



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = a_1 q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$a_6 = a_1 q^5 = x+4$$

$$a_{12} = a_1 q^9 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$

$$\frac{15(x+\frac{2}{5})}{x-3} \geq 0$$

$$\frac{x+\frac{2}{5}}{x-3} \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{(15x+6)}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2 \quad q^4 = |x-3|$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)}{x+4}} = q\text{-действ. число} \Rightarrow \begin{cases} q^2 \geq 0 \\ x+4 > 0 \\ x > -4 \end{cases}$$

$$q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$$

$$x \neq 3 \quad \text{или} \quad x=3 \quad q=0 \quad \text{и} \quad q_4=2$$

При $x > 3$:

$$15x+6 = x^2+8x+16$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$D = 49-40=9$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2} = 5$$

$$x = \frac{7-3}{2} = 2$$

При $x \in (-\infty; -\frac{2}{5}]$:

$$15x+6 = -x^2-8x-16$$

$$x^2+23x+22=0$$

$$x = -1$$

$$x = -22 \text{ - не подходит}$$

$$x=5 \quad x=2 \quad x=-1 \quad x=-22 \quad \text{Ответ: } x=2$$

$$x=5$$

$$x=-1$$

a_1
 a_{10}
 a_{12}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
/ ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (1) \end{cases}$$

(1): правая часть ур-ва ≤ 15

Значит, $|y-20| + 2|y-35| \leq 15$

$$\begin{array}{c} |y-20| \quad - \quad + \quad + \\ |y-35| \quad - \quad 20 \quad - \quad 35 \quad + \end{array}$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ y-20+2y-70 \leq 15 \\ y \in (20; 35) \\ y-20-2y+70 \leq 15 \\ y \leq 20 \\ -y+20-2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 35 \\ y \in (20; 35) \\ y \geq 35 \\ y \leq 20 \\ y \geq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 35 \\ y \in \emptyset \\ y = 35 \\ y \in \emptyset \end{cases}$$

Итого $y = 35$

$$\sqrt{225-z^2} = |35-20| + 2|35-35| = 15 \\ z = 0.$$

(2): Найдём $y = 35, z = 0$:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\text{Пусть } u = \sqrt{x+7}, u \geq 0$$

$$v = \sqrt{5-x}, v \geq 0$$

$$u^2 + v^2 = x+7+5-x = 12$$

$$\begin{cases} u-v+6 = 2uv \\ u^2+v^2 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u-v = 2uv-6 \\ (u-v)^2 + 2uv = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2uv = 6 + u - v \\ (u-v)^2 + (u-v) + 6 = 12/3 \end{cases}$$

$$(3): (u-v)^2 + (u-v) - 6 = 0$$

$$\begin{cases} u-v = 2 \\ u-v = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = v+2 \\ u = v-3 \end{cases}$$

$$(A): 2v^2 + 4v - 8 = 0$$

$$v^2 + 2v - 4 = 0$$

$$D_1 = 1+4 = 5$$

$$v = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{П.к. } v \geq 0,$$

$$v = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$2v^2 - 6v - 3 = 0$$

$$D_1 = 9+6 = 15$$

$$v = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$\text{П.к. } v \geq 0$$

$$v = \frac{3 + \sqrt{15}}{2}$$

$$2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем:

$$\begin{cases} z = -1 + 2\sqrt{5} \\ y = 1 + \sqrt{5} \\ x = \frac{3 + \sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{3 + \sqrt{15}}{2} - 3 = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Обратная замена:

$$y = \sqrt{x+7}$$

$$\begin{cases} 1 + \sqrt{5} = \sqrt{x+7} \\ \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+7 = 6 + 2\sqrt{5} \\ x+7 = \frac{15+9-6\sqrt{15}}{4} = \frac{24-6\sqrt{15}}{4} = \frac{12-3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{5} \\ x = \frac{12-3\sqrt{15}}{2} - 7 = \frac{12-14-3\sqrt{15}}{2} = \frac{-2-3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Ответ $(-1+2\sqrt{5}; 35; 0); (-\frac{2-3\sqrt{15}}{2}; 35; 0)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☒ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, \quad t \in [-1; 1]$$

