



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$\{b_n\}$ - геометрическая прогрессия

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_9 = x+3; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$(25x-9)(x-6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty)$$

По характеристическому свойству геом. прогрессии:

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \left| \frac{25x-9}{x-6} \right|$$

$$\text{при } x \in (-\infty; \frac{9}{25}) \cup (6; +\infty): \quad b_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$\text{Таким образом, } b_9^2 = b_7 \cdot b_{11} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$\begin{aligned} 1) \text{ при } x \in (-\infty; \frac{9}{25}): \quad & x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x; \\ & x^2 + 31x = 0; \quad x(x+31) = 0 \\ & x = 0 \quad \text{или} \quad x = -31 \end{aligned}$$

$$2) \text{ при } x \in (6; +\infty):$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9;$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = 18 \quad \text{или} \quad x = 1 \quad (\text{не удовл. усл. } x > 6)$$

$$\text{Ответ: } -31; 0; 18.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. С страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} & (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2): Заметим, что $|y+4| + 4|y-5| \geq 9$.

При $y < -4$: $-4-y+20-4y = 16-5y \geq 36$

При $-4 \leq y < 5$: $y+4+20-4y = 24-3y \geq 9$

При $y \geq 5$: $y+4+4y-20 = 5y-16 \geq 9$

А $\sqrt{81-z^2} \leq 9$, т.е. $\sqrt{81-z^2} \leq \sqrt{81} = 9$

Значит, равенство достигается при $|y+4| + 4|y-5| = 9$

и $\sqrt{81-z^2} = 9$;

Итого, $y = 5$, $z = 0$

(1): $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$,
 $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$

$(x+5) - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + (1-x) =$

$= 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$,

$3 - \sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(x+5)(1-x) - 8\sqrt{(x+5)(1-x)} + 8$,

$7\sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(x+5)(1-x) + 5$

Пусть $(x+5)(1-x) = t$, $t \geq 0$

$7\sqrt{t} = 2t + 5$,

$49t = 4t^2 + 20t + 25$,

$4t^2 - 29t + 25 = 0$,

$D = 29^2 - 16 \cdot 25 = 841 - 400 = 441$

$t = \frac{29 \pm 21}{8}$; $t = \frac{50}{8} = \frac{25}{4}$ или $t = \frac{8}{8} = 1$

1) $(x+5)(1-x) = 1$,

$5-4x-x^2 = 1$,

$x^2 + 4x - 4 = 0$

$D = 16 + 4 \cdot 4 = 32$

$x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$

$-2 - 2\sqrt{2} \nlessgtr -5$;

$3 \nlessgtr 2\sqrt{2}$

$9 \nlessgtr 8$; Итого, $9 > 8$, но $-2 - 2\sqrt{2} > -5$; $-2 - 2\sqrt{2} < 1$

$-2 + 2\sqrt{2} \nlessgtr 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{2} \nlessgtr 3 \Leftrightarrow 8 \nlessgtr 9$;

Итого, $8 < 9$, но $-2 + 2\sqrt{2} < 1$; $-2 + 2\sqrt{2} > -5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (x+5)(1-x) = \frac{25}{4},$$

$$x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0,$$

$$D = 16 - 4 \cdot \frac{5}{4} = 11$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2},$$

$$\frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \vee -5,$$

$$-4 - \sqrt{11} \vee -10,$$

$$6 \vee \sqrt{11}. \text{ П.к. а. } 6 > \sqrt{11}, \text{ т.о. } \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \geq -5, \quad \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} < 1$$

$$-5 \leq \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \leq 1.$$

$$\text{Ответ: } (-2 \pm 2\sqrt{2}; 5; 0); \left(\frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2}; 5; 0 \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10,$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10,$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10,$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0,$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0,$$

Пусть $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0,$$

Уравнение имеет корни для 1 действительный корень.

При $t = 1$: $p - 3 + 3 - 1 = 0$,

$$p = 1$$

При $t = -1$: $-p - 3 - 3 - 1 = 0$,

$$p = -7$$

Значит, $p \in [-7; 1]$.

