



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 из 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = a_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} \quad (1), a_1 > 0$$

$$a_{13} = a_1 q^{12} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} (5-x) \quad (2)$$

$$a_{15} = a_1 q^{14} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} (x+1) \quad (3)$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

Если $x = \frac{35}{13}$, то $a_{15} = 0$ и $a_7 = 0$,

и $a_{13} = \frac{100}{13}$, но из-за того, что

$a_{15} = 0$, получается или $a_1 = 0$, или $q = 0$,

но при этом a_{13} должно равняться 0,

но $a_{13} \neq 0$, значит $x \neq \frac{35}{13}$.

Перемножим (1) и (2)

$$a_1^2 q^{18} = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} (5-x)$$

возведем в квадрат (3)

$$a_1^2 q^{28} = (13x - 35)(x+1)$$

$$(13x - 35)(x+1) = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}} (5-x) q^{10}$$

$$\sqrt{(13x - 35)(x+1)^5} = (5-x) \cdot q^{10}$$

$$x < 5$$

$$q^8 = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2$$

$$q^2 = \sqrt{x+1}, \quad q^{10} = \sqrt{(x+1)^5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(13x - 35)(2x + 7)^5} = (5 - x) \sqrt{(2x + 7)^5}$$

$$\sqrt{\frac{(13x - 35)(2x + 7)^5}{(2x + 7)^5}} = 5 - x$$

1) Если $x < -7$

$$\sqrt{35 - 13x} = 5 - x$$

при $x \leq \frac{35}{13}$, но $x > \frac{35}{13}$

значит этот случай не возможен.

2) Если $x > -7$

$$\sqrt{13x - 35} = 5 - x$$

$$13x - 35 = 25 + x^2 - 10x$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$D = 529 - 240 = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = 3 \\ x_1 < -7 \\ \frac{35}{13} < x < 5 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$D = 7 + 8 = 9$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -2 & (1) \\ a - b = 7 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = -2$$

$$\text{Замени: } \sqrt{4-x} = y, \quad y \geq 0$$

$$\sqrt{y^2 + 7} = y - 2$$

$$\begin{cases} y \geq 2 \\ 2y^2 - 4y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \\ y = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{2 + \sqrt{10}}{2} \\ y \geq 2 \end{cases}$$

$$4 - x = \frac{14 + 4\sqrt{10}}{4}, \quad x = \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2}$$

$$(2) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 7$$

$$\text{Замени: } \sqrt{4-x} = y, \quad y \geq 0$$

$$\sqrt{7 - y^2} = y + 7$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 2y^2 + 28y - 6 = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

6 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + y - 3 = 0$$

$$\begin{cases} y = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$y_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \quad y_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

Ответ: $\left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}; 12; 0 \right)$ или

$\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}; 12; 0 \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{11+3} - \sqrt{4-11-2} + 5 = 2\sqrt{4+11-11-2} \\ 14+11+3\sqrt{4-12} = \sqrt{165-2^2} \quad (2) \end{cases}$$

Асимптотическое уравнение (2)

$$14+11+3\sqrt{4-12} = \sqrt{165-2^2}$$

$$1) \begin{cases} y < -7 \\ -4y + 35 = \sqrt{165-2^2} \end{cases}$$

Максимальное значение, которое принимает $\sqrt{165-2^2}$ равно 13.

По выражению справа больше 13

при $y < -7$, значит случай не реализуется.

$$2) \begin{cases} -7 \leq y \leq 12 \\ -2y + 37 = \sqrt{165-2^2} \end{cases}$$

Минимальное значение берем при $y = 12$, так как функция убывающая.

$$\begin{aligned} \text{При } y = 12 \quad \Rightarrow \quad 13 = \sqrt{165-2^2} &\Rightarrow \\ \Rightarrow \quad 2 = 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$31 \quad \begin{cases} y > 12 \\ 4y - 35 = \sqrt{165 - z^2} \end{cases}$$

Вспомогательно случая 1).

Выражение слева больше 13.

Значит случай не подходит.