$f(t)$ — непрерывная ф-ия

Значит, $f(t) = 0$ имеет реш., если $|f(-1)| \leq 0$

или

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 - p = -10 - p$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 - p = 4 - p$$

$$\begin{cases} -10 - p \leq 0 \\ 4 - p \geq 0 \\ -10 - p \geq 0 \\ 4 - p \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \geq -10 \\ p \leq 4 \\ p \leq -10 \\ p \geq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(1) \geq 0 \\ f(-1) \geq 0 \\ f(1) \leq 0 \end{cases}$$

по теореме о
применяемых
знаках

или
 $p \in [-10; 4]$ если хотя бы 1 реш.

$$CD^2 = BC \cdot CE \quad 1 = BC \cdot 34x \quad BC = \frac{1}{34x} \quad BO = 9x - \frac{1}{34x}$$



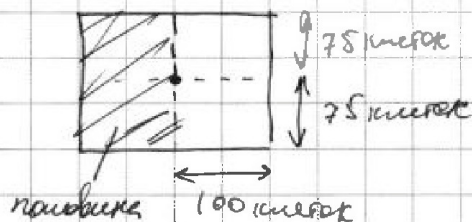
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Относительно центра



Каждой выбранной симметричной ей относительно центра.

Поэтому выберем 4 клетки, причем так, чтобы никакие 2 из них не были соседними.

В разных половинах от центра.

(тогда однозначно выбираются или симметр.)

$$C_4^{100 \cdot 150}$$

$$C_4^{150 \cdot 200}$$

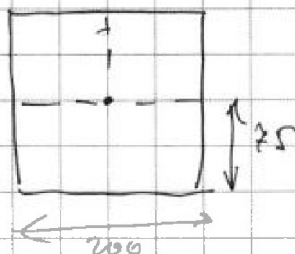
$$150 \cdot 200 (150 \cdot 200 - 2) (150 \cdot 200 - 4) (150 \cdot 200 - 6) / 4$$

выбираем подобно первой стороне

крае первой 2-е и симметр. первой

крае первой и второй и симметричность и др.

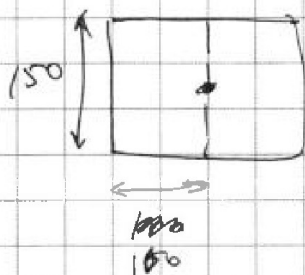
2) Отн. ср. линии 11-ной большой стороне



$$C_4^{200 \cdot 75}$$

выбираем 4 к. в одной половине
⇒ симм. или однозначно выбираются.

3) Отн. ср. линии 11-ной меньшей стороне



$$C_4^{100 \cdot 150}$$

4) Отн. обеих ср. лин.

$$C_2^{75 \cdot 50}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Отк. центра и "башней" ср. линии



$C^2_{75 \cdot 100}$

Если мы во
однажды движем
симметрично,
то оно бьется
и тревлет.

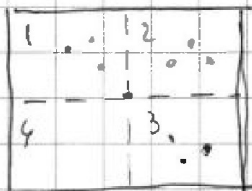
6) Отк. центра и "машин" ср. линии

$C^2_{75 \cdot 100}$

7) Отк. центра и обеих ср. линий

$C^2_{75 \cdot 100}$

Заметим, что если мы-во симм. отк. центра и
какой-то из ср. линий, то оно симм. и отк. другой
ср. линии:



в каждой части,
на кр. п/р-к делит
ср. линии на две равные
2 зак. клетки

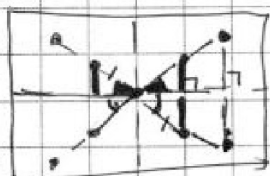
Почему равно 2?

Если в какой-то части ≥ 3 , то в противополож. части тоже ≥ 3
и в части т.к. симм. отк. ср. лин., тогда в части
диагональной противоположной 1-ой части тоже ≥ 3
т.к. симм. отк. центра $\Rightarrow$ клеток уже 3, а у нас их 8.

(например, в части 2 ≥ 3 клеток $\Rightarrow$ в части 3 ≥ 3 в.к.
и в части 1 ≥ 3 зак. клетки)

Если в какой-то части < 2 , то по принципу Дирихле
в какой-то из ост. 3-х ≥ 3 .

