



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть b_1 - первый член прогрессии, q - шаг
Тогда

$$b_{10} = b_1 q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 q^{11} = 2-x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}} = b_1 q^{17}$$

$$\text{ОДЗ: } (25x+34)(3x+2) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \cup [-\frac{2}{3}; +\infty)$$

$$\text{При } x = -\frac{34}{25} \quad b_{10} = 0 \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow b_{12} = 2 + \frac{34}{25} = \frac{84}{25} \neq 0 - \text{неверно}$$

$$\text{Аналогично, } x \neq -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{ОДЗ} = (-\infty; -\frac{34}{25}) \cup (-\frac{2}{3}; +\infty)$$

$$\frac{b_{18}}{b_{10}} = q^8 = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^4(25x+34)}} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$\Rightarrow 2-x = \sqrt{(25x+34) \frac{3x+2}{|3x+2|}} \geq 0 \Rightarrow x < 2$$

$$\textcircled{1} 2x > \frac{2}{3} \quad 2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-30) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \notin \text{ОДЗ} \\ x = 30 \notin \text{ОДЗ} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} x < -\frac{2}{3} < 2 \Rightarrow x < -\frac{34}{25}$$

$$2-x = \sqrt{-(25x+34)}$$

$$x^2 - 4x + 4 = -25x - 34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0 \Rightarrow (x+19)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \{-19; -2\}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -6 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ |z| \leq 20 \Rightarrow 0 \leq z^2 \leq 400 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{400-z^2} \leq 20 \end{cases}$$

① $y \leq -2$

$$\begin{aligned} -(y+2) - 2(y-18) &= \sqrt{400-z^2} \\ -3y+34 &= \sqrt{400-z^2} \Rightarrow 0 \leq 34-3y \leq 20 \\ \Rightarrow 14 \leq 3y \leq 34 \Rightarrow y^2-2 \leq 4\frac{2}{3} \leq y \leq 11\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$y \leq -2 < 4\frac{2}{3} \leq y \Rightarrow (x, y, z) \in \emptyset$

② $-2 < y < 18$

$$\begin{aligned} (y+2) - 2(y-18) &= \sqrt{400-z^2} \\ -y+38 &= \sqrt{400-z^2} \Rightarrow 0 \leq 38-y \leq 20 \\ \Rightarrow 18 \leq y \leq 38 \end{aligned}$$

$y < 18 \leq y \Rightarrow (x, y, z) \in \emptyset$

③ $y \geq 18$

$$\begin{aligned} 3y-34 &= \sqrt{400-z^2} \\ y \geq 18 \Rightarrow 3y &\geq 54 \Rightarrow 3y-34 \geq 20 \geq \sqrt{400-z^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3y-34 = \sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow y = 18, z = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

ОДЗ: $-6 \leq x \leq 3$

$$(x+6) + (3-x) - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(x+6)(3-x) + 4(18-3x-x^2) + 49-18\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$t = \sqrt{18-3x-x^2} \geq 0$$

$$9 - 2t = 4t^2 + 49 - 28t \Rightarrow 4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$D = 169 - 160 = 9 \Rightarrow t = \frac{13 \pm 3}{4}$$

$$\begin{cases} t = \sqrt{18-3x-x^2} = 4 \\ t = \sqrt{18-3x-x^2} = \frac{5}{2} \end{cases} \begin{cases} x^2+3x-2=0 \\ 4x^2+12x-49=0 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \left(\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right), \left(\frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2}; 18; 0 \right) \right\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$t = \cos x$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow (p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$a = \sqrt[3]{p-1}$$

$$a^3 t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$(at + t + 1)(a^2 t^2 - at(t+1) + (t+1)^2) = 0$$

$$\begin{cases} at + t + 1 = 0 \\ a^2 t^2 - at^2 - at + t^2 + 2t + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{1}{a+1} = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \quad (1) \\ t^2(a^2 - a + 1) + (2-a)t + 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$$

$$\text{при } p \leq -7 \quad \sqrt[3]{p-1}+1 \leq -1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \leq 1$$

$$\text{при } p \geq 1 \quad \sqrt[3]{p-1}+1 \geq 1 \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 0$$

$$\textcircled{2} \quad (a^2 - a + 1)t^2 + (2-a)t + 1 = 0$$

$$D = a^2 - 4a + 4 - 4a^2 + 4a - 4 = -3a^2 \leq 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow p = 1$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = t = -1$$

$$\cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \Rightarrow x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi n$$

$$\text{Ответ: при } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$500 \cdot 120 = 60000$$