Получаем $z = 0$, $y = 12$

$$\sqrt{11+3} - \sqrt{4-11} + 5 = 2\sqrt{12-x^2+12}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \\ x^2 - x - 11 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow -3 \leq x \leq 4$$

~~Вспомогательно случая 2).~~

~~Выражение слева больше 13.~~

~~Значит случай не подходит.~~

$$\sqrt{11+3} - \sqrt{4-11} + 11+3 - 11-11 - 2 = 2\sqrt{(11+3)(11-11)}$$

Заменим: $\sqrt{11+3} = a$, $\sqrt{4-11} = b$

$$a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab$$

$$(a-b)^2 + a-b-2=0$$

Заменим: $a-b=t$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3\alpha + 3 \cos 2\alpha + 6 \cos \alpha = p$$

$$4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha + 8 \cos^2 \alpha - 3 + 6 \cos \alpha = p$$

Заменим: $\cos \alpha = t$, $|t| \leq 1$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = p$$

$$t^3 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{2}t - 3 = \frac{p}{4}$$

$$\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 - 3 - \frac{1}{8} = \frac{p}{4}$$

$$\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{p}{4} + \frac{25}{8}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{25}{8}} - \frac{1}{2}$$

$$-1 \leq \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{25}{8}} - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\frac{1}{2} \leq \sqrt[3]{\frac{p}{4} + \frac{25}{8}} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{8} \leq \frac{p}{4} + \frac{25}{8} \leq \frac{27}{8}$$

$$-3 \leq p \leq \frac{1}{4}$$

При таких значениях p , уравнение будет иметь ровно два корня.

Ответ: $\left[-3; \frac{1}{4}\right]$

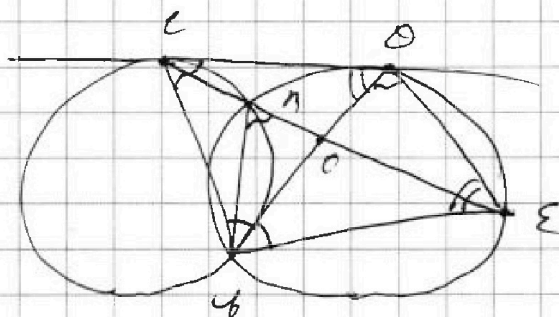


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
8 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CO}{OE} = \frac{3}{10}$$

$$\angle COB = \angle BOE$$

$$\angle BOE = \angle BOF \text{ (определены из условия)}$$

$$\angle CBA = 780 - \angle ABE$$

$$\begin{aligned} \angle CAB &= 780 - \angle CBA - \angle ABE = \\ &= \angle ABE - \angle CAB \end{aligned}$$

$$\angle CAB = \angle BCO$$

$$\begin{aligned} \angle BCO &= \angle CBA + \angle ABE = \\ &= \angle ABE = \angle CAB \end{aligned}$$

$$\triangle CAB \sim \triangle BOE \text{ (по двум углам)}$$

$$\angle CAB = \angle BOE$$

$$BO - \text{длина} \angle CAB$$

$$\frac{CO}{OE} = \frac{CO}{OE} = \frac{3}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
9 из 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$CB = 34, AC = 103$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{AC}{AB}$$

$$AB^2 = AC \cdot CB = 3032$$

$$AB = 4\sqrt{30}$$

$$\frac{CB}{AC} = \frac{CB}{AB} = \frac{34}{4\sqrt{30}} = \frac{3}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{30}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

15 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S = 200 \cdot 250$$

$$\frac{S}{2} = 100 \cdot 250$$

Умова ^{ан}категорії ^{клетка}~~класифікації~~

область такої симетрії, маю

$$C_{25000}^? \cdot C_{25000}^8 = C_{25000}^{8+2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
11 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

только при $p=3$, получаем:

$$a - b = -8$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a - b + b + b^2 - 560 = 0$$

$$b^2 + b^2 - 568 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 568 = 11\ 2272 = 2273$$

$$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2273}}{2} - \text{иррациональ-}$$

ны или, ~~или~~

a и $b \in \mathbb{Z}$. Не подходит.

