



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_n - \text{наша прогрессия}; \quad b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; \quad b_{10} = x+4;$$

$$b_{12} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}. \text{ Из определения геом. прогрессии } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{10} = b_4 \cdot q^6; \quad b_{12} = b_4 \cdot q^8 = b_{10} \cdot q^2; \text{ где } q - \text{знаменатель прогрессии}$$

$$1) \frac{b_{10}}{b_4} = \frac{(x+4) \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}} = q^6 \quad \text{Перепишем в более удобном виде:}$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{\sqrt{15x+6} \cdot \sqrt{x-3}}{x+4} = q^2 \quad \frac{b_{10}}{b_4} = \frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}} = q^6 = (q^2)^3$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{(15x+6)^{\frac{1}{2}} \cdot (x-3)^{\frac{1}{2}}}{x+4} = q^2$$

ОДЗ:

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$

$$+ \quad - \quad +$$

$$\frac{-6}{15} \quad 3$$

$$x \in (-\infty; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$$

$$(2) \text{ Заметим, что, т.к. } q^6 = (q^2)^3, \text{ то}$$

$$\left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \frac{b_{10}}{b_4} \Rightarrow \frac{(15x+6)^{\frac{3}{2}} \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(x+4)^3} = \frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{Получаем, что: } (x+4)^4 = (15x+6)^2$$

$$(1) (x+4)^2 = (15x+6)$$

$$(2) (x+4)^2 = -(15x+6)$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 10 = 9$$

$$x_1 = \frac{7+3}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{7-3}{2} = 2 \text{ (не вл-т в ОДЗ)}$$

$$x \geq -\frac{6}{15}$$

$$\text{но по ОДЗ: } x > 3$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

По Th. Виета:

$$\begin{cases} x_3 + x_4 = -23 \\ x_3 \cdot x_4 = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = -1 \\ x_4 = -22 \end{cases}$$

Ответ: -1; -22; 5



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$x \geq -7$$

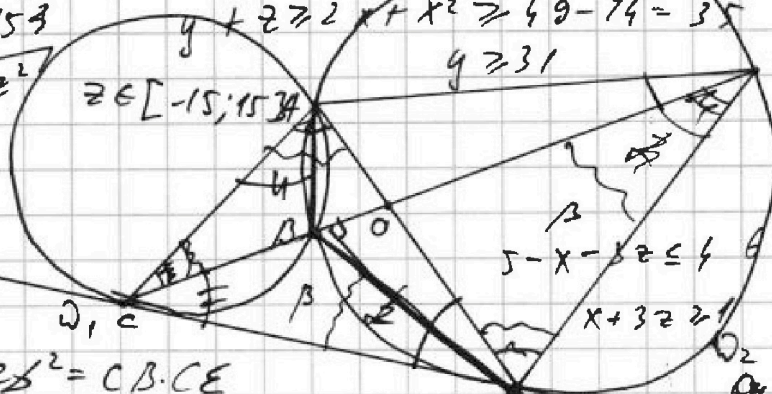
$$5 \geq x+3 \geq -2+3 \geq -1 \Rightarrow x \leq 4$$

$$\frac{CB}{CE} = ?$$

$$y \geq 35$$

$$45 \geq 153$$

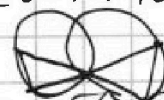
$$\sqrt{25-z^2}$$



$$\frac{CO}{OE} = \frac{9}{25}$$

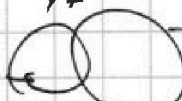
$$y - 2x - x^2 + z \leq 4$$

$$\leq 35 + 14 - 49 + 4 = 4$$



$$5 - x - 3 \geq -1$$

$$5 \leq 2x + 15 - x - 3 \geq 1$$



$$4y^2 - 56y + 800 = 225 - z^2$$

$$z \geq -15$$

$$-z \leq 15$$

Полими Фусса:

$$AC = \frac{9 \cdot \sqrt{6}}{25}$$

$$\frac{CO}{OE} = \frac{AO}{OB} = \frac{AC}{EB} = \frac{9}{25}$$

$$31+14-49+4+5+35+45$$

$$90+16-49$$

$$AC^2 = AO \cdot OB = BO \cdot OE$$

$$\frac{CB}{EB} = \frac{AC}{CB}$$

$$AO \cdot OB = BO \cdot OE$$

$$\frac{AC^2}{EB^2} = \frac{9^2}{25^2} \cdot \frac{CB}{EB} = \frac{9 \cdot \sqrt{6}}{25 \cdot CB}$$

