



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\{a_i\}$ - геометрическая прогрессия.

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad \left| \quad \left(x - \frac{35}{13}\right)(x+1) \geq 0 \right.$$

Пусть d - знаменатель геом. прогрессии a_i :

$$a_{15} = a_7 \cdot d^8$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^8$$

$$\cancel{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} \cdot \cancel{(x+1)^3} = \sqrt{13x-35} \cdot d^8$$

$$\sqrt{13x-35} \cdot \cancel{(x+1)^3} = \sqrt{13x-35} \cdot d^8$$

$$d^8 = \frac{(13x-35)(x+1)(x+1)^3}{(13x-35)} = (x+1)^2$$

$$d^4 = \pm (x+1) \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)^3$$

$$\cancel{d^6 = \pm (x+1)^3} \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)^3$$

$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^3}, x \geq -1 \quad (1)$$

$$d^6 = \sqrt[6]{-(x+1)^3}, x \leq -1 \quad (2)$$

$$(1) \therefore a_{13} = a_7 \cdot d^6 \Rightarrow 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3 = \sqrt{13x-35}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - x = \sqrt{13x - 35}$$

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2 - 23x + 60 = 0 \end{cases}$$
$$D = 529 - 240 = 289 = 17^2$$
$$x = \frac{23 \pm 17}{2} \quad \begin{matrix} 20 > 5 \\ \text{не } \log x \\ = 3, \log x \end{matrix}$$
$$\downarrow$$
$$x = 3 \geq 1, \log x.$$

$$(2) \quad x \leq -1$$

$$5 - x = \sqrt{35 - 13x}$$

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 35 - 13x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$$
$$x = -5, \log x, \text{ т.к. } \leq -1$$
$$x = 2, \text{ не } \log x, \text{ т.к. } > -1$$

$$(1) + (2): \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

Ответ: 3; -5;



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

Рассм. $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$

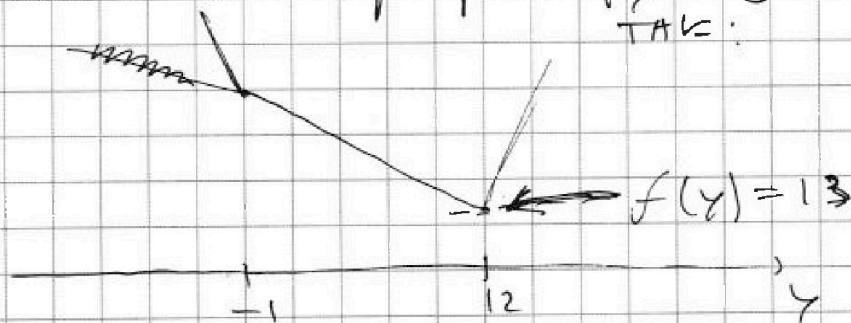
1) $y \geq 12$: $f(y) = 4y - 35$

2) $y \in [-1; 12]$: $f(y) = -2y + 37$

3) $y < -1$: $f(y) = -4y + 35$

На промежутке $y \in [-1; 12]$ $f(y)$ принимает в силу своей монотонности значения от $f(12) = -24 + 37 = 13$ до $f(-1) = 39$.

Схематично график функции выглядит так:



~~Итак, для~~ $f(y) \in [13; +\infty)$

Рассм. $g(z) = \sqrt{169-z^2} \in (0; 13]$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

$\in [13; +\infty)$ $\in [0; 13]$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y+1) + 3|y-12| = 13 \\ \sqrt{169 - z^2} = 13 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z} \\ y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

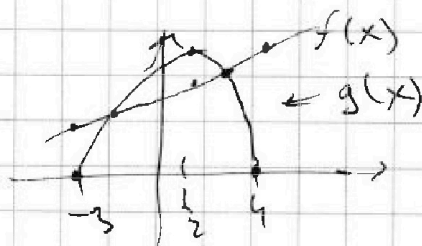
$D = 1 + 48 = 49$
 $x = \frac{-1 \pm 7}{2} = -3, 4$

$$\overbrace{\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5}^{f(x)} = \overbrace{2\sqrt{-(x-4)(x+3)}}^{g(x)}$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-4)(x+3) \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{array} \right. \Rightarrow x \in [-3; 4]$$

Это уравнение имеет два решения, т.е.



Ответ: $(x, y, z): \begin{pmatrix} x_1; 12; 0 \\ x_2; 12; 0 \end{pmatrix}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13.

