



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$b_n \in \mathbb{R} \quad b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad b_{13} = 5-x \quad b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

Т.к. подкоренное выражение больше или равно 0, то $\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$

Пусть q - знаменатель прогрессии

$$b_{13} = b_7 \cdot q^6 \rightarrow 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6$$

$$b_{15} = b_{13} \cdot q^2$$

Если $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 0$, то $5-x \neq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{35}{13} \text{ не корень} \Rightarrow q^6 = \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} \cdot (5-x)$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) \cdot q^2$$

Если $5-x=0$, $x=5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0 \Rightarrow x=5 \text{ не корень}$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

$$q^6 = (q^2)^3 \Rightarrow \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} = (5-x) = \frac{\sqrt{(13x-35)^3 \cdot (x+1)^3}}{(5-x)^3}$$

① При $x=5$ прогрессия $\rightarrow b_7 \neq 0$
 $b_{13} = 0$ что невозможно, т.к.
 $b_{15} \neq 0$ $b_{15} = b_{13} \cdot q^2$

② При $x=-1$ дроби b_7 не сущ.

③ При $x = \frac{35}{13}$ $b_7 = 0$, что невозможно, т.к.
 $b_{13} \neq 0$ $b_{13} = b_7 \cdot q^6$

Тогда

$$(5-x)^4 = \sqrt{(13x-35)^4}$$

$$(x^2 - 10x + 25)^2 = (13x-35)^2$$

$$\begin{cases} x^2 - 10x + 25 = 13x - 35 \\ x^2 - 10x + 25 = -13x + 35 \end{cases}$$

прог.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1}$ (орог.)

$$\begin{cases} x^2 - 23x + 40 = 0 \\ x^2 + 3x + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow D = 529 - 4 \cdot 40 = 369 = 9 \cdot 41 \Rightarrow x = \frac{23 \pm 3\sqrt{41}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{реш. нет} \quad D = 9 - 4 \cdot 10 < 0$$

$$x = \frac{23 + 3\sqrt{41}}{2} > 5, \text{ т.к. } \frac{23}{2} > 5. \text{ Значит, } q^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

не имеет реш., т.к.

$$\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} < 0, \text{ а } q^2 > 0$$

$$x = \frac{23 - 3\sqrt{41}}{2}$$

$$\frac{23 - 3\sqrt{41}}{2} \neq 5$$

$$\frac{23 - 3\sqrt{41}}{2} \neq \frac{35}{13}$$

$$23 - 3\sqrt{41} \neq 10$$

$$299 - 39\sqrt{41} \neq 70$$

$$13 \neq 3\sqrt{41}$$

$$229 \neq 39\sqrt{41}$$

$$169 \neq 369$$

$$229^2 \neq 39^2 \cdot 41$$

$$5241 \neq 62361$$

$$\text{При этом } x = \frac{23 - 3\sqrt{41}}{2} > 0 \Rightarrow$$

не подходит

Ответ: Таких x нет

$$\begin{cases} x^2 - 10x + 25 = 13x - 35 \\ x^2 - 10x + 25 = -13x + 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$$

$$D = 529 - 4 \cdot 60 = 289$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = 3; 20$$

$$D = 9 + 4 \cdot 10 = 49$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2} = -5; 2$$

Вспомним про область определения

$$\text{При } x = 20 \quad q^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \text{ не имеет реш., т.к. } \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} < 0, \text{ а } q^2 > 0$$

$$\text{При } x = 3 \quad \text{Все хорошо, т.к. } 3 > \frac{35}{13}$$

$$\text{При } x = 2 \quad \text{Все плохо, т.к. } \sqrt{(13x-35)(x+1)} \text{ не существует}$$

$$\text{При } x = -5 \quad \text{Все вновь хорошо, т.к. } x < -1$$

Ответ: -5; 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
11 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2) $y \geq 12$

