt{169-2^2} \leq 13$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$

$$\text{и.} \quad \begin{cases} \sqrt{169-2^2} = 13 & (a) \\ |y+1| + 3|y-12| = 13 & (b) \end{cases}$$

$$(a) \quad 169 - 2^2 = 169$$

$$2^2 = 0$$

$$2 = 0$$

$$(b) \quad |y+1| + 3|y-12| = 13$$

равенства при $y \geq 12$

$$|y+1| + 3|y-12| = y+1+3y-36 = 4y-35 = 13$$

$$\text{и.} \quad \text{равенства при } y \leq -1$$

$$4y = 48$$

$$y = 12$$

$$\text{и.} \quad \begin{cases} 2 \leq 0 \\ y = 12 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) + (2) :

$$\begin{cases} z=0 \\ y=12 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \quad (1)$$

$$(1) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-0+5} = 2\sqrt{12+x-x^2+0}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x})^2 = (2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5)^2 & (3) \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5 \end{cases}$$

$$(3) \quad x+3 + 4-x - 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 4(x+3)(4-x) - 20\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$7 = 4(x+3)(4-x) - 18\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} + 25$$

$$2(x+3)(4-x) - 9\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} + 9 = 0$$

$$\text{пусть } a = \sqrt{(x+3)(4-x)}, \quad a \geq 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$D = 81 - 2 \cdot 9 \cdot 9 = 9 \cdot 9 - 9 \cdot 8 = 9$$

$$a = \frac{9 \pm 3}{4}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{(x+3)(4-x)} = 3$$

$$\sqrt{(x+3)(4-x)} = \frac{3}{2}$$

$$(x+3)(4-x) = 9 \quad (4)$$

$$(x+3)(4-x) = \frac{9}{4} \quad (5)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4) (x+3)(4-x)=9$$

$$4x - x^2 + 12 - 3x = 9$$

$$-x^2 + x + 12 = 9$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x < 4 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 < x < 4 \\ 2x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 < 2x < 8 \\ 2x = 1 \pm \sqrt{13} \end{cases}$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$1 \pm \sqrt{13} > -6$$

$$1 \pm \sqrt{13} < 8$$

$$(5) (x+3)(4-x) = \frac{9}{4}$$

$$-x^2 + x + 12 = \frac{9}{4}$$

$$4x^2 - 4x - 39 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40 = 640$$

$$x = \frac{4 \pm 8\sqrt{10}}{4 \cdot 2}$$

$$x = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 \pm 2\sqrt{10}}{2} \\ -3 < x < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 < 2x < 8 \\ 2x = 1 \pm 2\sqrt{10} \end{cases}$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} > -6$$

$$1 \pm 2\sqrt{10} < 8$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}, 12, 0 \right), \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}, 12, 0 \right), \left(\frac{1+2\sqrt{10}}{2}, 12, 0 \right), \left(\frac{1-2\sqrt{10}}{2}, 12, 0 \right) \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разделим прямоугольник на 4 части по средним линиям по $100 \cdot 125 = 12500$ клеток. Заметим, что ~~у прямоугольника~~ ~~каждый~~ закрашив 4 клетки в одной половине прямоугольника для симметрии во второй половине, откосительна средней линии.

Пусть нам надо покрасить прямо-к симметрично, откосительно одной из средних линий. Заметим, что закрашив 4 клетки в одной из половинок прямо-ка, раскраска во второй определяется однозначно, а значит всего у нас способов так раскрасить -

$\binom{4}{2} \cdot 2 = 6$. С другой ср. л. очевидно так же.

Аналогично, если покрасить какие-то не симметричные откосительно центра клетки, то оставшиеся красятся однозначно. Также заметим, что если первую клетку закрасить у нас 50000 способов, то вторую уже на 2 меньше (без закрашенной и симметричной ей), 4 третья еще на 2 меньше и т.д., тогда всего способов: $2 \cdot 50000 \cdot 49998 \cdot 49996 \cdot 49994$

Среди этих способов 2 по 2-м и 3-м, представлены все возможные способы покрасить такой прямоугольник восьми клетками, но некоторые способы повторяются:

Для разных ср. л. повторяются способы, когда симметрия выполняется относительно обеих. Но и с центром - то же самое, ведь если 4 клетки симметричны относительно центра и относительно ср. л., то они симметричны и относительно второй. Значит если мы сложим все способы выше, то нам надо будет вычесть гроза повторяющиеся.