$$AO \cdot OB = BO \cdot OE$$

$$\frac{AO}{OB} = \frac{BO}{OE} \cdot \frac{CO}{OE}$$

$$\frac{AC^2}{EB^2} \cdot CB^2 = \frac{9^2}{25^2} \cdot CB \cdot CE$$

$$AC^2 = BO \cdot CO$$

$$\frac{CB^2}{EB^2} = \frac{9^2}{25^2} \cdot CB \cdot CE$$

$$25CB^2 = 9EB^2$$

$$\frac{CB \cdot BO \cdot \sin \alpha}{2} = S_1 =$$

$$5CB = 3EB$$

$$CB^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{h \cdot CO}{2}$$

$$CO = CE - OE$$

$$\frac{EB}{CB} = \frac{5}{3}$$

$$CB^2 = BK \cdot BA$$

$$\frac{BS \cdot BE \cdot \sin \alpha}{2} = S_2$$

$$4t^2 - 3t - 6t^2 + 6 - p = 0$$

$$5 - x - 3 \geq -1$$

$$S_1 = \frac{BS \cdot BC}{2} \cdot \sin \beta =$$

$$\frac{CE - OE}{OE} = \frac{CE}{OE} - 1 = \frac{9}{25}$$

$$= \frac{h \cdot CB}{2}$$

$$x + 3 \geq 1$$

$$\frac{CE}{OE} = \frac{34}{25}$$

$$\frac{CB + BE}{OE}$$

$$S_2 = \frac{BS \cdot BE \cdot \sin \beta}{2} =$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{CB}{BE} = \frac{BS \cdot BK}{BE \cdot BS} = \frac{CB}{EB} \cdot \frac{BS}{BE}$$

$$\frac{CB}{EB} = \frac{CB}{BS}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
(из 2)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

ОДЗ: $x \geq -7$

$$5 \geq x+3z \geq -7+3z$$

$$z \leq 4 \quad -z \geq -4$$

$$y \geq 2x+x^2-z \geq -14+$$

$$+49-4=31$$

$$225-z^2 \geq 0$$

$$z \in [-15; 4]$$

$$x \geq -7$$

$$y \geq 31$$

(1) Заметим, что если $y \geq 35$, то

$$\sqrt{225-z^2} \geq |35-20| + 2|35-35| =$$

$$= 15, \text{ что неверно, т.к. } -z^2 \leq 0.$$

(2) Если же $y = 35$, то $z = 0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$-x^2-2x+35 = -(x^2+2x-35) = -(x+7)(x-5)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} &= a \\ \sqrt{5-x} &= b \\ a-b+6 &= 2\sqrt{ab} \\ a-b-a^2b+6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$x+7+5-x-2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4\sqrt{(x+7)(5-x)} - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = t \geq 0$$

$$12-2t = 4t^2-24t+36$$

$$4t^2-22t+24=0$$

$$D=22^2-4 \cdot 4 \cdot 24 = 4 \cdot 11^2 - 4^2 \cdot 6 \cdot 4 = 4(11^2 - 24 \cdot 4) =$$

$$= 4(121-96) = 100 = 10^2$$

$$t_1 = \frac{22+10}{8} = 4; \quad t_2 = \frac{22-10}{8} = \frac{3}{2}$$

См. на од. ме



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) (x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 - 2x + 35 = 16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4$$

$$(2) (x+7)(5-x) = \frac{9}{4}$$

$$-x^2 - 2x + 35 = \frac{9}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пр-е №4: Теперь выразим СК из (i): $СК = \frac{CO}{OE} \cdot BE$

$$CB^2 = EB \cdot KC = EB \cdot \frac{CO}{OE} \cdot EB = EB^2 \cdot \frac{CO}{OE} \Rightarrow \frac{EB^2}{CB^2} = \frac{OE}{CO}$$

$$\text{П-се, что } \frac{EB}{CB} = \sqrt{\frac{OE}{CO}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}. \quad \text{Ответ: } \frac{5}{3}$$

(Если BA касается ω_1 , то р-е будут аналогичными, только на первом шаге точно так же будет д-но, что $CA \parallel EB$ и дальнейшие расс-е будут для тр-в: CAB, CAO и тех которые не изменились).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1) Найдем, что раз мы выбираем 8 ^{клеток} точек и они должны быть симметричны относительно средней линии, то по 4 ^{клетки} точки будет лежать в каждой из областей. Т.к. всего клеток: $150 \cdot 200$, то в прямоугольниках, которые получатся после проведения ср-х линий, будет: $\frac{150 \cdot 200}{2} = 15000$ точек. Тогда число способов раскрасить симметрично отн-но ср-х линий это: $C_{15000}^4 + C_{15000}^4 = 2 C_{15000}^4$, т.к., если мы выбрали 4 точки по одну сторону от ср-й линии то сим-я строится однозначно. Число способов раскрасить симметрично отн-но центра: C_{15000}^4 , но в это к-во входят раскраски симметричные отн-но ~~центру~~ ср-х линий.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a - c) \cdot (b - c) = p^2, p \in \mathbb{P}$$

$$a + b^2 = 820$$

(1) Найдем, что, т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$,

то $(a - c) \cdot (b - c) = p^2$ может быть верно

не очень часто а именно:

$$1. a - c = 1 \quad b - c = p^2$$

$$2. a - c = p^2 \quad b - c = 1$$

$$3. a - c = \pm p \quad b - c = \pm p$$

$$4. a - c = -1 \quad b - c = -p^2$$

$$5. a - c = -p^2 \quad b - c = -1$$

1. невозможно, т.к. $a > b$.