$$4y - 35 = \sqrt{169 - z^2} \leq 13 \rightarrow 169 - z^2 \leq 169$$

$$\sqrt{169 - z^2} \leq 13$$

$$11y - 35 \leq 13$$

$$y \leq 12 \Rightarrow y = 12 \text{ (из оцр.)}$$

$y \in [-1; 12]$

$$y+1 - 3y+36 = \sqrt{169-z^2}$$

$$-2y+37 = \sqrt{169-z^2} \leq 13$$

$$2y \geq 24$$

$$y \geq 12 \Rightarrow y = 12$$

$y \leq -1$

$$-y-1 - 3y+36 = \sqrt{169-z^2}$$

$$-4y+35 = \sqrt{169-z^2} \leq 13$$

$$4y \geq 22$$

$$y \geq \frac{11}{2} \rightarrow \text{таких } y \text{ нет}$$

Значит, подходит только $y = 12$. Подставим в (2)

$$13 = \sqrt{169 - z^2} \Rightarrow 169 - z^2 = 169 \Rightarrow z = 0$$

Подставим в (1) $y = 12$ и $z = 0$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$\begin{cases} x+3 - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + 4-x = 4(12+x-x^2) - 20\sqrt{12+x-x^2} + 25 \\ \sqrt{x+3} \geq \sqrt{4-x} \\ 2\sqrt{12+x-x^2} \geq 5 \end{cases}$$

Пусть $t = \sqrt{12+x-x^2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$ (пог.)

Тогда,

$$\begin{cases} 7-2t = 4t^2 - 20t + 25 \\ x+3 \geq 4-x \\ x \leq 4 \\ t \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4t^2 - 18t + 18 = 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq 4 \\ t \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2t^2 - 9t + 9 = 0 \\ x \in [\frac{1}{2}; 4] \\ t \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$D = 81 - 8 \cdot 9 = 9$$

$$\begin{cases} t = \frac{3}{2}; 3 \\ x \in [\frac{1}{2}; 4] \\ t \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

Получается, $t = \frac{3}{2}$
не пог.

$$\begin{cases} \sqrt{12+x-x^2} = 3 \\ x \in [\frac{1}{2}; 4] \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 + x + 12 = 9 \\ x \in [\frac{1}{2}; 4] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 3 = 0 \\ x \in [\frac{1}{2}; 4] \end{cases} \quad D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \rightarrow \text{не пог.}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \geq \frac{1}{2}, \text{ т.к. } \sqrt{13} > 0$$

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \neq 4$$

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \neq 8$$

$$\sqrt{13} \neq 7$$

Похожее

Ответ: $(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}; 12; 0)$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

Пусть $\cos x = t \in [-1; 1]$

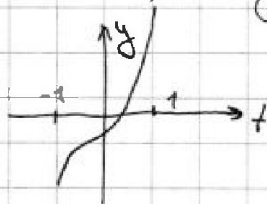
$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

Пусть $F(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$F'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 \geq 0$$

Значит, $F(t)$ не убывает на всем промежутке $[-1; 1]$

Значит:



Значит, если мы будем проводить прямые $y=p$, то пересек. с $F(t)$ и есть решения.

$$F(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$F(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

Тогда при $p < -4$ не будет реш.

при $p \in [-4; 10]$ будет одно реш.

при $p > 10$ не будет реш.

Заметим, что

$$4\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 = 4t^3 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3t^2 + 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3t + 4 \cdot \frac{1}{8} = 4t^3 + 6t^2 + 3t + \frac{1}{2}$$

Тогда уравнение имеет вид

$$4\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2} = p$$

$$\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7+2p}{8}$$

$$t + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt[3]{7+2p}}{2}$$

Итак, $g(t) = \left(t + \frac{1}{2}\right)^3$ на $[-1; 1]$, то

Вернемся к x : $\cos x = \frac{\sqrt[3]{7+2p}-1}{2}$

• При $p < -4$ реш. нет

• При $p = -4$ $\cos x = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

→
прод.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

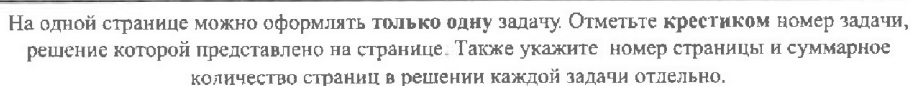
$\sqrt{3}$

При $p \in [-4; 10]$ $x = \pm \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{7+2p}-1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