А их $\binom{2}{2} \cdot 2 = 2$ (т.к. для 100 в каждой четверти должно быть по 2 клетки, а поставив в одну, ост. опред. однозначно).
Ответ: $2 \cdot \binom{4}{2} \cdot 2 + 50000 \cdot 49998 \cdot 49996 \cdot 49994 - 2 \cdot \binom{2}{2} \cdot 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Намного больше задач~~
~~Решение~~

пусть призма была $ABCA_1B_1C_1$
 $AB=BC=AC=1$

$$S_{A_1ACC_1} = S_{AA_1B_1B} = 4$$

$$S_{CC_1B_1B} = 3$$

$$A_1H_1 = \frac{S_{A_1ACC_1}}{AC} = 4 = A_1H_2$$

пусть A_1H - вис призмы
(прямая содерж.)
 $\angle H_1H \perp AC$ / по Т. 3 перп.
 $H_1H \perp AB$ / по Т. 3 перп.

сд. AA_1 пусть $A_1H = 6$

$$HH_1 = HH_2 = \sqrt{4^2 - 6^2}$$

(ал)

~~сд.~~ AH - вис $\angle BAC$ (прямая содерж.)

сд. HH - мед и вис из $\text{пл. } ABC$
 $AH \cap BC = K$

$$\left. \begin{array}{l} AK \perp BC \\ A_1H \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow AA_1H \perp BC \text{ / по пр.}$$

~~сд.~~ $AA_1 \perp BC$ ~~сд.~~ $CC_1 \perp AB$

$$\left. \begin{array}{l} KK_1 \perp BC \\ K \in AA_1H \end{array} \right\} \Rightarrow K_1 \in AA_1H$$

$$KK_1 = \frac{S_{CC_1B_1B}}{BC} = 3 = AA_1$$

$$AH = \sqrt{3^2 - 6^2}$$

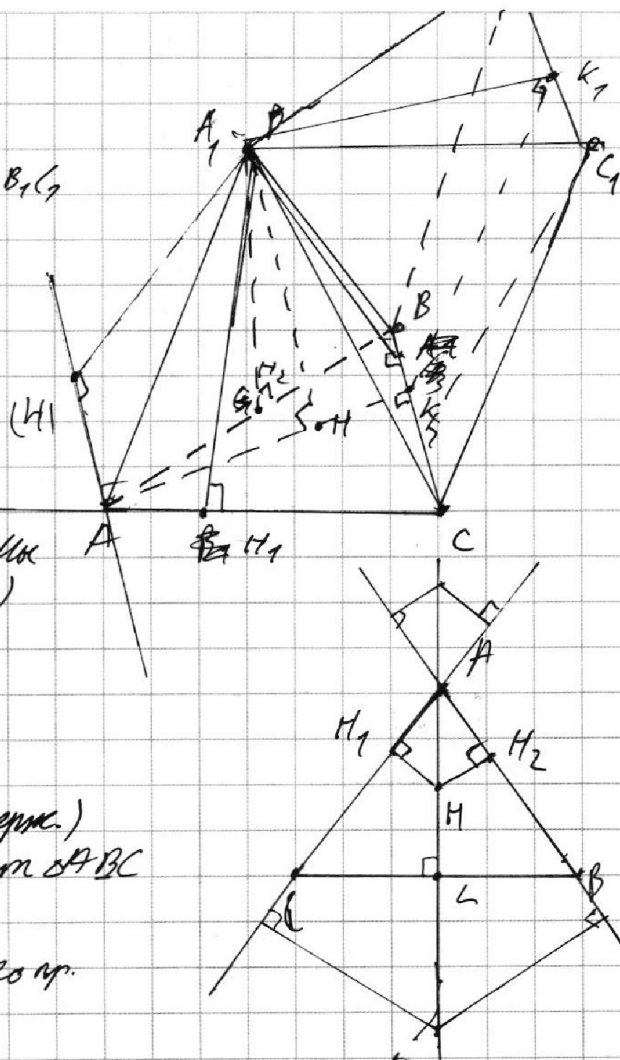
Т. Н. - где-то на вис AA_1 прямая содерж.

вис $\triangle ABC$ из A , пусть точка перес. этой прямой с BC - L

$$\angle HAH_2 = \angle LAB, \angle HH_2A = \angle ALB = 90^\circ$$

$$\text{сд. } \triangle AH_2H \sim \triangle ALB$$

$$LB = \frac{1}{2}, AL = \frac{\sqrt{3}}{2}, AB = 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{сл. } \frac{AH}{AB} = \frac{HH_2}{LB}$$

$$\frac{\sqrt{3^2 - h^2}}{1} = \frac{\sqrt{4^2 - h^2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{3^2 - h^2} = 2\sqrt{4^2 - h^2}$$

$$2\sqrt{4^2 - h^2} > \sqrt{3^2 - h^2}$$

сл. такой случай невозможен.

2сл) AH - бис. $\angle BAN$ (прямая содержит), где N - т. на AC за A то тогда $AH \parallel AC$

т.к. $\angle ABC = 60^\circ$ и $\angle NAB = 120^\circ$

$$\text{сл. } \angle HAB = \angle ABC = 60^\circ$$

сл. $AA_1H \perp ABC$ / т.к. A_1H - выс.