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 - t^3 + pt^3 = 0$$

$$(t-1)^3 + (p-1)t^3 = 0,$$

$$(t-1)^3 = (1-p)t^3; \text{ если } t=0, \text{ то } -1=0 \text{ - невозможно.}$$

при $t \neq 0$: $1-p = \frac{(t-1)^3}{t^3}$,

$$\sqrt[3]{1-p} = \frac{t-1}{t};$$

$$\sqrt[3]{1-p} = 1 - \frac{1}{t};$$

$$\sqrt[3]{1-p} t = t - 1,$$

$$(\sqrt[3]{1-p} - 1)t = -1; \text{ т.к. } \sqrt[3]{1-p} \neq 1, \text{ то}$$

$$t = \frac{1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}, \quad \cos x = \frac{1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}.$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}\right).$$

Ответ: $p \in [-7; 1]; x = \pm \arccos\left(\frac{1}{(\sqrt[3]{1-p} - 1)}\right).$

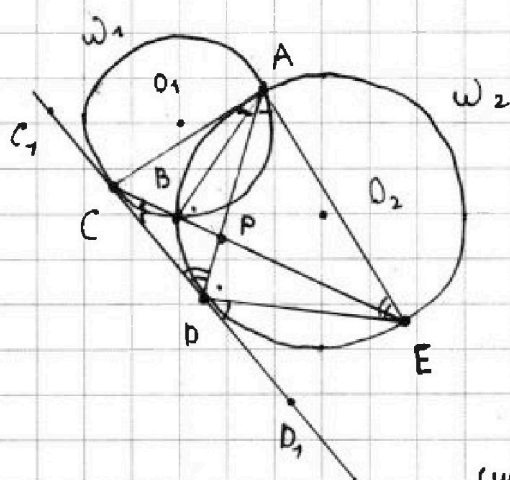


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр окружности $\omega_1 - O_1$.

$\omega_2 - (O_2)$; $AP \cap CE = P$;

$$\frac{CP}{PE} = \frac{2}{5};$$

$D_1 \in (CD)$: $D_1D < CD_1$ и

$CD_1 > CD$. Аналогично

$C_1 \in (CP)$: $C_1C < CD$ и

$DC_1 > DC$

$$\angle EDD_1 = \angle DAE \text{ и } \angle ABC_1 = \angle AED$$

(углы между касат. и хордой)

Аналогично, $\angle ECD_1 = \angle CAB$.

Рассмотрим ω_2 : $BP \cdot PE = AP \cdot PD$

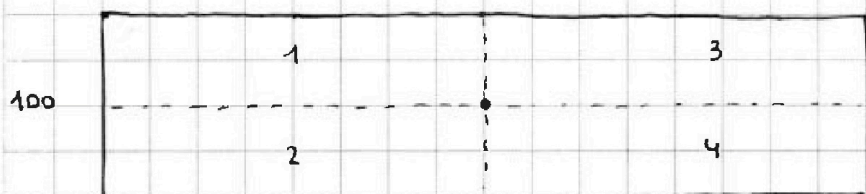


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим 1^{ый} вид симметрии:
 разделим прямоугольник на две части
 (1 и 2 ; 3 и 4). Если у нас отмечена точка
 в первой части, то уже точка отмечена
 симметричная ей точка в части 3 и 4. Т.е. нам
 необходимо выбрать 4 клетки в левой части, т.е.
 остальные определяются однозначно.

$$\text{Всего способов } C_{20000}^4 = \frac{20000!}{19996! \cdot 4!}$$

Рассмотрим симметрию относительно „средней
 линии“, параллельной меньшим сторонам прямоуголь-
 ника. Будем выбирать клетки в частях 1 или 2,
 т.е. другая клетка определяется однозначно в части
 3 или 4. Но некоторые из таких симметрий уже
 были учтены при 1^{ом} виде, их учитывать не надо.
 Всего способов: $C_{20000}^4 - C_{20000}^1 \cdot C_{19998}^1$