При $p = 10$ $\cos x = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

При $p > 10$ Реш. нет

Ответ: $p \in [-4; 10]$.
 $p = -4$ $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $p \in (-4; 10)$ $x = \pm \arccos \left(\frac{\sqrt[3]{7+2p}-1}{2} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $p = 10$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) $\angle CAB = \angle BCD$ как углы между касат. и хордой
- 2) $\angle BAD = \angle BDC$ как углы между касат. и хордой
- 3) $\angle KBD = \angle BCD + \angle BDC = \angle CAD$
внешний для $\triangle BCD$
- 4) $\angle EAK = \angle KBD$ $\Rightarrow AK$ - бис-са угла CAE
вн. к $\angle C$ на одну дугу

б) Значит, $CA:AE = 3:10$ по
св-ву тис-ст

6) По теореме о квадрате касательной $CD^2 = CB \cdot CE$
 ~~$CD^2 = CB \cdot CE = 8 \cdot 3$~~

$$CD^2 = (k_C - BK)(k_C + k_E) =$$

7) Пусть $KC = 3x$, $KE = 10x$

$$CD^2 = 9x^2 - BK \cdot KC - \cancel{BK \cdot KE} + 80x^2 = 99x^2 - BK \cdot CE = 99x^2 - BK \cdot 13x$$

8) ~~$\triangle BCD \sim \triangle DCE$~~ $\triangle BCD \sim \triangle DCE \Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{DE}{BD} \Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{CE}{BD} = \frac{13x}{BD}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

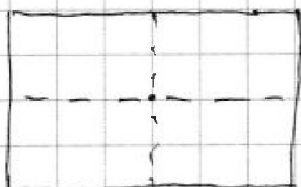


СТРАНИЦА

4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5



Т.к. длины сторон четны, то, очевидно, "средние линии" пересекаются в центре прямоугольника

Рассмотрим, сколько вариантов расставить точки симметрично относительно вертикали. По факту, нужно просто выбрать 4 клетки в левой части прямоугольника. Остальные "проявятся" автоматически.

Тогда, всего клеток $250 - 200 = 50000$. Слева от вертикали 25000. Выбрать любые 4 точки $= C_{25000}^4$

Аналогично с горизонтальной. Всего вариантов C_{25000}^4
(выбрать 4 сверху $\rightarrow$ остальные автоматич.)

Аналогично в принципе, и с центром. Если ^{клетка} ~~точка~~ ^{выбрана} слева от вертикали, то она обязательно "перейдет" в клетку справа от вертикали. Таким образом, можно выбрать 4 точки справа от вертикали $\Rightarrow C_{25000}^4$ вариантов

Нужно не забыть рассмотреть случай, когда варианты пересекаются. Заметим, что если произошла симметрия и относительно вертикали, и относительно горизонтали, то произошла симметрия относительно центра.

проз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

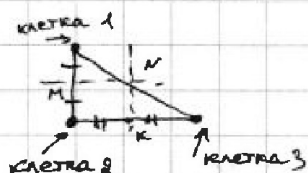
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем это



Клетка 1 симм. клетке 2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow MN$ - ср. линия

Клетка 2 симм. клетке 3 $\Rightarrow$

$\Rightarrow NK$ - ср. линия

Значит, та верт. и горизонт.

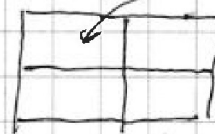
пересекаясь в одной точке $\Rightarrow N$ - середина между клеткой 1 и 3

Значит, произошла центральная симметрия

Аналогично симметрия относ. центра и горизонт. $\Rightarrow$ отк. верт. и симметрия относ. центра и вертикали $\Rightarrow$ симм. отк. горизонт.

Значит, если мы выберем клетку из верхней левой зоны,

то она отразится в еще 3 точки:



Значит, пересекаясь они могли в C_{12500}^2 случаях (выбрать 2 слева сверху, ост. отраз.)