3) Маломощно 2).

$$\text{Только } a - b = 8$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 2208 = 2209$$

$$\begin{cases} b = 23 \\ b = -24 \end{cases}$$

$$\text{при } b = 23, a = 31$$

$$b - c = 1, c = 22$$

$$\text{при } b = -24, a = -76$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
12 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b - c = 7$$

$$c = b - 7 = -25$$

Answer: (31 ; 23 ; 22) ;
(-16 ; -24 ; -25)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
10 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-b)(8-c) = p^2$$

Возможно 3 случая

$$1) \begin{cases} a-b=p \\ 8-c=p \end{cases} \quad 2) \begin{cases} a-c=1 \\ 8-b=p^2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

1) случай не возможен

так как при этом $a=b$, но
по условию $a > b$.

$$2) \quad a-b \geq 1-p^2 = (1-p)(1+p)$$

~~Если~~ p - простое, либо p дает
остаток 1 по модулю 3 , но

$1-p \div 3$, а либо p дает остаток
 2 по модулю 3 , но $1+p \div 3$.

~~получается~~

~~получается~~

Но $a-b$ не кратно 3 , получается

~~получается~~ p должно давать остаток 0
по модулю 3 , а это возможно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
14 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

BL - диаметр, 1 м - и высота.

BB_1 - высота

$BB_1 \perp (ABC)$

$BL \perp BC$

по п. 03⁷ 1

$\Rightarrow$

$BB_1 \perp BC$

$BB_1 \parallel BB_1, \parallel CC_1$

$BB_1 \perp BC$ и $CC_1 \perp BC$

BB_1CC_1 - прямоугольник.

$S_{BB_1CC_1} = AC \cdot BC = BB_1 \cdot AC$

$BB_1 = 3$

$BB_1 = BB_1 = 3$

$BB_1 = 4$

BB_1 - высота, BB_1 - гипотенуза.

$BB_1 \perp BB_1$. По теореме

этого не может быть. Значит

высота пирамиды равна 0, ~~что~~

~~что невозможно.~~

~~Следовательно, высота пирамиды равна 0.~~

Ответ: 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

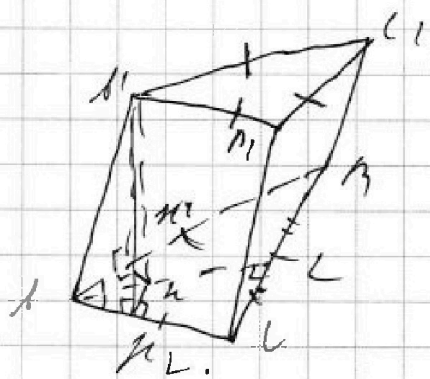
☐ 5

☐ 6

☒ 7

СТРАНИЦА
13 ИЗ 15

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{\text{бок. пр.}} = 4$$

$$S_{\text{бок. пр.}} = 4$$

$$S_{\text{пр. пр.}} = 3$$

$$\Delta n = 1$$

$$\Delta ABC - \text{пр.}$$

Определим высоту h_1 к.

Из h_1 проведем ~~перпендикуляр~~ ^{отрезок, перпендикулярный} к

сторонам BC и AB .

$$S_{\text{бок. пр.}} = h_1 \cdot AB, S_{\text{бок. пр.}} = h_2 \cdot BC$$

$$\Delta n = BC$$

$$h_1 \cdot AB = h_2 \cdot BC$$

$$h_1 = h_2$$

$$\Delta h_1 h_2 h_3 = \Delta h_1 h_2 h_3 \text{ (по катетам}$$

и гипотенузе). Тогда частные

$$h_1 h_2 = h_1 h_2. \text{ Тогда частные}$$

летим на биссектрисе угла $\angle CAB$.