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$\text{ЗАМЕНА: } \cos x = t \in [-1; 1]$$

$$\text{Пусть } f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 \geq 0$$

$\Downarrow$
 $f(t)$ монотонно возраст.

Т.к. $f(t)$ монотонно возрастает, то она принимает все значения от своего минимума при $t = -1$ до максимума при $t = 1$.

$$t = -1: f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$t = 1: f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t \in [-1; 1] \Rightarrow f(t) \in [-4; 10]$$

$$f(t) = p \in [-4; 10]$$

Ответ: $p \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

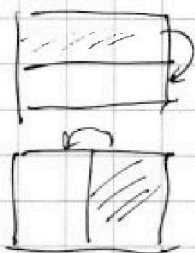
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15.

$$200 \cdot 250 = 50000 \text{ клеток}$$



симметрии от средних линий:

$$C_4^{25000} + C_4^{25000}$$

Среди них встречаются также, которые симметричны отн. обеих линий.

2	1
3	4

1 зеркально с 2,

4 зеркально с 3,

1 зеркально с 4

2 зеркально с 3 =)

=> 4 вершины 1, 2, 3, 4 являются одинаковыми, но по разному поворачиваемым

пластинками а значит всего таких симметричных ^{одних} от средних линий позиций:

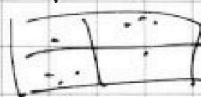
$$C_2^{12500}$$

И всего $2 \cdot C_4^{25000} - C_2^{12500}$. Здесь пересчитаны все углоцентричные симметрии, ману мер ТАКАЯ



Всего таких симметрий

$$2 \cdot C_4^{25000} + 2 \cdot C_3^{12500} + C_2^{12500} \cdot (C_2^{12500} - 1)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вариант симметричный Бюджет:

$$2 \cdot C_{50000}^4 - C_{12500}^2 + 2C_{12500}^4 +$$
$$+ \cancel{25000} C_{12500}^3 + (C_{12500}^2)^2 -$$
$$- C_{12500}^2$$

Ответ: $2 \cdot C_{50000}^4 + 2C_{12500}^4 + 25000 C_{12500}^3 +$

$$+ (C_{12500}^2)^2 - 2C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р.б.

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z} : \begin{array}{l} 1) a > b \\ 2) a - b \not\equiv 3 \\ 3) (a - c)(b - c) = p^2 \\ 4) a + b^2 = 560 \end{array}$$

3) $(a - c)(b - c) = p^2$, p - простое, значит разобьем на случаи:

$$1) \begin{array}{l} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} b - c > a - c \\ b > a \end{array} \text{ - не подходит}$$

$$2) a - c = b - c = p \Rightarrow a = b = t$$

$$\text{из 4) } t^2 + t - 560 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 1 + 2240 = 2241 = \\ &= 9 \cdot 249 = \\ &= 9 \cdot 3 \cdot 83 \end{aligned}$$

$$t = \frac{-1 \pm 3\sqrt{3 \cdot 83}}{2} \text{ - ирра-}$$

-циональные числа, ~~значит~~ не подходит, т.к.

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

$$3) \begin{array}{l} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{array}$$

$$\text{из 2) } \begin{array}{l} a - b \not\equiv 3 \\ \Downarrow \end{array}$$

$$(a - c) - (b - c) = a - b \not\equiv 3$$

$$p^2 - 1 \not\equiv 3$$

$$p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} (p-1)(p+1) \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p-1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p+1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\Downarrow p \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a - c = 9 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 9 + c \\ b = c + 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3 4) $a + b^2 = 560$

$$9 + c + (1 + c)^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 2200 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} \quad \begin{matrix} -25 \Rightarrow a = 9 - 25 = -16 \\ -24 \Rightarrow b = -25 + 1 = -24 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a = 9 + 22 = 31$$

$$b = 1 + 22 = 23$$

Магические тройки

$$(a, b, c) : \begin{pmatrix} 31, 23, 22 \\ -16, -24, -25 \end{pmatrix}$$

4) $a - c = -1$ $a - c > b - c \rightarrow a > b$, чужих
 $b - c = -p^2$

$$a - b = (a - c) - (b - c) = -1 + p^2$$

Аналогично нулю
3: $p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \Rightarrow \text{и 3 4) } a + b^2 = 560$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c + 80 - 560 = 0$$

$$c^2 - 17c - 480 = 0$$

$$D = 17^2 + 1920 =$$

$$= 289 + 1920 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} \quad 32$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} = -15$$

$$c = 32: b = 32 - 9 = 23$$

$$a = 32 - 1 = 31$$

$$c = -15: b = -15 - 9 = -24$$

$$a = -15 - 1 = -16$$

Магические тройки: $(a, b, c):$ $\begin{pmatrix} -16, -24, -15 \\ 31, 23, 32 \end{pmatrix}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) a - c = b - c = -p \Rightarrow a = b = c$$