Для каждого из трёх данных видов симметрии при закрашивании одной клетки всегда необходимо закрасить симметричную
Всего способов закрасить 2 клетки — 30000
Способов закрасить 8 клеток:

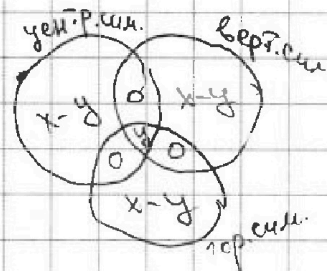
$$\frac{30000!}{4! 29996!} = X$$

При использовании двух видов симметрии одновременно при закрашивании одной клетки необходимо закрасить ещё три. Таким образом, данная раскраска будет соответствовать сразу трём видам симметрии

Всего способов закрасить 4 клетки таким образом: 15000
Способов закрасить 6 клеток:

$$\frac{15000!}{2! 14998!} = Y$$

~~Всего возможных способов~~



Всего возможных способов $3(x-y) + y$

$$3. \frac{30000!}{4! 29996!} - 2 \cdot \frac{15000!}{2! 14998!} = \frac{30000!}{8 \cdot 29996!} - \frac{15000!}{14998!}$$

Ответ: $\frac{30000!}{8 \cdot 29996!} - \frac{15000!}{14998!}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a \leq b \\ (b-a) \div 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{При } |a| = 32 \quad b = -24$$

$$\text{При } |a| = 31 \quad b = 39$$

$$\Rightarrow -31 \leq a \leq 31$$

$$39 \leq b \leq 1000$$

Рассмотрим второе условие $(b-a) \div 3$

$$1) a = 3x, x \in \mathbb{Z}$$

$$b = 1000 - 9x^2 \div 3 \Rightarrow b-a = 1000 - 9x^2 - 3x \div 3$$

$$2) a = 3x+1, x \in \mathbb{Z}$$

$$b = 999 - 6x - 9x^2 \div 3 \Rightarrow b-a = 998 - 9x - 9x^2 \div 3$$

$$3) a = 3x+2, x \in \mathbb{Z}$$

$$b = 996 - 12x - 9x^2 \div 3 \Rightarrow b-a = 994 - 15x - 9x^2 \div 3$$

$$\Rightarrow (b-a) \div 3 \text{ всегда}$$

Рассмотрим третье условие $(a-c)(b-c) = p^2$

$$1) a-c = b-c = \pm p$$

$$\Rightarrow a = b - \text{неверно}$$

$$2) \begin{cases} b-c=1 \\ a-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=b-1 \\ p^2=a-b+1 \end{cases}$$

$$a < b \Rightarrow a-b+1 < 1 \Rightarrow p^2 < 1 - \text{неверно}$$

$$3) \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=a+1 \\ p^2=a-b+1 \end{cases} - \text{неверно}$$

$$4) \begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases} \Rightarrow c=b-p^2 \Rightarrow p^2=b-a+1=1001-a-a^2$$

$$5) \begin{cases} b-c=-1 \\ a-c=-p^2 \end{cases} \Rightarrow c=b+1 \Rightarrow p^2=b-a+1=1001-a-a^2$$