Значит, по 2 клетки в каждой части



Из рисунка видно, что мы-во тоже симм.
отк. обеих ср. лин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, общее число способов:

$$150 \cdot 100 (150 \cdot 100 - 2) (150 \cdot 100 - 4) (150 \cdot 100 - 6) + C_{200-75}^4 + C_{150-50}^7 -$$

$$- 2 \cdot C_{75 \cdot 100}^2$$

$$C_{200-75}^4 + C_{100-150}^4 + C_{100-150}^4 - 2 \cdot C_{75 \cdot 100}^2$$

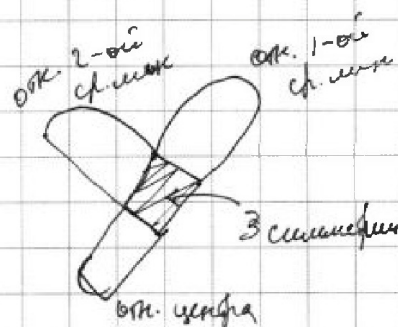
$$200! 85!$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

$$= \frac{3 \cdot 15000!}{14986! 4!}$$

$$- \frac{2 \cdot 7500!}{7498! 2!}$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$



задача решена



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{простое число}$$

Если $a-c$ и $b-c > 0$
 $a = b = c + p$ - не подходит, т.к. $a > b$ по условию.

1) $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$

$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + p^2 \end{cases}$, $p > 1 \Rightarrow$ не подходит, т.к. $a > b$ по условию.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$a + b = p^2 + c + (c + 1) = 820$$

$$p^2 \geq 4 \text{ (мин } p = 2)$$

$$\Rightarrow c^2 + 3c + 1 \leq 820 - 4$$

$$c^2 + 3c + 1 \leq 816$$

$$c^2 + 3c - 815 \leq 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 815 = 3269$$

$$c = \frac{-3 \pm \sqrt{3269}}{2}$$

$$c \in \left[\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} \right]$$

$$\text{т.е. } c \in \mathbb{Z}: c \in [-30; 27]$$

все целые числа из этого отрезка

$$a - b = p^2 + c - 1 - c = p^2 - 1 \div 3$$

В квадрате числа при делении на 3 могут давать остатки только 1 и 0. ($n = 3k$ $n^2 = 9k^2$)

$$\Rightarrow p^2 \div 3 \Rightarrow p^2 \div 9$$

$$n = 3k + 1 \quad n^2 = 9k^2 + 6k + 1$$

$$n = 3k + 2 \quad n^2 = 9k^2 + 12k + 4$$

Поэтому p может быть только одним простым числом - 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p=3$$

$$c^2 + 3c + 1 = 810 + 9$$

$$c^2 + 3c + 1 = 811$$

$$c^2 + 3c - 810 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 810 = 9 + 4 \cdot 9 \cdot 90 = 9(1 + 360) = 3^2 \cdot 361 = (3 \cdot 19)^2 = 2$$

$$c = \frac{-3 \pm 3 \cdot 19}{2} = \frac{3(19-1)}{2} = \frac{3 \cdot 18}{2} = 27$$

$$c = \frac{-3 - 3 \cdot 19}{2} = \frac{-3(1+19)}{2} = -30$$

$$\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \\ p = 3 \\ c = -30 \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 27 \\ a = -21 \\ b = -29 \\ c = -30 \end{cases}$$

Order: (36, 28, 27) или (-21, -29, -30)

② $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - пр. число

⇒ Если $a-c, b-c < 0$

$$\begin{cases} a-c = -p & \text{не подходит} \\ b-c = -p & \text{т.к. тогда } a=b \end{cases} \quad \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases} \quad \text{не подходит, т.к. } a < c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$a-b = c-1 - c + p^2 = p^2 - 1 \neq 3$$

Аналогично ① получаем $p=3$. $\begin{cases} a = c-1 \\ b = c-9 \end{cases}$

$$a+b^2 = c-1 + (c-9)^2 = c-1 + c^2 - 18c + 81 = c^2 - 17c + 80 = 810.$$

$$c^2 - 17c + 80$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 - 17c + 80 - 820 = 0$$

$$c^2 - 17c - 740 = 0$$

$$D = 17^2 + 4 \cdot 740 = 3249 = 57^2$$

$$\begin{array}{r} 6740 \\ 4 \\ \hline 2960 \end{array}$$

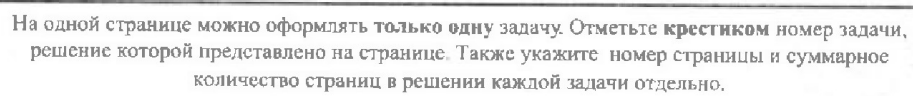
$$\begin{array}{r} 2960 \\ 289 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c = \frac{17 + 57}{2} = \frac{74}{2} = 37 \\ c = \frac{17 - 57}{2} = \frac{-40}{2} = -20 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = c - 1 \\ b = c - 9 \\ c = -20 \\ c = 37 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \\ a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{array} \right.$$

Ответ: (36; 28; 29)
(-21; -29; -30)
(-21; -29; -20)
(36; 28; 37).