Аналогично пункту № 5 не может быть иррациональным числом из $cb - ba$ № 4.

$$6) a - c = -p^2 \quad b - c > a - c$$
$$b - c = -1 \quad b > a, \text{ не может}$$

Ответ: (a, b, c) :

$$(31, 23, 22), (-16, -24, -25)$$

$$(-16, -24, -15), (31, 23, 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \quad \begin{matrix} 4=12 & x=0 \\ \geq 0 \\ x \leq 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \\ 48 + 2 - 1 = 49 \\ x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow \frac{49}{4} \\ D = 1 + 48 = 49 \\ x = \frac{1 \pm 7}{2} = -3 \end{matrix}$$

$$-(x+3)(x-4) \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-(x-4)} + 5 = 2 \quad \begin{matrix} x+6 \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \end{matrix} \quad \begin{matrix} x=4 \\ x=6 \end{matrix}$$

$$\sqrt{a} + 2\sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{b}(2\sqrt{a} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab \Rightarrow a - b(2a+1) = a+5$$

$$x=4: \sqrt{7} + 5 = 2 \quad b = \frac{a+5}{2a+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{2a+30}{2a+1} \right)$$

$$2\sqrt{3,5} + 5 = 2\sqrt{\frac{49}{4}} = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{2a+1}$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(\dots) - 20\sqrt{\dots} + 25$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = (7)_{\max}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \quad \begin{matrix} \min = 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0 \end{matrix}$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$4-x = x+3$$

$$x = \frac{1}{2} \quad 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

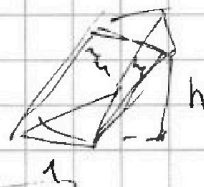
$$(2\sqrt{2+x-x^2})' = \frac{-2x+1}{\sqrt{\dots}} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = a_7 \cdot d^6$$

$$a_{13} = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^6$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot d^2}$$

$$(5-x) \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} = \left(\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} \right)^3$$

$$(5-x) =$$

$$\sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} \left(5-x - \frac{(13x-35)(x+1) \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}}}{\sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}}} \right) = 0$$

$$x = -1$$

$$5-x - (x+1)^4 \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$$

$$7 \quad 13 \quad 15$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 3x + 3\cos^2 x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R}: a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a d^6 \quad 13-7=6 \Rightarrow b d^6$$

$$a_{13} = 5-x = a d^{12} = b d^6$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)^7} = a d^{14} = b d^8$$

(5xx

$$d = \frac{1}{\sqrt{x+1}} \quad d^6 = \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$d^8 = \frac{b d^8}{b} = \sqrt{(x+1)(x+1)^3} = (x+1)^2$$

$$d = x+1 \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)\sqrt{x+1}$$

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

1) ⊕:

$$5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3$$

$$\frac{35}{13} - 5 = \frac{35-65}{13} = -\frac{30}{13}$$

$$-x \in (-\infty; -\frac{35}{13}] \cup (1; +\infty)$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$5-x \in (-\infty; +\frac{30}{13}) \cup (6; +\infty)$$

$$5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$5-x = \sqrt{35-13x}$$

$$x \leq 5$$

5xx

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$D = 9+40=49$$

$$-3 \pm 7$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$\frac{-5}{2}$$

$$(5-x)^2 = 13x-35$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2-23x+60=0$$

$$D = 23^2 - 240 = 529 - 240 =$$

$$= 329 - 40 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = 20$$

$$= 13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \sqrt{(x-4)(x+3)}$$

мониторинг

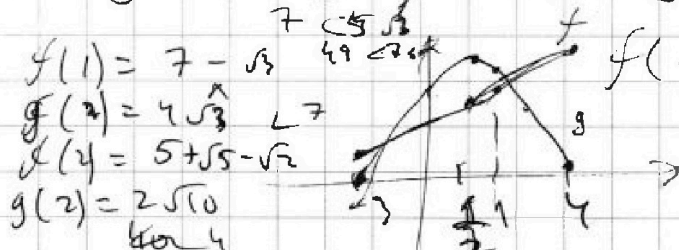
$$(-3; 4)$$

$$f(x) \in [5 + \sqrt{7}; 5 + \sqrt{7}]$$

$$f(4) = 5 + \sqrt{7}$$

$$g(x) \in [0; 7] \quad g\left(\frac{1}{2}\right) = 7$$

$$g(4) = 0$$



$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 5$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 7$$