$$h_1 = \frac{4}{7} = 4$$

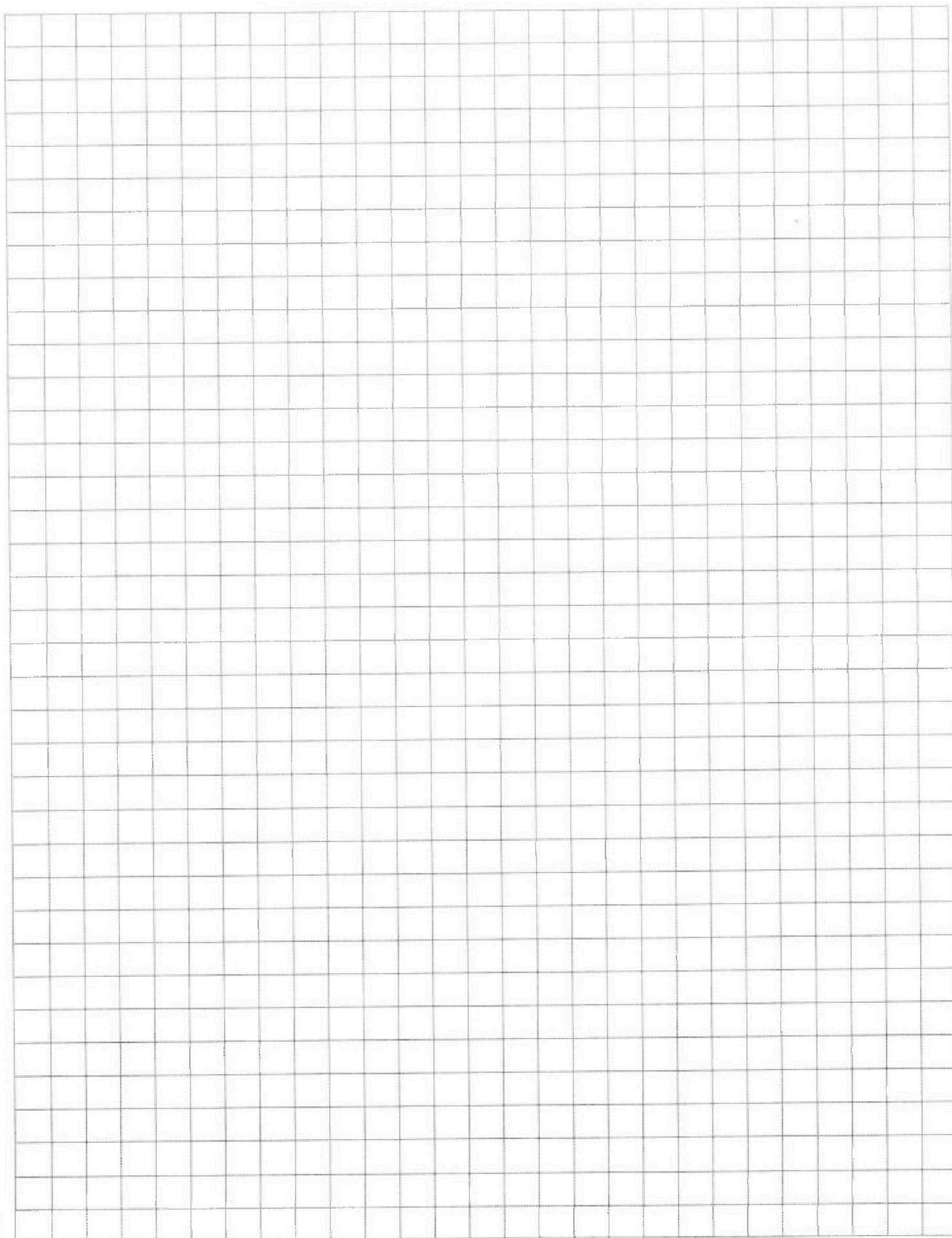


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|z| \leq 13 \quad \text{и } |w| = 566$$

$$y + 11z = 54^2 + 1 \quad \text{Умнож: } 10;$$

$$x \geq -3 \quad \cos 31x + 3 \cos 21x +$$

$$y \leq -1 \quad 16 \cos 1x = 0$$

$$-4 - 1 - 3 + 13x \quad \leq 35$$

$$-44 + 35$$

$$0 \text{ и } 5 = 2 \sqrt{4 + 3 - 5 + 12}$$

$$47$$

$$-x^2 + x - 15 + 12$$

$$y + 11z \geq -\frac{1}{4}$$

$$x \geq -3$$

$$z \geq -\frac{1}{4} - 4$$

$$|y + 11| + |y - 12| + 2|y + 11| + 13 \leq z \geq 73$$

$$554$$

$$43$$

$$73$$

$$554$$

$$2208$$

$$554$$

$$y + 11 - 3 + 12 +$$

$$12$$

$$y \leq 11$$

$$552$$

$$554$$

$$23 \quad 24$$

$$566$$

$$1648$$

$$1272$$

$$13 - 24 + 24$$

$$y + 11 - 25 + 11 + 25 + 24$$

$$-49$$

$$49 + 35 + 16$$

$$y + 11 - 3 - 12 + 25 - 13$$

$$74 - 35$$

$$12$$

$$48 \quad 73$$

$$-7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~n=2~~

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{y-x-z} + 5 \leq \\ y+x-x^2+z \geq 0 \\ x^2-x-y-z \leq 0 \end{array} \right.$$