Рассмотрим симметрию относительно „средней
 линии“, параллельной большей стороне прямоугольника.
 Будем выбирать клетки в 1 и 3 частях, т.е. другая
 клетка определяется однозначно. Но некоторые из
 таких уже были учтены на предыдущих шагах, их
 учитывать не надо:

$$\text{Всего способов: } C_{20000}^4 - C_{20000}^1 \cdot C_{19998}^1$$

$$\text{Итого, кол-во способов равно: } 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{20000}^1 \cdot C_{19998}^1 =$$

$$= 3 \cdot \frac{20000!}{19996! \cdot 4!} - 2 \cdot 20000 \cdot 19998 = 3 \cdot \frac{20000!}{19996! \cdot 4!} - 40000 \cdot 19998 =$$

$$= 3 \cdot \frac{19997 \cdot 19998}{4} - 40000 \cdot 19998$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{20000}^4 - 2 C_{20000}^1 C_{19998}^1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $a^2 + b = 710$; $710 \equiv_3 2$.

Если $a \equiv_3 0$, то $b \equiv_3 2$.

Если $a \equiv_3 1$, то $b \equiv_3 1$ (невозм., т.к. $(b-a) \not\equiv_3 0$)

Если $a \equiv_3 2$, то $b \equiv_3 1$

2) $(a-c)(b-c) = k^2$, где k - простое число

П.р. $a < b$, то $a-c < b-c$

Случай 1. $a-c = \pm k$; $b-c = \pm k$.

Невозм., т.к. тогда $a=b$, но $(b-a) \not\equiv_3 0$.

Случай 2. $a-c = 1$; $b-c = k^2$

↓

1. Если $a \equiv_3 0$, то $c \equiv_3 2$. Тогда $b \equiv_3 2$ и $c \equiv_3 2 \Rightarrow$

$k \equiv_3 0$. Значит, $k=3$.

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=a-1 \\ a-b+9=1 \end{cases} \quad (2):$$

(2): $a-b = -8 \Leftrightarrow b = a+8$

Значит, $a^2 + a - 708 = 0$,

$D = 1 + 4 \cdot 708 = 1 + 2832 = 2833$. $a \notin \mathbb{Z}$

2. Если $a \equiv_3 2$, то $c \equiv_3 1$

Значит, $a^2 + a - 702 = 0$

$a = -27$ или $a = 26$. П.р. $a \equiv_3 0$, то

$a = -27 \Rightarrow c = -28 \Rightarrow b = -19$ $(-27; -19; -28)$

2. Если $a \equiv_3 2$, то $c \equiv_3 1$. Тогда $b \equiv_3 1$ и $c \equiv_3 1 \Rightarrow$

$k \equiv_3 0$. Из п. 1 мы получаем, что $a=26$, $c=25$ и $b=34$.
 $(26; 34; 25)$

Случай 3. $a-c = -k^2$; $b-c = -1$

1. Если $a \equiv_3 0$, то $b \equiv_3 2$, то $c \equiv_3 0$

Значит, $(a-c) \equiv_3 0 \Rightarrow k^2 \equiv_3 0 \Rightarrow k=3$

$$\begin{cases} a-c=-9 \\ b-c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=a+9 \\ a-b+1=-9 \end{cases} \quad (2):$$

(2): $b = a-1+9 = a+8$

$a^2 + a - 702 = 0$

$a = -27$ или $a = 26$. П.р. $a \equiv_3 0$, то $a = -27 \Rightarrow$

$\Rightarrow c = -18 \Rightarrow b = -19$ $(-27; -19; -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Если $a \equiv_3 2$, то $b \equiv_3 1$, то $c \equiv_3 2$

$$(a-c) \equiv_3 0 \Rightarrow k^2 \equiv_3 0 \Rightarrow k \equiv_3 0$$

Из п. 1 мы понимаем, что $a=26$, $c=35$, $b=34$
(26; 34; 35)

$$a-c=k^2 \text{ и } b-c=1 \text{ невозм., т.к. } a-c < b-c, \text{ но } k^2 > 1.$$

$$a-c=-1 \text{ и } b-c=-k^2 \text{ невозм., т.к. } a-c < b-c, \text{ но } -1 > -k^2.$$

Значит, существует такое k и трижды.