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

$$|y-35| - \quad - \quad + \quad +$$

$$|y-20| - 20 + 35 +$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ y-20+2y-70 \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \in (20; 35) \\ y-20-2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 20 \\ -y+20+2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$4z^2 + 2z^2 = 12$$

$$4z = 2z + 2$$

$$2z^2 + 4z + 4 + 6z^2 = 12$$

$$2z^2 + 4z - 8 = 0$$

$$2z^2 + 2z - 4 = 0$$

$$D_1 = 1 + 4$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\frac{15-5+6}{8} = 8$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$4 + 3 - 6 + 2 + 3 + 3 = p$$

$$\cos 3x + \cos x + 5 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos 2x \cos x + 2 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos x (\cos 2x + 1) = 3 (\cos x - \cos x) + p$$

$$y = 35$$

$$3y - 30 \leq 15$$

$$y - 30 \leq 5$$

$$y \leq 35$$

$$-y$$

$$-y + 50 \leq 15$$

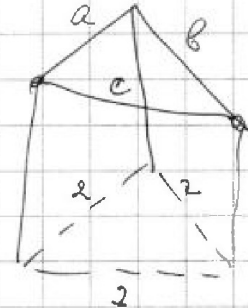
$$y \geq 35$$

$$y \leq 20$$

$$-3y + 50 \leq 15$$

$$3y \geq 35$$

$$y \geq 25$$



z^2 и y'' отрицательны

$$q, q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q, q^2 = x+4$$

$$q, q'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{(15x+6)(x-3)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(x-3)^2}}$$