Значит, мы уже знаем случаи были и в ситуации относ. вертикали, и относ. горизонтали, и относ. центра $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ надо дважды вычесть данный случай

Значит, всего получается $3 \cdot C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$

Ответ: $3 \cdot C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

01 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

$$(a; b; c) \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} a > b \\ (a-b) \not\equiv 3 \\ (a-c)(b-c) - \text{квадрат прост. числа} \\ a+b^2 = 561 \end{cases}$$

~~561 = 2 * 280.5~~ Т.к. $a > b$, то $a \neq b$

Пусть $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - прост. число. Т.к. $a \neq b$, то $a-c \neq b-c$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \\ a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

~~Т.к. при $a-c > 0$, $b-c > 0$, $a > b \Rightarrow a = p^2 + c$, $b = c + 1 \Rightarrow a = p^2 + c + 1$~~

$a = p^2 + c$
 $b = c + 1$ I Т.к. $p > 1$, то $a > b$

$a = c - 1$
 $b = c - p^2$ II При $p > 1 \Rightarrow a > b$

(иначе было бы $a < b$)

~~Тогда подставим обе системы в второе~~

Тогда I $c = b - 1 \Rightarrow a = p^2 + 1 + b$

II $c = b + p^2 \Rightarrow a = p^2 + b - 1$

$\Rightarrow a$ и b там,
 и в том случае
 одинаково

Подставим в последнее уравнение

$$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$$

$$D = 1 - 4p^2 + 4 \cdot 561 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4p^2 \leq 2245$$

$$p^2 \leq \frac{2245}{4}$$

$$p^2 \leq 561.25$$

$$p \leq 23$$

~~Рассмотрим все варианты~~

Заметим, что $a - b = p^2 - 1$

Квадрат при делении на 3 может давать остатки

или 0, или 1. Т.к. $(a-b) \not\equiv 3$, то $p^2 - 1 \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \equiv 0$

Т.к. p - простое, то ед. вариант - $p = 3$

↑
 проз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА

20 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{6}$ (нррр.)

Тогда

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$b = -24; 23$$

~~$$a = b^2 + c$$~~

① $a = b - 1$

$$c = -25$$

$$c = 22$$

$$a = p^2 + c = 9 - 25 = -16$$

$$a = p^2 + c = 9 + 22 = 31$$

$$b = -24$$

$$b = 23$$

② $a = p^2 + b$

$$c = 9 - 24 = -15$$

$$c = 9 + 23 = 32$$

$$a = c - 1 = -16$$

$$a = c - 1 = 31$$

$$b = -24$$

$$b = 23$$

Ответ: $(-16; -24; -25)$ $(31; 23; 22)$ $(-16; -24; -15)$ $(31; 23; 32)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$529 - 369 = 160$$

$$-z \geq x-4 \geq -7$$

$$x \leq -3$$

$$x \geq -3$$

$$4-x-z \geq 0$$

$$z \leq x-4$$

$$y+x-x^2+z \geq 0$$

$$z \geq x^2-x-4$$

$$(y+1) + 3(y-12) = \sqrt{169-z^2}$$

$$\frac{23-3\sqrt{11}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{23-3\sqrt{11}}{2\sqrt{13}}$$

$$(x+3)(4-x-z) = 4x-x^2-xz+12-3x-3z$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = 2\cos^3 x - \cos x - 2 \cdot \cos x \cdot (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 3\cos x = p$$

$$y^2 + 12$$

$$4y - 35 = \sqrt{169-z^2}$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$y \in [-1; 12]$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 =$$

$$= 3(2t+1)^2 \geq 0$$

$$y+1-3y+36 = \sqrt{169-z^2}$$

$$t = -1$$

$$-4+6-3-3 = -4$$

$$t = 1$$

$$4+6+3-3 = 10$$

$$x^2 - 3x + 39 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

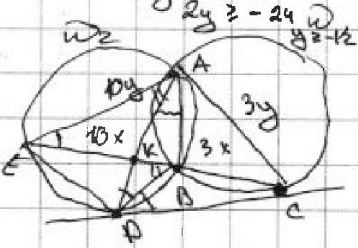
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{117}}{2}$$