сл. если CH_C - ^{высота} ~~прямая~~ $H_C \in BC$, т.к. $BCC_1 \parallel AA_1H$, т.к.

$BC \parallel AH$ и $AA_1H \perp BC$

сл. CH_C - выс. в BCC_1B_1

$$\text{сл. } CH_C = \frac{SCC_1H_B}{BC} = 3$$

сл. $A_1H = CH_C$ / как высоты призмы.

$$\text{сл. } A_1H = 3$$

Ответ: 3

(два случая т.к. расстояния до пересекающихся прямых от точки H равны).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z = 0$$

$$y = 12$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$(x+3) + 4-x - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(x+3)(4-x) - 10\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$z - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(x+3)(4-x) - 10\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$a = \sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$z - 2a = 4a^2 - 10a + 25$$

$$4a^2 - 8a + 18 = 0$$

$$2a^2 - 4a + 9 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = -10 < 0$$

$$(a-b)^2 = (2ab-5)^2$$

$$a-b = 2ab-5$$

$$a-b = 5-2ab$$

$$y < -1$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos^2 x$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} + \sqrt{4-x}$$

$$x+3+25+10$$

$$-1-13-2\sqrt{13}+2\sqrt{13}+2+12=0$$

$$-(1+\sqrt{13})^2 + 2+2\sqrt{13}+12=0$$

$$x - \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 + \frac{1+\sqrt{13}}{2} + 12 = 9$$

$$-x^2 + x + 12 = 9$$

$$+12 -$$

$$9 - 98 = 27 - 40 = -35$$

$$12 - \frac{1-13}{4}$$

$$7 +$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} + \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) / \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} + \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) = 9$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{2} + \frac{1-\sqrt{13}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, featuring geometric diagrams and calculations.

Geometric Diagrams:

- Top left: A complex geometric construction involving a circle, a triangle, and several intersecting lines.
- Top center: A 3D diagram of a pyramid with a cross-section, labeled with h and 0 .
- Top right: A diagram of a V-shaped object, possibly a folded sheet or a specific geometric figure.
- Middle left: A diagram of a triangle with internal lines and a circle.
- Middle center: A diagram of a triangle with a vertical line segment labeled h and a horizontal line segment labeled 1 .
- Middle right: A diagram of a triangle with a vertical line segment labeled h and a horizontal line segment labeled 1 .
- Bottom left: A diagram of a triangle with a vertical line segment labeled h and a horizontal line segment labeled 1 .
- Bottom center: A diagram of a triangle with a vertical line segment labeled h and a horizontal line segment labeled 1 .
- Bottom right: A diagram of a triangle with a vertical line segment labeled h and a horizontal line segment labeled 1 .

Equations and Calculations:

- $x = 2\sqrt{x} = 2$
- $x^2 = 4$
- $2\sqrt{x} = 1 + 0$
- $\frac{1}{1 + \sqrt{3^2 - h^2}} = \frac{1}{2\sqrt{4^2 - h^2}}$
- $2\sqrt{4^2 - h^2} = 1 + \sqrt{3^2 - h^2}$
- $s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 9 = \frac{1}{2} \cdot 18$
- $x^2 = 4$
- $4 \cdot 4 \cdot 3$
- $\sqrt{4^2 - h^2}$
- ≤ 4
- $S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (a + b + c) =$
- $= a + \frac{c}{2} \quad 16 - 1 = 15$
- $p = 15 = \frac{3}{2}$
- $S = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = a + \frac{c}{2}$
- $\sqrt{3^2 - h^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sqrt{3} = 4a + 2c$
- $\sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{4^2 - h^2} + 2\sqrt{3^2 - h^2}$
- $9 - h^2 = \frac{3}{4}$
- $9 - \frac{3}{4} = h^2 \quad h = 2\sqrt{2}$
- $9 \cdot 4 = 28 \quad 3 = \frac{25}{4} \quad \frac{5}{2} = h$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -3$$

$$\frac{(13x-35)}{x+1} \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)^3$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$z=0$$

$$y=12$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$$

$7+3 > 0$ $z \leq 13$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$y \geq 12$$

$$y+1+3y-36 = -1$$

$$-y-1+3y-36 = 2y-37$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x(x+3)(4-x)}$$

$$y+1+36-3y$$

$$a-b+5=2ab$$

$$37-2y$$

$$a_1 a_2 a_3 a_4$$

$$|y+1| + 3|y-12| = 13$$

$$2\sqrt{|y+1| \cdot |y-12|}$$

$$b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = 5-x$$

$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$b_{13}^2 = b_{15} \cdot b_{11}$$