Таким образом, такие числа существуют, если:

$$\begin{cases} -31 \leq a \leq 31 \\ b = 1000 - a^2 \\ p^2 = 1001 - a - a^2 \\ \begin{cases} c = a-1 \\ c = b+1 \end{cases} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим $p^2 = 1001 - a - a^2$, p - простое

$$a^2 + a + (p^2 - 1001) = 0$$

$$D = 1 - 4(p^2 - 1001) = 4005 - 4p^2 \geq 0 \Rightarrow p^2 \leq 1001\frac{1}{4} \Rightarrow p \leq 31$$

$$p = 2 \Rightarrow D = 3989 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3989}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 3 \Rightarrow D = 4005 - 36 = 3969 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3969}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 5 \Rightarrow D = 4005 - 100 = 3905 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3905}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 7 \Rightarrow D = 4005 - 196 = 3809 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3809}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 11 \Rightarrow D = 4005 - 484 = 3521 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3521}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 13 \Rightarrow D = 4005 - 676 = 3329 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3329}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 17 \Rightarrow D = 4005 - 1156 = 2849 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{2849}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 19 \Rightarrow D = 4005 - 1444 = 2561 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{2561}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 23 \Rightarrow D = 4005 - 2116 = 1889 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1889}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 29 \Rightarrow D = 4005 - 3364 = 641 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{641}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$p = 31 \Rightarrow D = 4005 - 3844 = 161 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{161}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow$ таких простых чисел нет

ответ: решений нет

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$:

$$\begin{cases} a < b \checkmark \\ (b-a)/3 \checkmark \\ (a-c)(b-c) = p^2 \quad (p \cdot np) \\ a^2 + b = 1000 \checkmark \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4005 \\ 3364 \\ \hline 641 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 961 \\ 4 \\ \hline 2404 \\ 3844 \\ \hline 1612 \end{array}$$

$$s = \sqrt{\frac{30}{2} \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \frac{a^2}{4} = 104$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 29 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 841 \\ 4 \\ \hline 3364 \end{array}$$

$$\textcircled{1} \quad a-c=1, \quad b-c=p^2$$

$$p \cdot p^2 \cdot a = c + 1 < b \Rightarrow p^2 > 1 \checkmark$$

$$\text{англ. } a_0 = -\frac{1}{2} \quad \begin{array}{r} 469 \\ 402 \\ \hline 4489 \end{array}$$

$$4 \cdot 2-4$$

$$9 \cdot 3-9$$

$$1000 = 1+999 = 4+996 = 9+991 = 16+984 = 25+975 = 36+964 = 49+951 =$$

$$16 \cdot 5-25$$

$$= 64+936 = 81+919 = 100+900 = 121+879 = 144+856 = 169+831 = 196+804 =$$

$$25 \cdot 7-49$$

$$= 225+775 = 256+744 = 289+711 = 324+676 = 361+639 = 400+600 =$$

$$36 \cdot 11-121$$

$$= 441+559 = 484+516 = 529+471 = 576+424 = 625+375 = 676+324 =$$

$$49 \cdot 13-169$$

$$= 729+271 = 784+216 = 841+159 = 900+100 = 961+39 = 1024-24$$

$$64 \cdot 17-289$$

$$a < 32$$

$$81 \cdot 19-361$$

$$! \cdot 3a \leq 31, \quad b \geq 39 \quad \begin{array}{r} 1849 \\ 39 \pm 31 \cdot 3 \end{array}$$

$$59^2 = 3606-120$$

$$100 \cdot 23-529$$

$$b-a \geq 8$$

$$43$$

$$100 \pm 30 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ 53 \end{array}$$

$$121 \cdot 29-841$$

$$43$$

$$159 \pm 29 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ 53 \end{array}$$

$$144 \cdot 31-961$$

$$a = 3x \cdot 3$$

$$1729$$

$$216 \pm 28 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 399 \\ 265 \end{array}$$

$$169$$

$$\Rightarrow b = 1000 - 9x^2 \cdot 3$$

$$\Rightarrow b-a \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 3249 \\ 2809 \end{array}$$

$$34$$

$$a = 3x+1 \cdot 3$$

$$34$$

$$\Rightarrow b = 999 - 6x - 9x^2 \cdot 3 \Rightarrow b-a \cdot 3$$

$$51^2 = 2501-100$$

$$136$$

$$a = 3x+2 \cdot 3$$

$$102$$

$$\Rightarrow b = 996 - 12x - 9x^2 \cdot 3 \Rightarrow b-a \cdot 3$$

$$1156$$

$$1444$$

$$\begin{cases} -31 \leq a \leq 31 \\ 39 \leq b \leq 1000 \end{cases}$$

$$c^2 - (a+b)c + ab - p^2 = 0$$

$$D = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4p^2 =$$

$$= (b-a)^2 + 4p^2 > 0$$

$$c = \frac{a+b \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$a^2 + a - 10a - p^2 =$$