$$x \geq -3$$

$$-13 \leq z \leq 13 \quad x+z \leq 4$$

$$y+x-x^2+z \geq 0$$

$$z \leq 7$$

$$x^2-x-y-z \leq 0$$

$$-x \leq 3$$

$$1 \quad \cancel{2 \cos 3x + 1 + 3x}$$

$$-13 \leq -z \leq 13$$

$$\cos 3x + 3 \cos x$$

$$0 \quad \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3$$

$$-10 \leq p \leq 10$$

$$\cancel{4t^3}$$

$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 + 6t$$

$$4t^3 + 1$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos 2x + \cos x) = p \quad \begin{array}{l} 2 \cos x \cos x + 3 \cos x \cos x \\ \cos x (2 \cos x + 3) + 5 \cos x \end{array}$$

$$[-1; 1]$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x = p$$

$$[-1; 1]$$

$$\cos 3x + 3(2t^2 + 2t - 1)$$

$$[-1; 1]$$

$$2 \cos 3x + 5 \cos x = p \quad 4t^3 - 9t \quad 4t^3 + 3(2t^2 + 6t - 1) =$$

$$\cos 3x + \cos 2x + 1$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} = 4t^3 + 3(2t^2 + 6t - 1) = p$$

$$+ 2(2t^2 - 1 + 3t)$$

$$4 \cos x + 8 \left(\cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} \right) = p \quad 4t^3 - 3t + 6t^2 - 1 + 6t =$$

$$\cos 3x - 3 \cos x + 3(\cos 2x + 3 \cos x) = p$$

$$4t^3 - 1 + 3t + 6t^2 - 1 = p$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$4t^3 + 3t + 2t^2 + 1$$

$$= 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \cos x + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

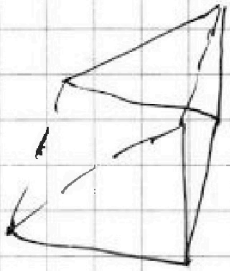
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = a_1 \cdot 5^6 = \sqrt{\frac{1311 - 350}{(11+11)^3}}$$

$$a_{13} = a_7 \cdot 9^{12} = 5 - 1$$

$$a_{15} = a_7 \cdot 9^{14} = \sqrt{(1321 - 35)(11+11)}$$



$$9^x = \frac{(10+11)^2 (11+11)^2}{(11+11)^2} (11+11)^2 (11+11)^2$$
$$a_1 = \sqrt{1321 - 35}$$

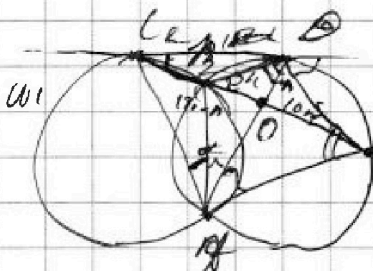
$$a + b^2 = 560$$
$$a > 6$$
$$b(0; 2) \cdot 9^2 =$$

$$a - b \neq 0, (11+11)^2 (11+11)^2 = 1321 - 35$$

$$a - b \neq 0, (11+11)^2 (11+11)^2 = 1321 - 35$$

$$(a-b)(b-c) = p^2$$
$$b^2 + 11 + 2a - a + 5 = 0$$

$$a - b - c(11+11) + 11 + 6 = 56$$
$$11^2 + 11 + 2a + 4 - 5 - 6 = 0$$



$$x = -1$$
$$x = -4$$

$$x = -4$$

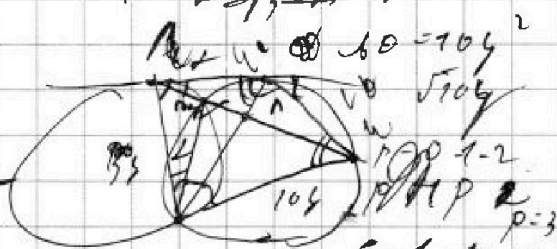
$$(a-b)(b-c) + (b-c)^2 = p^2$$

$$p = a - c$$

$$p = b - c$$

$$a - c = p^2$$

$$b - c = 7$$



$$b - c = 0 + 2$$

$$b - c$$

$$a - c = 7$$
$$b - c = p^2 - 24$$