Ответ: $(-27; -19; -28); (26; 34; 29);$

$(-27; -19; -18); (26; 34; 35)$

$a > b$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

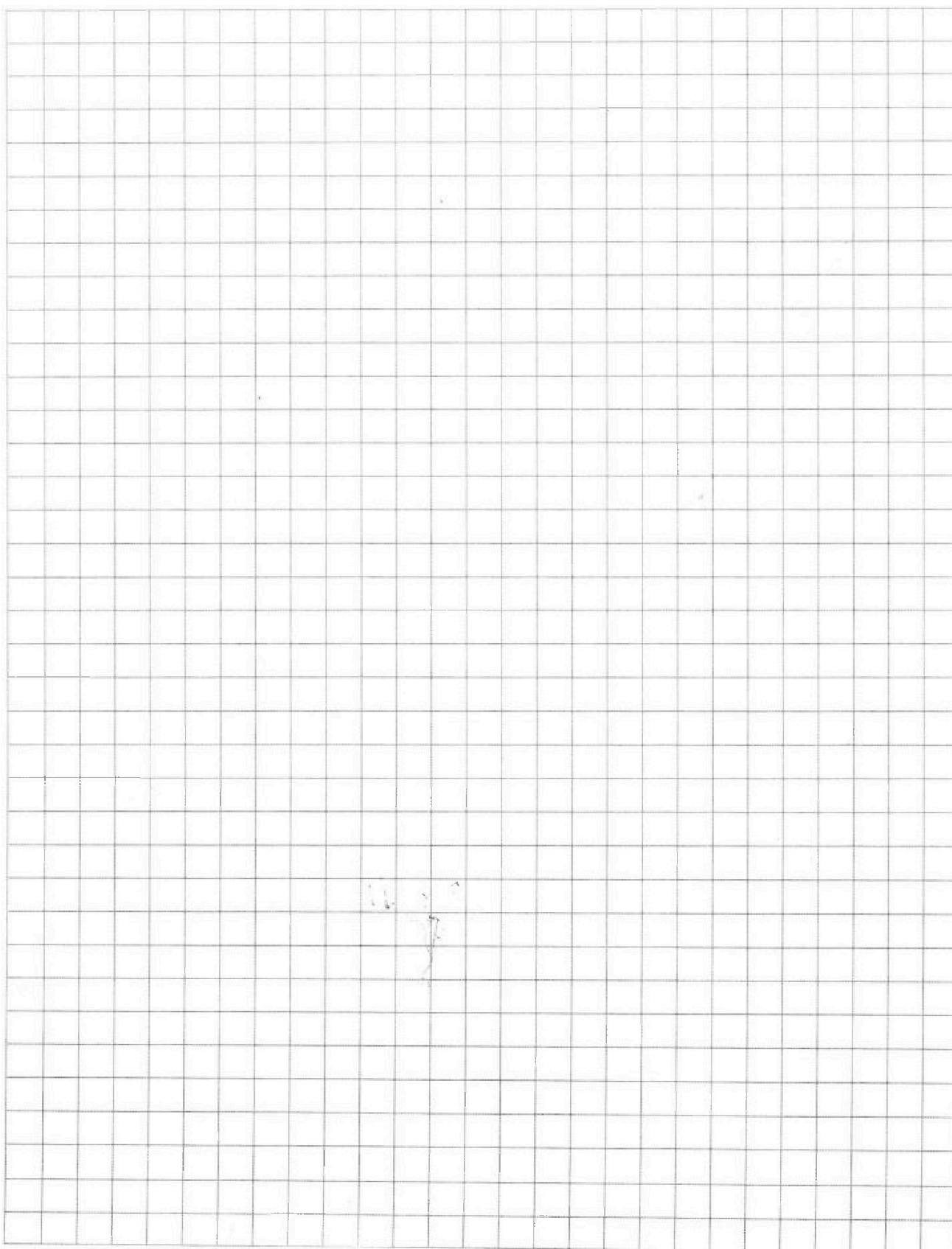
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{|y+4| + 4|y-5|}_{\geq 9} = \underbrace{\sqrt{81-2^2}}_{\leq 9}$$

$$y \geq 5: y+4 + 4(y-5) = y+4+4y-20 = 5y-16$$

$$-4 \leq y < 5: y+4 + 4(5-y) = 24-3y$$

$$y < -4: 4-y + 4(5+y) = 24+5y$$

$$-4-y+20+4y = 16-5y$$

$$1-5+4$$

$$y=5: z=0$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq 1$$

$$x \in [-5; 1]$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1-x = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

$$(2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4)^2:$$

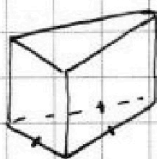
$$S = h \cdot \frac{a}{2} =$$

$$= a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}$$

$$= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$4 = a^2 \sqrt{3}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$$