$$-10a \cdot \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} c = a-1 \\ c = b+1 \end{cases}$$

$$p^2 = b-a+1$$

$$x-a=b, 70$$

$$a_n = a_{n-1} + 1$$

$$b_n$$

$$b-a = 1000, 998, 998, 994, 994, 988, 988$$

$$1000 = a_n^2 + b_n$$

$$b_n = 1000 - a_n^2 - 2b_{n-1} - 1 = b_{n-1} - 2a_{n-1} - 1$$

$$b_n + a_n = b_{n-1} - a_{n-1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

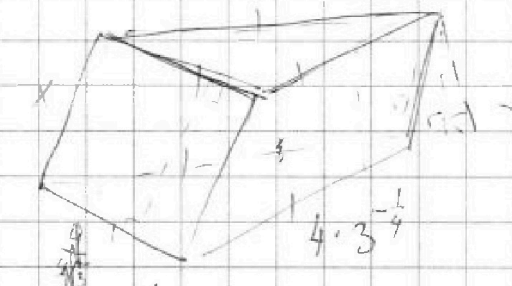
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{\triangle x y x} = \frac{1}{2} x y \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} x y \sin \alpha$$

$$\frac{6\sqrt{3}}{4} = 1,5\sqrt{3}$$



$$S = 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} h = a h$$

$$S_1 = S_2 = 6$$

$$\Rightarrow h_1 = h_2 = \frac{3}{2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \sqrt{\frac{9}{4} \sqrt{3} + h^2}$$

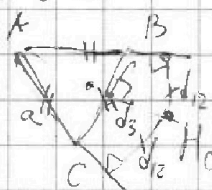
HK

$$H = \sqrt{\frac{36}{a^2} - d_{12}^2} = \sqrt{\frac{25}{a^2} - d_3^2}$$

$$\frac{11}{a^2} = d_{12}^2 - d_3^2$$

$$h_1 = \frac{6}{a} = h_2$$

$$h_3 = \frac{5}{a}$$



$$\begin{cases} a < b \\ (b-a)/3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

$$-31 \leq a \leq 31$$

$$39 \leq b \leq 1000$$

2) $c \geq b > a$

1.1) $a-c=b-c=p^2$ - верно $|p| \leq 1001$

1.2) $a-c=p^2$

$$b-c=a$$

$$\begin{cases} c-a=1 \\ b-a=p^2 \end{cases}$$

$$b-a=p^2$$

$$p^2 = a + b + 150 - \text{верно}$$

1.3) $b-a=p^2$

$$c-a=p^2$$

$$c-b=1$$

$$c=b+1 \Rightarrow p^2 = b-a+1$$

$$b=1 \quad 4005 - 4p^2 \geq 0 \Rightarrow p^2 \leq 1001 \frac{1}{4}$$

1) $b > a > c$

1.1) $a-c=b-c=p^2$

$$a=b - \text{неверно}$$

1.2) $a-c=p^2$

$$b-c=a+1$$

$$-32 \leq c = b-1 \leq 30$$

$$p^2 = a - b + 1 < 0 - \text{неверно}$$

$$p^2 = b - a + 1$$

1.3) $p^2 = b - a + 1$

$$\begin{cases} c = a - 1 \end{cases}$$

$$a^2 + a + (p^2 - 1001) = 0$$

$$D = 1 - 4p^2 + 4004 =$$

$$= 4005 - 4p^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{D}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) 500×120

① уектр. сим.