3. невозможно, т.к. $a \notin \mathbb{Z}$.

5. невозможно, т.к. $a > b$.

Тогда, у нас осталось 2 случая: $a - c = p^2 \quad b - c = 1$ (i)
 $a - c = -1 \quad b - c = -p^2$ (ii)

$$\text{Заметим, что } a - b = (a - c) - (b - c) = p^2 - 1 = -1 - (-p^2)$$

Рассмотрим $p > 3$; найдем, что тогда $p = 4k + 1$ или $p = 4k + 3$, где некоторого n -го k . Тогда

Рассмотрим $p > 3$, тогда $(p, 3) = 1 \Rightarrow$ по МТФ: $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow p^2 - 1 = (a - b) \div 3, \text{ но по усл-ю это не так.}$$

Значит $p = 2$ или $p = 3$.

Рассмотрим 2 случая вначале для $p = 2$: $a - c = 4 \quad b - c$

$$(i) \begin{cases} a - c = 4 \\ b - c = 1 \end{cases}$$

$$a - b = 3$$

$$\text{Т.к. } a + b^2 = 820,$$

$$a - b = 3$$

$$b^2 + b = 817$$

$$b^2 + b - 817 = 0$$

$$b = 1 + 4 \cdot 817 = 3269, \text{ но}$$

$$3249 = 57^2 < 3269 < 58^2 = 3364, \text{ значит}$$

корни не будут целыми, пр-с.

(ii)

Наконец, что для 2-го случая $a - c$ расс-е.

см. на
фото



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

→ Теперь рассмотрим 2 случая для ~~$p=3$~~ $p=5$

$$(i) \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=8 \\ a+b^2=820 \end{cases} \quad b^2+b-812=0$$

$$b=28: a=36; c=27$$

$$b=-29: a=-21; c=-30$$

$$D=1+4 \cdot 812=57^2=3249$$

$$b_1 = \frac{-1+57}{2} = 28$$

$$b_2 = \frac{-1-57}{2} = -29$$

$$(ii) \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$b_1=28$$

$$b_2=-29$$

$$a-b=1+p^2=8$$

$$a+b^2=820$$

$$b=28: a=36; c=37$$

$$b=-29: a=-21; c=-20$$

Ответ: ~~(a, b, c)~~
(36; 28; 27)
(-21; -29; -30)
(36; 28; 37)
(-21; -29; -20)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

(1)

$$a_4 \cdot q^6 = a_{10}$$

$$a_4 \cdot q^8 = a_{10} \cdot q^2 = a_{12}$$

$$a_4^2 \cdot q^8 = \left| \frac{15x+6}{x-3} \right|$$

$$a_4 \cdot q^6 = |15x+6|$$

$$15x+6 = 3(5x+2)$$

$$a_4 \cdot a_{12} = \sqrt{\frac{(15x+6)^2}{(x-3)^2}}$$

$$= \left| \frac{15x+6}{x-3} \right|$$

$$a_4 \cdot q$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2$$

$$\frac{x+4}{\sqrt{15x+6}} \cdot \sqrt{x-3}^3 = q^6 \quad \frac{a_{12}}{a_4} = q^8$$

$$\frac{\sqrt{15x+6} \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{15x+6}} = q^2$$

$$\frac{(x+4) \cdot (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(15x+6)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(15x+6)^{\frac{3}{2}} (x-3)^{\frac{3}{2}}}{(x+4)^3}$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2$$

$$(x+4)^2 = 15x+6 \Rightarrow x \geq -\frac{6}{15}$$

$$(x+4)^2 = -15x-6 \Rightarrow x \leq -\frac{6}{15}$$

$$x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2} = \boxed{5}$$

$$x = \frac{7 - 3}{2} = \boxed{2}$$

Ответ: 5; 2; -1; -22

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} = \sqrt{\frac{-9}{-64}}$$

$$= \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

$$3 = 6+0$$

$$64 = 6+2$$

$$\frac{64}{3} = \frac{3}{3} \cdot 8 \cdot 8 = 2^6$$

$$x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \quad q = \sqrt{2}$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -23$$

$$x_1 x_2 = 22$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -22$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