$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

$$3 \cdot 7 \sqrt{(x+5)(1-x)} = 2(-x^2-4x+5) + S$$

$$7 \sqrt{(x+5)(1-x)} = 2((x+5)(1-x)) + S$$

$$7 \sqrt{t} = 2t + S$$

$$49t = 4t^2 + 20t + 25$$

$$4t^2 - 29t + 25 = 0$$

$$D = 29^2 - 4 \cdot 25 = (30-1)^2 - 100 = 500 - 100 = 400$$

$$= 900 - 60 + 1 - 400 = 500 - 59 = 441 =$$

$$= 21^2$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x =$$

$$= 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x =$$

$$= 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x (p \cos x - 3) + p \cos^3 x - 1 =$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$\text{put } t = 1: p - 3 + 3 - 1 = 0; p = 1$$

$$\text{put } t = -1: -p - 3 - 3 - 1 = 0; p = -7$$

$$3t^2 - 3t - 1 = 0 \quad D = 9 + 12 = 21$$

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$702 =$$

$$= 2 \cdot 351 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 117 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 39 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 =$$

$$= 26 \cdot 27$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin x \cos x =$$

$$\cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin x \cdot$$

$$\cos^2 x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$-1 = 4 \cdot \frac{1}{8} - 3 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$$0 = 0 - 0$$

$$0 = 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$26^2 = (25+1)^2 =$$

$$= 676$$

$$27^2 = 625 + 100 + 4 = 729$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_7 = \sqrt{54}$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{9}{6 \cdot 6 \cdot 6}} \cdot \sqrt{\frac{9}{216}}$$

$$b_9 = x+3$$

$$b_{11}^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$= \sqrt{\frac{(25x-9)^2}{(x-6)^2}} = \left| \frac{25x-9}{x-6} \right|$$

$$3 = \sqrt{54} \cdot q^2$$

$$9 = 54q^4; q^4 = \frac{9}{54} = \frac{1}{6}; q = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$b_{11} = \sqrt{\left| \frac{25x-9}{x-6} \right|} \quad q = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

$$\sqrt{25x^2 - 150x - 9x + 54} = \sqrt{25x^2 - 159x + 54}$$

$$159 = 3 \cdot 53$$

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15} = \frac{b_{11}}{q^4} \cdot b_{11} \cdot q^4 \quad (x+3)^2 = (25x-9)$$

$$\sqrt{54} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6}} =$$

$$b_{10}^2 = (x+3) \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2 \quad x \geq -3$$

$$x^2 + 6x + 9 = (25x-9)(x-6) \cdot q^4$$

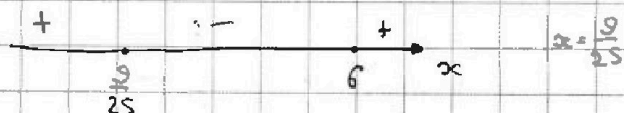
$$x^2 + 6x + 9 = 25q^4 x^2 - 159q^4 x + 54q^4$$

$$(25q^4 - 1)x^2 - (159q^4 - 6)x + 54q^4 = 0$$

$$D = (159q^4 - 6)^2 - 4 \cdot 54q^4(25q^4 - 1) = 159^2 q^8 + 2 \cdot 159 \cdot 6 q^4 + 36$$

$$- 4 \cdot 54 \cdot 25q^8 + 4 \cdot 54q^4 = (159^2 - 54 \cdot 100)q^8 + (12 \cdot 159 + 4 \cdot 54)q^4 + 36$$

$$(25x-9)(x-6) \geq 0$$



$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot q^8 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad q^8$$

$$\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot q^{16} = (25x-9)(x-6)$$

$$(25x-9) \left(\frac{q^{16}}{(x-6)^3} - (x-6) \right) = 0 \quad x = \frac{9}{25} \quad \text{или} \quad q^{16} = (x-6)^4$$

$$q^4 = (x-6)$$