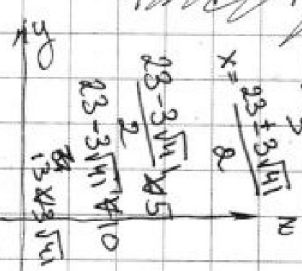


$$y+1-3y+36 = \sqrt{169-z^2}$$

$$-2y+37 \leq 13$$

$$-2y \leq -24$$

$$y \geq 12$$



$$4 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) + 6 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2} - 3 =$$

$$-\frac{3}{2}$$

$$BK \cdot KE =$$

$$f(t) = 12t^2 + 12t + 3 \geq 0$$

$$x+z \leq 4$$

$$x \geq -3$$

$$-x^2 + y + x + z \geq 0$$

$$4 \geq x+z \geq x^2$$

$$y \geq x^2 + 4 \geq -4$$

$$y \geq \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 2 \geq$$

$$-7\frac{1}{4}$$

$$-4+6-3-3 = -4$$

$$4+6+3-3 = 10$$

$$4+6+3-3 = 10$$

$$4+6+3-3 = 10$$

$$4+6+3-3 = 10$$

$$4+6+3-3 = 10$$

$$5-x = \sqrt{13x-15}$$

$$x \geq -3$$

$$x+z \leq 4$$

$$z \in [-13; 13]$$

$$y+x-x^2+z \geq 0$$

$$y \geq \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + z$$

$$x^2 - y \leq x+z \leq 4$$

$$D = 529 -$$

$$160 = 369$$

$$-23x + 40$$

$$-23x + 40$$

$$-23x + 40$$

$$-23x + 40$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \in [-4; 10]$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p-3}{7}}$$

$$\frac{4p-12}{7} + 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{(p-3)^2}{49}} + 3 \sqrt[3]{\frac{p-3}{49}} - 3 = p$$

$$(a; b; c)$$

$$a > b$$

$$q^8 = \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2}}$$

$$\frac{1}{x+1}$$

$$a-c=289$$

$$b=16$$

$$b-c=1$$

$$c=15$$

$$a=304$$

$$(a-b) \sqrt{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 = p \cdot p$$

$$a+b^2=560 \equiv 2$$

$$0, 1, 2$$

$$q^6 = \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2}}$$

$$a-b=p^2-1$$

$$b-c=1$$

$$b=c+1$$

$$a-c=p^2$$

$$a=c+p^2$$

$$c=17, 15$$

$$a=2$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$a = b - 1 + p^2$$

$$b^2 + b - 1 + p^2 = 560$$

$$\frac{2209}{21} \frac{21}{10}$$

$$p \sqrt{3}$$

$$c=30$$

$$c = b - 1$$

$$a = p^2 + b - 1$$

$$b = \frac{-1 \pm 33}{2} = -17, 16$$

$$p = 17$$

$$c = -16, 15$$

$$a = 2245 + 289 = 304$$

$$\frac{2209}{13} \frac{13}{106}$$

$$b^2 + b - 561 + p^2 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 561$$