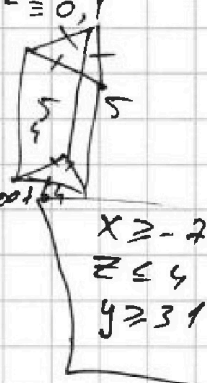
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик. $(4k+1)^2 = 16k^2 + 8k + 1 \equiv \frac{1}{3} k^2 + 2k + 1 \equiv (b+1)^2 \equiv 0,1$

$$(2) \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{3} & \sqrt{2} & 1. \sqrt{1} \\ 20 & 35 & 5 \end{matrix} \rightarrow y \begin{matrix} a-b-p^2+2500+100+100 \\ 5+2 & 58^2 \\ 58^2 & x+3z \end{matrix}$$



$$\begin{cases} x \geq -2 \\ z \leq 4 \\ y \geq 31 \end{cases}$$

$$(1.) y-20+2y-70 = \sqrt{225-z^2} \quad 5-x-3z \geq 0$$

$$3y-90 = \sqrt{225-z^2} \quad -7+3z \leq x+3z \leq 5 \quad x \geq -2$$

$$9y^2 - 540y + 8100 = 225 - z^2 \quad 3z \leq 12 \quad z \leq 4 \quad -z \geq -4 \quad 3$$

$$y-2x-x^2+z \geq 0 \quad (a-c)/(b-c) \times 3 \quad a-c > b-c \quad 2(15-z)(15+z) \quad k \quad k^2$$

$$y \geq 2x+x^2-z \geq 2(-7)+19-4 = -15 \quad 15 \rightarrow 4k+3 \quad 1$$

$$a^{p-1} = 1 \quad (a, p) = 1 \quad -1 \quad p^2 \quad p = 49-16-4 = 31$$

$$(3y-90)^2 + z^2 = 225 \quad a-c = p^2 \quad b-c = 1 \quad p=31 \quad 35 \rightarrow y \quad a-b-p^2+18k^2+8k+1 \quad x$$

$$9y^2 - 540y + 7875 + z^2 = 0$$

$$b = 540^2 - \dots \quad a-c = -1 \quad b-c = -p^2 \quad x+7+12\sqrt{x+7}+36 \geq 5-x-3z$$

$$2x+38+12\sqrt{x+7}+3z \geq 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a-b = (36; 28)$$

$$a-b = 8 \quad a+b^2 = 820$$

$$a > b(-21; -15) \quad 28^2 = 400 + 320 + 64 = 784 \quad a-b = 3k-1 \quad 53^2 = 2500 + 100 + 9$$

$$b \leq 28 \quad (a-c)/(b-c) = p^2 \quad a-b = 8 \quad a-b = 3k-2 \quad 57^2 = 2500 + 700 + 9$$

$$(1) (a-b) = 3k-1 \quad a > b > c \quad b=28; a=36$$

$$(36-c)(28-c) = p^2 \quad b = -\frac{1+57}{2} = -28 \quad 36-28 = 8 \times 36 = \frac{1-57}{2} = -29$$

$$c^2 + 64c + 444 = 0 \quad b = 1 + 4 \cdot 812 = 3249 = 57^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{y-2x-x^2}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos^2 x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^3 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^3 x + 3 - p = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$y-20 + 2y-70 = \sqrt{225-z^2}$$

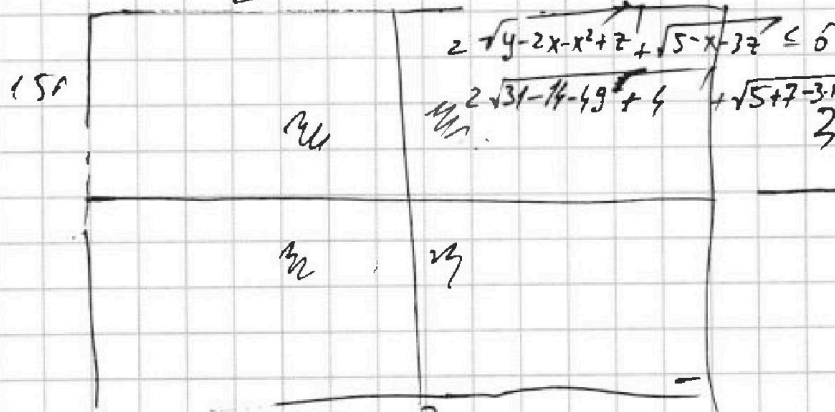
$$3y-90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$4y-8x-4x^2+z$$

$$x+7 + (5-x-3z) - 2 \cdot \sqrt{(x+7)(5-x-3z)} = 4(y-2x-x^2+z) - 24\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} + \sqrt{5-x-3z}$$

$$5-x-3z \geq 0$$



$$C_{15000} \quad 5-x \geq 3z \quad x \leq 50$$

$$3 \cdot C_{15000} - C_{15000} \geq 7500$$