1	7
2	8
3	9
4	10
5	11
6	12

$\frac{ab}{2}$

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 495$$

$$500 \times 120 = \left(\frac{500 \cdot 120}{2} \right) \left(\frac{500 \cdot 120}{120} \right)$$

$$\frac{500 \cdot 120}{2} = 30000$$

$$30000 \cdot 29999 \cdot 29998 \cdot 29997$$

$$\frac{30000!}{4! \cdot 29996!} = X$$

1	7	0
2	8	
3	9	0
4	10	
5	11	0 0
6	12	

$$\frac{30000!}{4! \cdot 29996!}$$

③ Fome

3x-

$$\frac{15000 \cdot 14999}{2} = y$$
$$\frac{15000!}{2! \cdot 14998!} = y$$

④

$$15000 \cdot 14999 \cdot 29999 \cdot 29998 \cdot 29997 \cdot 29996$$

$$\frac{15000!}{2! \cdot 14998!}$$

$$15000 \cdot 14999$$

$$\left(\frac{29999 \cdot 29997}{2} - 1 \right)$$

$$3(x-y) + y = 3x - 2y$$
$$\frac{3 \cdot 30000!}{4! \cdot 29996!} - \frac{15000!}{14998!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $x \in \mathbb{R}$

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = x+2, 2-x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{10} = b_{10}^9$$

$$b_{12} = b_{12}^9$$

$$b_{18} = b_{18}^9$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^4 = \frac{1}{|3x+2|}$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$x \in \left(-\infty, -\frac{34}{25} \right) \cup \left(-\frac{34}{25}, +\infty \right)$$

$$(2) \quad 2-x = \sqrt{25x+34} \Rightarrow 2-\frac{25}{3}x < 2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 30$$

$$(1) \quad 2-x = \sqrt{-(25x+34)}$$

$$x^2 - 4x + 4 = -25x - 34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x+19)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2, x = -19$$

$$\text{отв. } \{-19; -2\}$$

$$2) \quad \begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$\text{отв. } \begin{cases} x \geq -6 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ -20 \leq z \leq 20 \end{cases}$$

$$y \geq 18: 3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 \geq 0$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow 3y-34 = \sqrt{400-z^2} = 20$$

$$\Rightarrow y = 18, z = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$x^2+3x-18=0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$(x+6)(x-3)=0$$

$$-6 \leq x \leq 3$$

$$x+6+3-x-2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)+4(3-x)-28\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = t \geq 0$$

$$3-2t = 4t^2 + 4(3-x) - 28t$$

$$D = 36 + 4 \cdot 47 = 224$$

$$\frac{1}{-84} \leq 1$$

$$-84 \geq 1$$

$$p \leq -7$$

$$5 \leq -2$$

$$84 \leq -1$$

$$0 \geq \frac{1}{-84} \geq -1$$

$$\frac{1}{-84} + 1 = 1 \Rightarrow p = 1$$

$$\frac{1}{-84} + 1 = -7$$

$$\Rightarrow p = -7$$

$$2 \leq y \leq 18$$

$$y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$38-y \leq 40$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow \emptyset$$

$$3$$

$$y \leq -2$$

$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$40 \leq 34-3y \Rightarrow \emptyset$$

$$3) p \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$x_0 = 2\pi \text{ и } 1 \text{ пери}$$

$$\cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 3(p+3)t + 4 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$1) p = 0$$

$$12t^2 + 9t + 4 = 0$$

$$D = 81 - 192 < 0 \Rightarrow t \in \emptyset$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$2) p = 0$$

$$3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$D < 0 \Rightarrow t \in \emptyset$$

$$3) p \neq 0$$

$$4) p \neq 0$$

$$(p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$(t+1) + (p-1)t^3 = 0 \Rightarrow (t+1)^2 - (t+1)t(p-1) + t^2(p-1) = 0$$

$$t^2 + 2t + 1 - t^2(p-1) - t(p-1) + t^2(p-1) = 0$$

$$t^2(1 - \sqrt[3]{p-1} + \sqrt[3]{p-1}^2) + t(2 - \sqrt[3]{p-1}) + 1 = 0$$

$$1) \sqrt[3]{p-1} = a \quad t^2(a^2 - a + 1) + t(2-a) + 1 = 0$$

$$D = a^2 - 4a + 4 - 4a^2 + 4a - 4 = -3a^2 \leq 0 \Rightarrow a = 0 (p = 1) \Rightarrow t = -1$$