$$\frac{2209}{91} \frac{23}{10}$$

$$-4p^2 \geq 0$$

$$4p^2 \leq 2245$$

$$p^2 \leq \frac{2245}{4} = 561$$

$$p = 23 \rightarrow 29$$

$$\frac{2209}{17} \frac{17}{12}$$

$$p=3$$

$$2245 - 4 \cdot 9 = 2209$$

$$p=5$$

$$2245 - 100 = 2145 = 5 \cdot 429$$

$$p=7$$

$$2245 - 4 \cdot 49 = 2209$$

$$p=11$$

$$p=17$$

$$a-c=1$$

$$b-c=289$$

$$p=13$$

$$p=17$$

$$9 \cdot 121 = 33^2$$

$$p=23$$

$$p=19$$

$$5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}}$$

$$b^2 + b - 272$$

$$D=33^2$$

$$b = \frac{-1 \pm 33}{2} = -17, 16$$

$$2245 = 4p^2 + k^2$$

$$\frac{361}{4}$$

$$\frac{144}{4}$$

$$\frac{2245}{484}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

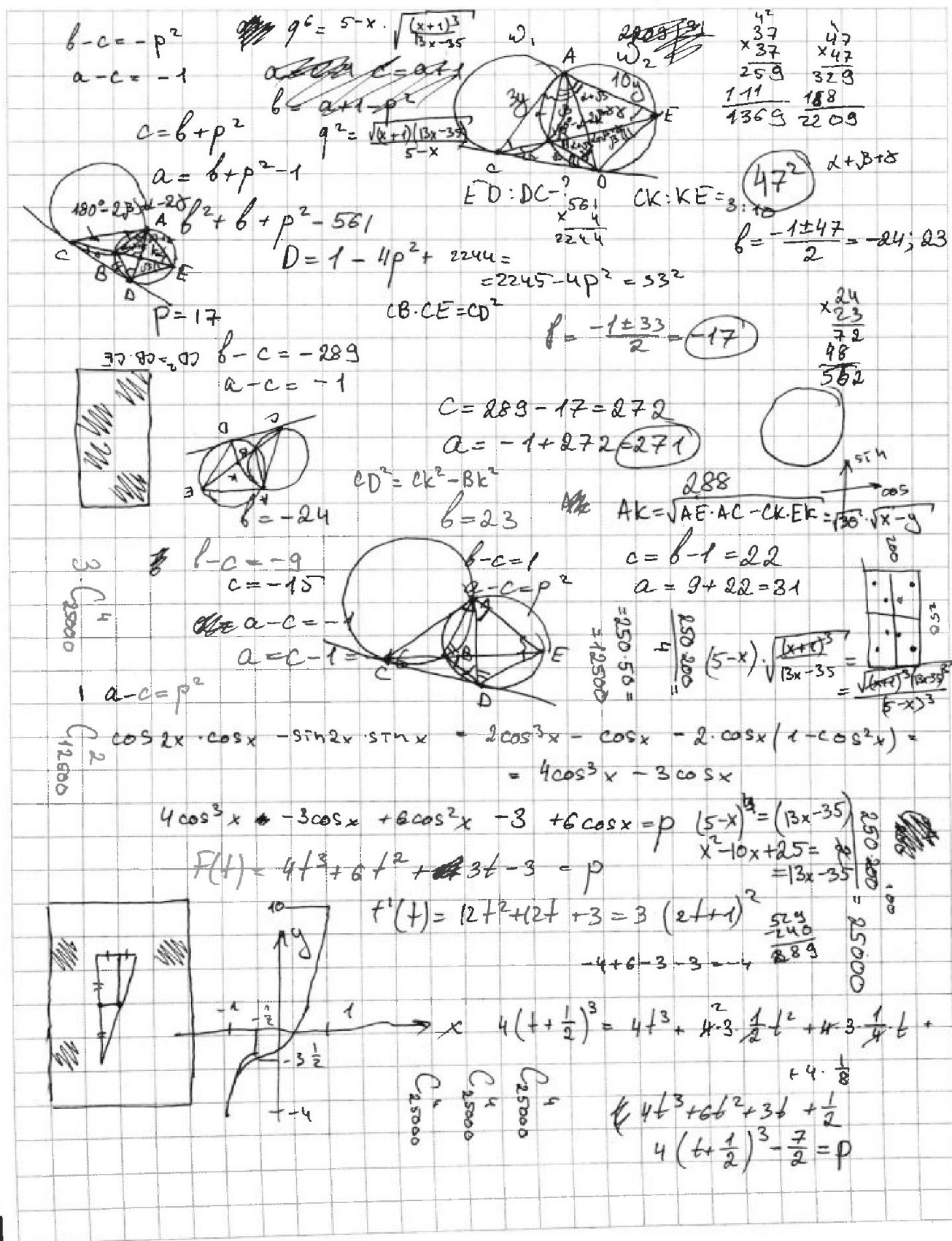
$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$

$$\frac{1761}{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