$$b_{11}^4 = b_{15}^2 \cdot b_7^2$$

$$b_{11}^2 = b_{15} \cdot b_7$$

$$b_{11}^2 = b_{15} \cdot b_7$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot (13x-35) = (5-x)^3$$

$$b_{11}^2 = b_{13} \cdot b_9$$

$$b_{11}^4 = b_{13}^2 \cdot b_9^2 = b_7^2 \cdot b_{13}^3$$

$$\left(\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}}\right)^3 \cdot (x+1) = (5-x)^3$$

$$b_9^2 = b_7 \cdot b_{13}$$

$$b_7^2 \cdot b_{13}^2 = b_{15} \cdot b_7$$

$$b_{15}^2 \cdot b_7^2 = b_{13}^3$$

$$\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (13x-35)(x+1) = (5-x)^3$$

$$b_{15}^2 \cdot b_7^2 = b_{13}^3 \cdot b_7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

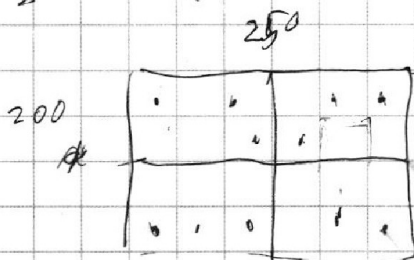
$$a_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

~~$$a_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$~~

$$a_{13} = 5-x \quad a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

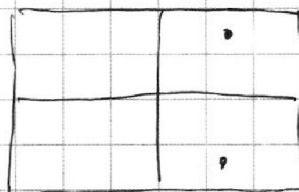
$$a_{13} = \frac{a_{15} + a_{11}}{2}$$

$$a_{11} = 2a_{13} - a_{15}$$



$$a_9 = 3a_{13} - 2a_{15}$$

$$a_9 = \frac{a_{11} + a_2}{2}$$



$$2a_9 = a_{11} + a_2$$

$$6a_{13} - 4a_{15} = 2a_{13} - a_{15} + a_2$$

$$4a_{13} - 3a_{15} = a_2$$

$$4(5-x) + \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$20 - 4x + \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$24 - 4(x+1) + \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

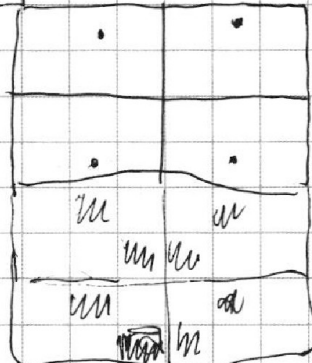
$$a = \sqrt{x+1}$$

$$b = \sqrt{13x-35}$$

$$24 - 4a^2 + ab = \frac{b}{a^3}$$

$$24a^3 - 4a^5 + a^4b = b$$

$$4a^3(6 - a^2) = b(1 - a^4)$$



$$25000 \div 2 + 25000 \div 2 - 25000 \div 2 + 25000 \div 2 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

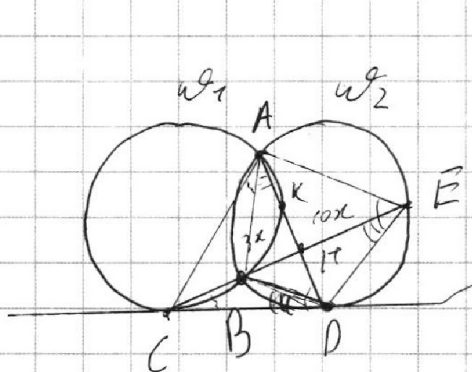
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



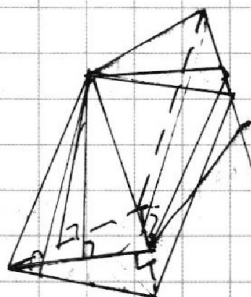
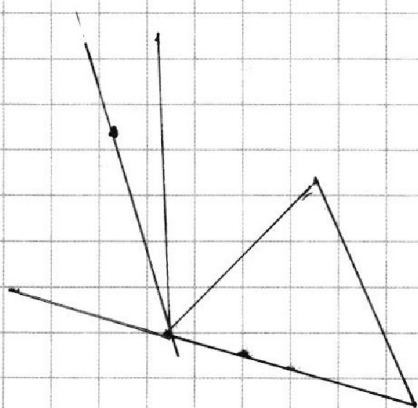
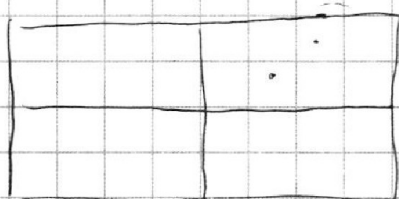
$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

~~KB BH~~

$$BH \cdot CH = HK \cdot HA$$

$$CD^2 = \cancel{KD} \cdot AD$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