$$\pm q^8 = \frac{1}{|x-3|}$$

$$q^8 =$$

мысли для решения

$$p \leq 4 \quad p \leq 10$$

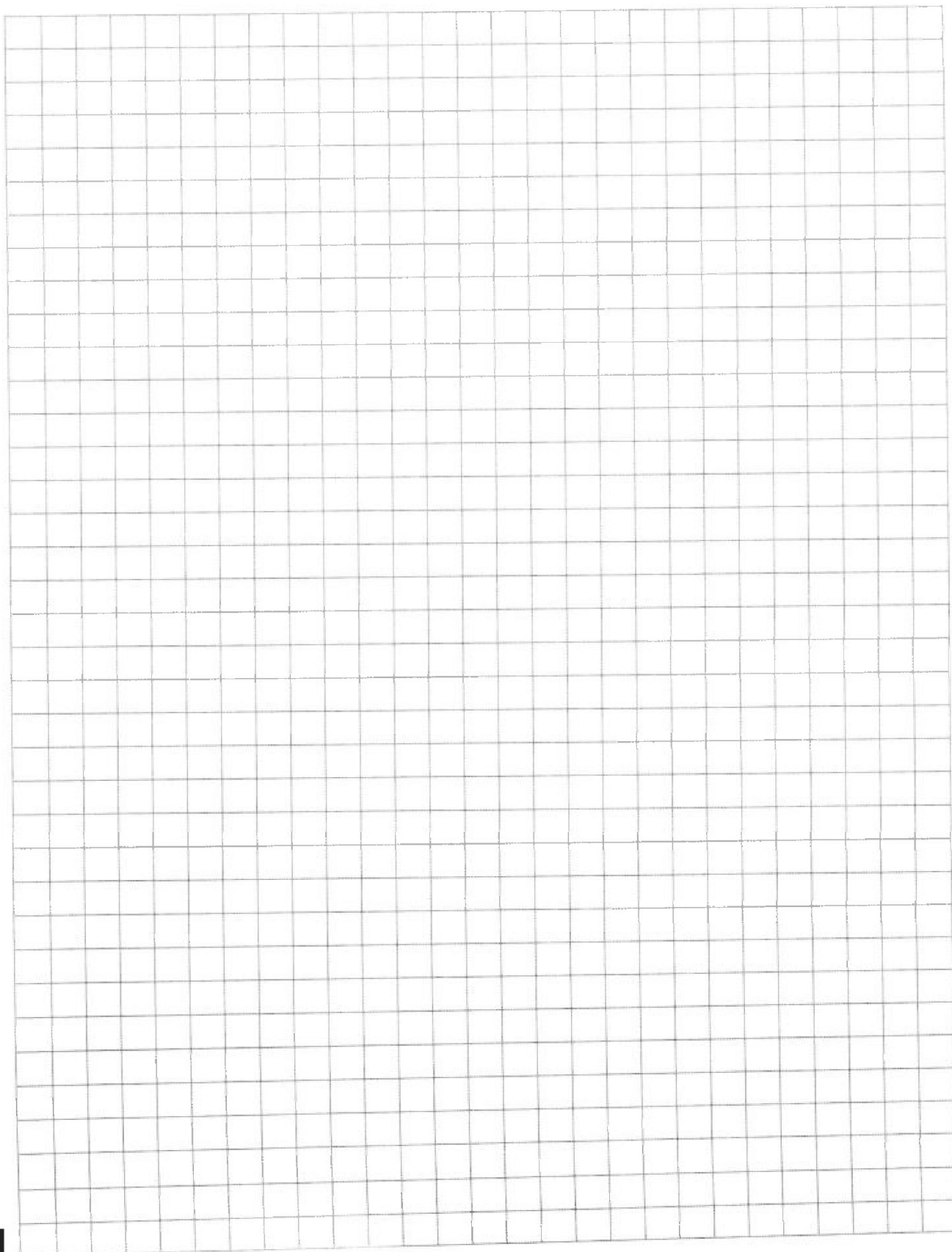


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$V = \frac{1}{6} abc \sin \alpha$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\cos 3x - \cos 2x = 4 \cos^2 x - 2 \cos 2x - 6 \cos x + p$$

$$-2 \sin \frac{5x}{2} \sin \frac{x}{2}$$

$$a > b$$

$$(a; b; c)$$

$$(c + p; c + p; c)$$

$$a - b \neq 3$$

$(a-c)/(b-c)$ или кв. или простое число.

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{cases} a = c + p \\ b = c + p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$c + p^2 - c - 1 = p^2 - 1 \neq 3$$

$$a + b^2 = 820 \Rightarrow c + p^2 + c^2 + 2c + 1 = c + p^2 + (c+1)^2 = 820$$

$$\begin{matrix} 11 \\ 2054 \\ 4 \end{matrix}$$

8

$$\text{ex max } c = 820 - 8 = 812$$

$$\begin{cases} p^2 - 1 = 3k + 1 \\ p^2 - 1 = 3k + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 = 3k + 2 \\ p^2 = 3k + 3 \end{cases}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 205 \overline{) 5} \\ 20 \overline{) 41} \\ 5 \overline{) 1} \\ 5 \overline{) 0} \end{array}$$

$$820 = 4 \cdot 5 \cdot 41$$

или 8

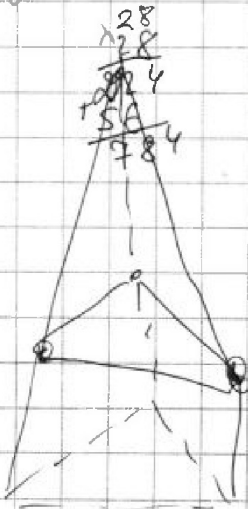
$$c \in [-30; 277]$$

$$(p-1)(p+1)$$

$$p^2 \div 3$$

$$\Rightarrow p^2 \div 9$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{matrix}$$



$$784$$

$$\begin{array}{r} 29 \overline{) 261} \\ 58 \overline{) 841} \end{array}$$

$$\frac{1}{2}(5 + 5 + \sqrt{55})$$



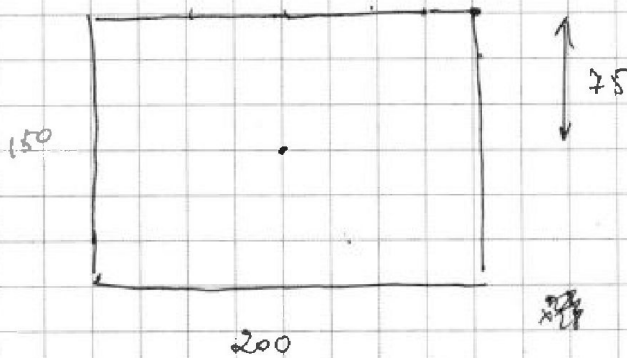
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$150 \times 200$$