$$a + 2,5 = b - 2,5$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 2,5 = -2ab$$

$$a - 2\sqrt{(1/5)^2} = 2 \quad \begin{matrix} 5 + \sqrt{5} & \sqrt{2} + 2\sqrt{10} \\ 25 + 10\sqrt{5} + 5 & 2(a) \end{matrix}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$ab + b - 2,5 = -ab + a + 2,5 =$$

$$m(b) \quad m(a) \quad a + b - 2,5 = -ab + a + 2,5$$

$$b(a+1) - 2,5$$

$$k = \frac{-ab + a + 5}{a+1}$$

$$a(-b+1) + 2,5$$

$$= - (ab - a - 2,5)$$

$$= \sqrt{x} \neq \sqrt{-x}$$

$$\boxed{a} + \boxed{b}$$

$$a - b = 2\sqrt{b} \quad \text{but } x \sim x^3$$

$$\boxed{a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16.
 $(a, b, c) \in \mathbb{Z} : \begin{cases} 1) a > b \\ 2) a - b \not\equiv 3 \\ 3) (a - c)(b - c) = p^2 \\ 4) a + b^2 = 560 \end{cases}$

~~1) $a - b = 3$
 2) $a - b = 5$
 3) $a - b = 7$
 4) $a - b = 11$
 5) $a - b = 13$
 6) $a - b = 17$
 7) $a - b = 19$~~

$$p^2 + p - 560 = 0$$

$$p = 1 + \sqrt{1 + 2240} = 2249$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$1) a - c = 1$$

$$b - c = p^2$$

$$a > b$$

$$a - c > b - c$$

$$2) a - c = b - c = p$$

$$3) b - c = p$$

$$b = c + 1$$

$$a - c = p^2$$

$$a - b = (a - c) - (b - c) \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 - 1 \not\equiv 3$$

$$9 - 1 \equiv 3$$

$$0 - 1 \equiv 3$$

$$p \equiv 3$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$f(x) - g(x) + 5 = 2 f(x) \cdot g(x)$$

$$\sqrt{x+3} (4-x)$$

$$k - b = ab$$

$$k = a$$

$$b = b$$

$$\sqrt{x+3} (\sqrt{4-x^2} - 1) = -\sqrt{4-x} (\sqrt{x+3} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$ab + b = ab + a + 5$$

$$x_0 + \frac{1}{3}x_0$$

$$x_0' = x_0 - 2(x_0 - b)$$

$$= x_0 + 1$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{x_0+3} + 5 = 2 \sqrt{(x_0+3)(4-x_0)}$$

$$ab \quad a - b = 2ab \quad \frac{a}{b} - 1 = 2a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-x} + 5 = 2\sqrt{(-x)(-x+7)}$$

$$a + b + 5 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 + a - b + 5 = (a+b)^2 \quad \sqrt{a} \quad \sqrt{b}$$

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (a+b)^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{-a+7} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a - a + 7 = 7$$

$$a \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

6,5

0,5

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 12 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\frac{13}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{4} \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} \quad 4\right)$$

$$\frac{13}{2} = \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{13}{2}$$

$$2 - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

$$2: \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

3:

$$\sqrt{6} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$$

$$t \in (0; 7)$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{-t+7} + 5 = 2\sqrt{t(-t+7)}$$

$$a + 10\sqrt{a} + 25 = 4ab + b + 4\sqrt{ab^2}$$

$$\sqrt{a}(10 - 4b) = 4ab + b - a - 25$$

$$a(10 - 4b)^2 =$$

$$\frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b, c) \in \mathbb{R}: a > b$$

$$(a-b) \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a > b:$$

$$b \in [1; 23]$$

$$x = \frac{1}{2}: 5 \times 5 \times 5$$

$$5 - 5 \times 3$$

$$h$$

$$h = \frac{h}{\sin 2}$$

$$3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 147 \\ 1329 \\ 188 \\ 2209 \end{array}$$

$$4t^3 + 6t^3 + 3t - 3 - p \sin \beta = \frac{4}{3}$$

$$f(t) = p \Rightarrow t = f^{-1}(p)$$

$$\cos 2x = \sin x \cos x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x - \sin x + 2 \sin x \cos^2 x = \sin x (4 \cos^2 x - 1)$$

$$\cos 2x = \cos x \cdot \cos x - \sin x \sin x = 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \cos^2 x + 2 \cos^2 x$$

Квадраты
90 560:

121	11
144	12
169	13
196	14
225	15
256	16
289	17
324	18
361	19
400	20

441	21
484	22
529	23
576	24

$$\begin{array}{r} 2500 \\ 9 = 3 \\ 8 = 4 \\ 7 = 9 \end{array}$$

$$S_3 = a \cdot 1 = \frac{h}{\sin 2} = 3$$

$$S_4 = a \cdot 1 \cdot \sin \beta = 4 \sin \beta$$

$$h \cdot \frac{\sin \beta}{\sin 2} = 4$$

$$3 \sin 2 \cdot \frac{\sin \beta}{\sin 2} = 4$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 9 \\ 25 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

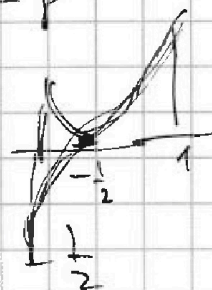
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = y$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$



$$t = 1 : f(t) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t = -\frac{1}{2} : f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$t = -1 : f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 < -\frac{7}{2}$$

$$y \in [-4; 10] \text{ на краях.}$$

$$\forall \cos x \in [-1; 1] \exists y \in [-4; 10] \text{ монот.}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} (4+1) + 3(4-12) = \sqrt{169-z^2} \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$169 - z^2 \geq 0$$

$$z^2 \leq 13^2 \rightarrow z \in [-13; 13]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$\begin{aligned} & 4 - (x+z) \geq 0 \rightarrow (x+z) \leq 4 \\ & -13 \leq z \leq 13 \\ & -13+x \leq x+z \leq 13+x \leq 4 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \quad \sqrt{12+x-x} = 2$$

$$3: \sqrt{6+9} = 2\sqrt{\quad} \quad -2: 5 - \sqrt{4-x} \quad 4: 5 + \sqrt{4-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x=3: a_7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4} \quad x=2: a_7 = \frac{1}{0.5^3}$$

$$a_{13} = 2$$

$$a_{15} = 4$$

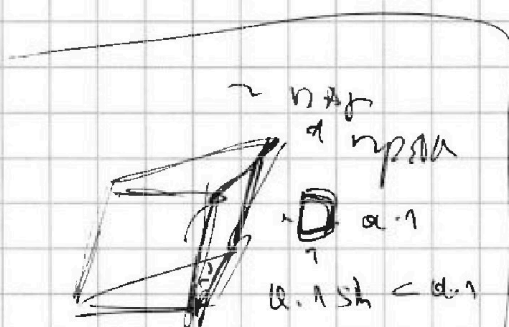
$$x = -5$$

$$a_7 = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \sqrt{\frac{25}{4^2}} = \frac{5}{4}$$

$$a_{13} = 10 \quad \text{или?}$$

$$a_{75} = \sqrt{100 \cdot 4} = 20$$

$$d^6 = 2^3 = 8$$



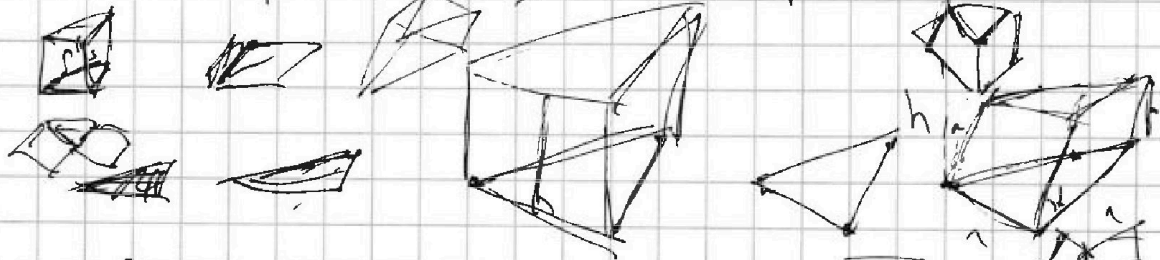
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-(x+2)} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2} \\ |4+1| + 3|y-2| = \sqrt{3^2 - z^2} \end{cases}$$

$$(\sqrt{x+3} + 5)^2 = (2\sqrt{4+x-x^2+2} + \sqrt{4-x-2})^2$$

$$x+3+25+10\sqrt{x+3} = 4(4+x-x^2+2) + 4-x-2$$

$$x+y+z-x^2 \geq 0$$

$$x+y+z-x^2 \geq 0$$



$$x^2 = x - (4+z) \rightarrow 0$$

$$D = 1 + 4y + 4z$$

2 пр
1 пр