$$\frac{EP}{CP} = ?$$

$$1 = y \cdot 34x$$

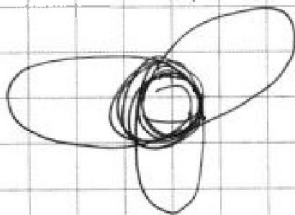
$$y = \frac{1}{34x}$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x_1 = 1 + 35 = 62$$

$$x = -1 \pm 6 = 5$$

$$x = -1 - 6 = -7$$



$$\frac{CO}{OE} = \frac{3}{25}$$

$$BO = 9x - \frac{1}{34x}$$

$$50 - y \leq 15$$

$$y \geq 35$$

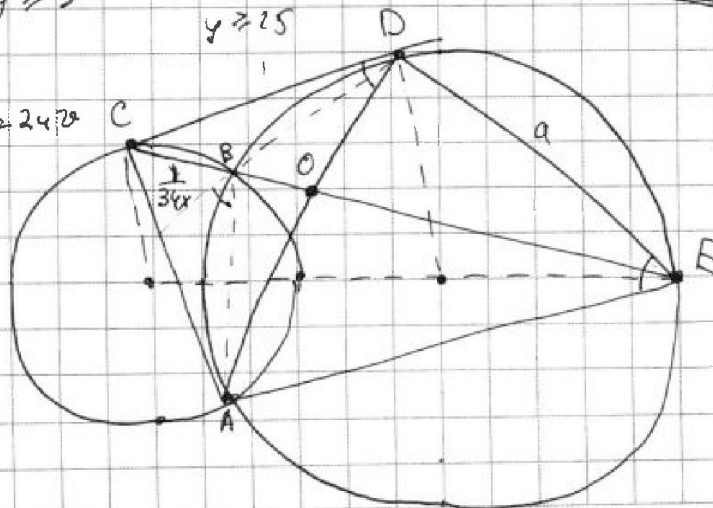
$$\frac{EP}{CP} = ?$$

$$75 \leq 34$$

$$y \geq 15$$

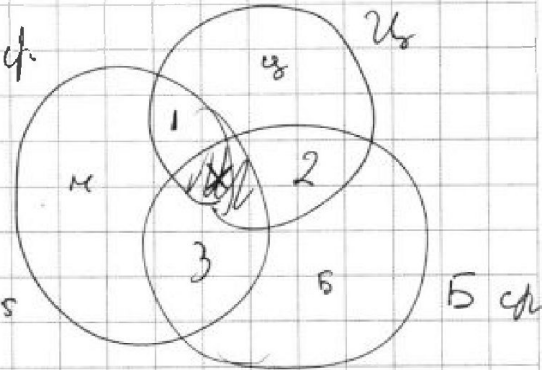
$$4 \times 20$$

$$4 - 20 + 6 \geq 2470$$



Мф

С²
100.75



$$y = 1 + 2 + x + 4$$

$$M_y = 1 + x + 3 + 4$$

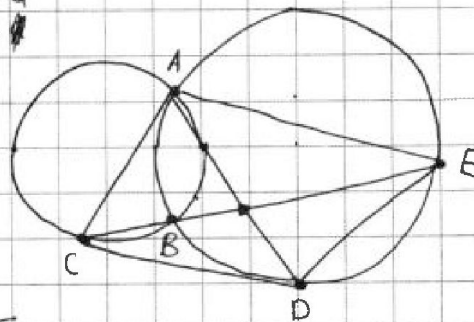
$$B_y = 2 + x + 3 + 6 + 7$$

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot x + 4 + 7 + 6$$

$$\text{высвсв: } 1 + 2 + 3 \text{ и } 2 \cdot x$$

$$EP = 4$$

$$CP = 4$$



$$4(20 - 1) = 6 - 20$$

$$u = \frac{6 - 20}{2 \cdot 20 - 1}$$